

## EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS I

---

1. Calcula y simplifica:

a) (0,6 puntos)  $\frac{4}{3} : \frac{2}{5} - \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{4}{5} - 2\right)$ .

b) (0,6 puntos)  $(4x^2 - 1)^2 + 4x^2(2x^2 - x + 2)$ .

2. (1,5 puntos) Expresa en notación de intervalos y representa gráficamente los siguientes conjuntos de números reales:

a) Todos los números reales mayores o iguales que  $-3$ :  $x \geq -3$ .

b) Todos los números reales cuya raíz cuadrada sea mayor que 2 y menor que 3:  $2 < \sqrt{x} < 3$ .

c) todos los números reales que cumplen la condición:  $|x+1| < 2$ .

3. Calcula, agrupando y simplificando:

a) (0,4 puntos)  $5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \frac{3}{5}\sqrt{2}$ .

b) (0,5 puntos)  $3\sqrt{48} - \sqrt{300}$ .

c) (0,4 puntos)  $\frac{4}{\sqrt{12} - 3}$ .

4. a) (1 punto) Factoriza el polinomio  $P(x) = 2x^3 - 28x^2 + 98x$

b) (1 punto) Opera y simplifica el resultado:  $\frac{5}{x^2} + \frac{3x}{x^2 + x} - \frac{3-x}{x+1}$ .

5. (1,5 puntos) Resuelve el sistema  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$ .

6. (2,5 puntos) Los tres profesores de matemáticas de un instituto, María, Ana y Carlos, tienen edades cuya suma es 120 años. La suma de las edades de María y Ana es el doble que la edad de Carlos. Además, dentro de 4 años, la suma de las edades que tengan Ana y Carlos será el triple de la edad que tenga María. Plantear y resolver un sistema lineal que permita conocer las edades de los tres profesores.

Alcalá de Henares, 30 de octubre de 2015.

JoséMMM

## EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS I

1. Calcula y simplifica:

a) (0,6 puntos)  $\frac{4}{3} : \frac{2}{5} - \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{4}{5} - 2\right)$ .      b) (0,6 puntos)  $(4x^2 - 1)^2 + 4x^2(2x^2 - x + 2)$ .

Solución:

a)  $\frac{4}{3} : \frac{2}{5} - \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{4}{5} - 2\right) = \frac{20}{6} - \frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{6}{5}\right) = \frac{20}{6} + \frac{6}{30} = \frac{100+6}{30} = \frac{106}{30} = \frac{53}{15}$ .

b)  $(4x^2 - 1)^2 + 4x^2(2x^2 - x + 2) = 16x^4 - 8x^2 + 1 + 8x^4 - 4x^3 + 8x^2 = 24x^4 - 4x^3 + 9x^2 + 1$ .

2. (1,5 puntos) Expresa en notación de intervalos y representa gráficamente los siguientes conjuntos de números reales:

a) Todos los números reales mayores o iguales que  $-3$ :  $x \geq -3$ .

b) Todos los números reales cuya raíz cuadrada sea mayor que 2 y menor que 3:  $2 < \sqrt{x} < 3$ .

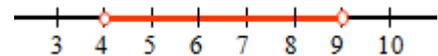
c) Todos los números reales que cumplen la condición:  $|x+1| < 2$ .

Solución:

a)  $x \geq -3 \Leftrightarrow x \in [-3, \infty)$



b)  $2 < \sqrt{x} < 3 \Rightarrow 4 < x < 9 \Leftrightarrow x \in (4, 9)$



c)  $|x+1| < 2 \Leftrightarrow -2 < x+1 < 2 \Leftrightarrow -3 < x < 1 \Leftrightarrow x \in (-3, 1)$



