EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS I

1. Calcula y simplifica:

a) (0,6 puntos) $\frac{4}{3}:\frac{2}{5}-\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{4}{5}-2\right)$.

b) (0,6 puntos) $\left(4x^2-1\right)^2+4x^2\left(2x^2-x+2\right)$.

2. (1,5 puntos) Expresa en notación de intervalos y representa gráficamente los siguientes conjuntos de números reales:

a) Todos los números reales mayores o iguales que –3: $x \geq -3$.

b) Todos los números reales cuya raíz cuadrada sea mayor que 2 y menor que 3: $2<\sqrt{x}<3$.

c) todos los números reales que cumplen la condición: $|x+1|<2$.

3. Calcula, agrupando y simplificando:

a) (0,4 puntos) $5\sqrt{2}+2\sqrt{2}-\frac{3}{5}\sqrt{2}$.

b) (0,5 puntos) $3\sqrt{48}-\sqrt{300}$.

c) (0,4 puntos) $\frac{4}{\sqrt{12}-3}$.

4. a) (1 punto) Factoriza el polinomio $P(x)=2x^3-28x^2+98x$

b) (1 punto) Opera y simplifica el resultado: $\frac{5}{x^2}+\frac{3x}{x^2+x}-\frac{3-x}{x+1}$.

5. (1,5 puntos) Resuelve el sistema $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ 3x-4y=0 \end{cases}$.

6. (2,5 puntos) Los tres profesores de matemáticas de un instituto, María, Ana y Carlos, tienen edades cuya suma es 120 años. La suma de las edades de María y Ana es el doble que la edad de Carlos. Además, dentro de 4 años, la suma de las edades que tengan Ana y Carlos será el triple de la edad que tenga María. Plantear y resolver un sistema lineal que permita conocer las edades de los tres profesores.

Alcalá de Henares, 30 de octubre de 2015.
JoséMMM

EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS I

1. Calcula y simplifica:

a) (0,6 puntos) $\frac{4}{3}:\frac{2}{5}-\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{4}{5}-2\right)$. b) (0,6 puntos) $\left(4x^2-1\right)^2+4x^2\left(2x^2-x+2\right)$.

Solución:

a) $\frac{4}{3}:\frac{2}{5}-\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{4}{5}-2\right)=\frac{20}{6}-\frac{1}{6}\cdot\left(-\frac{6}{5}\right)=\frac{20}{6}+\frac{6}{30}=\frac{100+6}{30}=\frac{106}{30}=\frac{53}{15}$.

b) $\left(4x^2-1\right)^2+4x^2\left(2x^2-x+2\right)=16x^4-8x^2+1+8x^4-4x^3+8x^2=24x^4-4x^3+1$.

2. (1,5 puntos) Expresa en notación de intervalos y representa gráficamente los siguientes conjuntos de números reales:

a) Todos los números reales mayores o iguales que –3: $x\geq -3$.

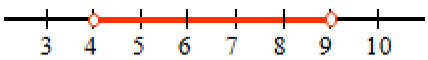
b) Todos los números reales cuya raíz cuadrada sea mayor que 2 y menor que 3: $2<\sqrt{x}<3$.

c) Todos los números reales que cumplen la condición: $|x+1|<2$.

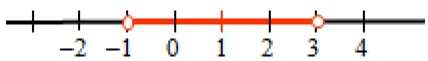
Solución:

a) $x\geq -3 \Leftrightarrow x\in\left[-3,\ -\infty\right)$

b) $2<\sqrt{x}<3 \Rightarrow 4<x<9 \Leftrightarrow x\in(4,\ 9)$



c) $|x+1|<2 \Leftrightarrow -2<x+1<2 \Leftrightarrow -3<x<1 \Leftrightarrow x\in(-3,1)$



3. Calcula, agrupando y simplificando:

a) (0,4 puntos) $5\sqrt{2}+2\sqrt{2}-\frac{3}{5}\sqrt{2}$

b) (0,5 puntos) $3\sqrt{48}-\sqrt{300}$

c) (0,4 puntos) $\frac{4}{\sqrt{12}-3}$

Solución:

a) $5\sqrt{2}+2\sqrt{2}-\frac{3}{5}\sqrt{2}=\left(5+2-\frac{3}{5}\right)\sqrt{2}=\frac{32}{5}\sqrt{2}$

b) $3\sqrt{48}-\sqrt{300}=3\sqrt{16\cdot 3}-\sqrt{100\cdot 3}=3\cdot 4\sqrt{3}-10\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

c) $\frac{4}{\sqrt{12}-3}=\frac{4\left(\sqrt{12}+3\right)}{\left(\sqrt{12}-3\right)\left(\sqrt{12}+3\right)}=\frac{4\sqrt{12}+12}{12-9}=\frac{4\sqrt{12}+12}{3}=\frac{4\cdot 2\sqrt{3}+12}{3}=\frac{8\sqrt{3}+12}{3}=\frac{8}{3}\sqrt{3}+4$

4. a) (1 punto) Factoriza el polinomio $P(x)=2x^3-28x^2+98x$

b) (1 punto) Opera y simplifica el resultado: $\dfrac{5}{x^2}+\dfrac{3x}{x^2+x}-\dfrac{3-x}{x+1}$.

Solución:
a) Sacando factor común $2x$, se obtiene:

$$P(x)=2x^3-28x^2+98x = 2x\left(x^2-14x+49\right)$$

Se observa que $x^2-14x+49=\left(x-7\right)^2$.

En definitiva, $P(x)=2x^3-28x^2+98x = 2x\left(x-7\right)^2$.

b) $\dfrac{5}{x^2}+\dfrac{3x}{x^2+x}-\dfrac{3-x}{x+1} = \dfrac{5}{x^2}+\dfrac{3x}{x\left(x+1\right)}-\dfrac{3-x}{x+1} = \dfrac{5x+5}{x^2\left(x+1\right)}+\dfrac{3x^2}{\left(x^2+x\right)x}-\dfrac{3x^2-x^3}{\left(x+1\right)x^2} = \dfrac{x^3+5x+5}{x^2\left(x+1\right)}$.

5. (1,5 puntos) Resuelve el sistema $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ 3x-4y=0 \end{cases}$.

Solución:
Despejando en la segunda ecuación:

$$\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ 3x-4y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=25 \\ y=\dfrac{3}{4}x \end{cases} \to \text{Sustituyendo en E1: } x^2+\left(\dfrac{3}{4}y\right)^2=25 \Rightarrow x^2+\dfrac{9}{16}y^2=25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16x^2+9x^2=16\cdot 25 \Rightarrow 25x^2=16\cdot 25 \Rightarrow x^2=16 \Rightarrow x=\pm 4.$$

Si $x=-4$, $y=-3 \to$ Punto $(-4, -3)$.
Si $x=4$, $y=3 \to$ Punto $(4, 3)$.

6. (2,5 puntos) Los tres profesores de matemáticas de un instituto, María, Ana y Carlos, tienen edades cuya suma es 120 años. La suma de las edades de María y Ana es el doble que la edad de Carlos. Además, dentro de 4 años, la suma de las edades que tengan Ana y Carlos será el triple de la edad que tenga María. Plantear y resolver un sistema lineal que permita conocer las edades de los tres profesores.

Solución:
Sean x, y y z las edades de María, Ana y Carlos, respectivamente.
Se cumple:

$$\begin{cases} x+y+z=120 \\ x+y=2z \\ \left(y+4\right)+\left(z+4\right)=3\left(x+4\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=120 \\ x+y-2z=0 \\ 3x-y-z=-4 \end{cases}$$

Puede resolverse haciendo transformaciones de Gauss:

$$\begin{cases} x+y+z=120 \\ x+y-2z=0 \\ 3x-y-z=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \\ E2-E1 \\ E3+E1 \end{matrix}\begin{cases} x+y+z=120 \to 29+y+40=120 \to y=51 \\ -3z=-120 \to z=40 \\ 4x=116 \to x=29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=29 \\ y=51 \\ z=40 \end{cases}$$

Por tanto, las edades son: María, 29 años; Ana, 51 años; Carlos, 40 años.

Alcalá de Henares, 30 de octubre de 2015. JoséMMM