3. Calcula, agrupando y simplificando:

a) (0,4 puntos)  $5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \frac{3}{5}\sqrt{2}$

b) (0,5 puntos)  $3\sqrt{48} - \sqrt{300}$

c) (0,4 puntos)  $\frac{4}{\sqrt{12}-3}$

Solución:

a)  $5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \frac{3}{5}\sqrt{2} = \left(5 + 2 - \frac{3}{5}\right)\sqrt{2} = \frac{32}{5}\sqrt{2}$

b)  $3\sqrt{48} - \sqrt{300} = 3\sqrt{16 \cdot 3} - \sqrt{100 \cdot 3} = 3 \cdot 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

c)  $\frac{4}{\sqrt{12}-3} = \frac{4(\sqrt{12}+3)}{(\sqrt{12}-3)(\sqrt{12}+3)} = \frac{4\sqrt{12}+12}{12-9} = \frac{4\sqrt{12}+12}{3} = \frac{4 \cdot 2\sqrt{3}+12}{3} = \frac{8\sqrt{3}+12}{3} = \frac{8}{3}\sqrt{3} + 4$

4. a) (1 punto) Factoriza el polinomio  $P(x) = 2x^3 - 28x^2 + 98x$

b) (1 punto) Opera y simplifica el resultado:  $\frac{5}{x^2} + \frac{3x}{x^2+x} - \frac{3-x}{x+1}$ .

Solución:

a) Sacando factor común  $2x$ , se obtiene:

$$P(x) = 2x^3 - 28x^2 + 98x = 2x(x^2 - 14x + 49)$$

Se observa que  $x^2 - 14x + 49 = (x-7)^2$ .

En definitiva,  $P(x) = 2x^3 - 28x^2 + 98x = 2x(x-7)^2$ .

$$b) \frac{5}{x^2} + \frac{3x}{x^2+x} - \frac{3-x}{x+1} = \frac{5}{x^2} + \frac{3x}{x(x+1)} - \frac{3-x}{x+1} = \frac{5x+5}{x^2(x+1)} + \frac{3x^2}{(x^2+x)x} - \frac{3x^2-x^3}{(x+1)x^2} = \frac{x^3+5x+5}{x^2(x+1)}$$

5. (1,5 puntos) Resuelve el sistema  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$ .

Solución:

Despejando en la segunda ecuación:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y = \frac{3}{4}x \end{cases} \rightarrow \text{Sustituyendo en E1: } x^2 + \left(\frac{3}{4}y\right)^2 = 25 \Rightarrow x^2 + \frac{9}{16}y^2 = 25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16x^2 + 9x^2 = 16 \cdot 25 \Rightarrow 25x^2 = 16 \cdot 25 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4.$$

Si  $x = -4$ ,  $y = -3 \rightarrow$  Punto  $(-4, -3)$ .

Si  $x = 4$ ,  $y = 3 \rightarrow$  Punto  $(4, 3)$ .

6. (2,5 puntos) Los tres profesores de matemáticas de un instituto, María, Ana y Carlos, tienen edades cuya suma es 120 años. La suma de las edades de María y Ana es el doble que la edad de Carlos. Además, dentro de 4 años, la suma de las edades que tengan Ana y Carlos será el triple de la edad que tenga María. Plantear y resolver un sistema lineal que permita conocer las edades de los tres profesores.

Solución:

Sean  $x$ ,  $y$  y  $z$  las edades de María, Ana y Carlos, respectivamente.

Se cumple:

$$\begin{cases} x + y + z = 120 \\ x + y = 2z \\ (y+4) + (z+4) = 3(x+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 120 \\ x + y - 2z = 0 \\ 3x - y - z = -4 \end{cases}$$

Puede resolverse haciendo transformaciones de Gauss:

$$\begin{cases} x + y + z = 120 \\ x + y - 2z = 0 \\ 3x - y - z = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} E2 - E1 \\ E3 + E1 \end{matrix} \begin{cases} x + y + z = 120 \rightarrow 29 + y + 40 = 120 \rightarrow y = 51 \\ -3z = -120 \rightarrow z = 40 \\ 4x = 116 \rightarrow x = 29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 29 \\ y = 51 \\ z = 40 \end{cases}$$

Por tanto, las edades son: María, 29 años; Ana, 51 años; Carlos, 40 años.

Alcalá de Henares, 30 de octubre de 2015. JoséMMM