

EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS I

Recuperación. Temas 1 a 5

1. a) (1 punto) Calcula, agrupando: $4\left(\frac{x}{2}-3\right)\left(\frac{x}{2}+3\right)-\left(\frac{3}{4}x-1\right)^2\cdot(x+2)$

b) (0,7 puntos) Halla el cociente y el resto de la división: $(-2x^4+3x^2-1):(x-3)$.

c) (0,5 puntos) Factoriza el polinomio $P(x) = 2x^3 - 28x^2 + 98x$

2. a) Expresa en notación de intervalos (y represéntalos gráficamente) los siguientes conjuntos de números reales:

a1) $|x-1| \leq 3$ (0,3 puntos) a2) $|x| \geq 2$ (0,3 puntos)

b) Halla el valor de $\frac{2\sqrt{20} + \sqrt{80} + 2\sqrt{125}}{3\sqrt{45}}$. (0,8 puntos)

3. Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{4x-3}{x} - 2 = x - 2$ (0,7 puntos) b) $\sqrt{x+6} + 3 = 2x$ (0,7 puntos)

4. Resuelve las inecuaciones:

a) $\frac{x-1}{2} \geq x+3$ (0,5 puntos) b) $(x+3)(2x-5) < 0$ (0,7 puntos)

Representa gráficamente los intervalos solución. (0,3 puntos)

5. (1 punto) La edad de un padre es el triple de la de su hija más 2 años y hace 5 años la cuadruplicaba. ¿Qué edades tienen padre e hija?

6. (1,5 punto) Sea el sistema $\begin{cases} 4x - y = -6 \\ -2x + ay = 3 \end{cases}$. Calcula los valores que debe tomar a para que el sistema

sea:

a) Compatible determinado.

b) Compatible indeterminado.

c) Resuélvelo cuando $a = -1$.

7. (2 puntos) Un agricultor compra semillas de garbanzos a 1,30 € el kilo, de alubias a 1,20 € el kilo y de lentejas a 0,80 € el kilo. En total compra 45 kilos de semillas y paga por ellas 43 €. Sabiendo que el peso de las lentejas es el doble que lo que pesan, conjuntamente, los garbanzos y las alubias, calcular qué cantidad de semillas ha comprado de cada legumbre.

Alcalá de Henares, 4 de diciembre de 2014.

JoséMMM

EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS I**Soluciones:**

1. a) (1 punto) Calcula, agrupando: $4\left(\frac{x}{2}-3\right)\left(\frac{x}{2}+3\right)-\left(\frac{3}{4}x-1\right)^2\cdot(x+2)$

b) (0,7 puntos) Halla el cociente y el resto de la división: $(-2x^4+3x^2-1):(x-3)$.

c) (0,5 puntos) Factoriza el polinomio $P(x)=2x^3-28x^2+98x$

Solución:

$$\begin{aligned} 4\left(\frac{x}{2}-3\right)\left(\frac{x}{2}+3\right)-\left(\frac{3}{4}x-1\right)^2(x+2) &= 4\left[\left(\frac{x}{2}\right)^2-3^2\right]-\left[\left(\frac{3}{4}x\right)^2-2\cdot\frac{3}{4}x\cdot 1+1^2\right](x+2) = \\ &= 4\left(\frac{x^2}{4}-9\right)-\left(\frac{9}{16}x^2-\frac{3}{2}x+1\right)\cdot(x+2) = x^2-36-\left(\frac{9}{16}x^3+\frac{9}{8}x^2-\frac{3}{2}x^2-3x+x+2\right) = \\ &= x^2-36-\frac{9}{16}x^3-\frac{9}{8}x^2+\frac{3}{2}x^2+3x-x-2 = -\frac{9}{16}x^3+\frac{11}{8}x^2+2x-38. \end{aligned}$$

b) Como $-2x^4+3x^2-1=-2x^4+0x^3+3x^2+0x-1$, se forma el esquema:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -2 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ 3 & & -6 & -18 & -45 & -135 \\ \hline & -2 & -6 & -15 & -45 & -136 \end{array}$$

El cociente es un polinomio de grado tres, con coeficientes $-2, -6, -15$ y -45 . El resto vale -136 .

Luego: $C(x)=-2x^3-6x^2-15x-45$. Resto: -136

c) Sacando factor común $2x$, se obtiene:

$$P(x)=2x^3-28x^2+98x=2x(x^2-14x+49)$$

Se observa que $x^2-14x+49=(x-7)^2$.

En definitiva, $P(x)=2x^3-28x^2+98x=2x(x-7)^2$.

2. a) Expresa en notación de intervalos (y represéntalos gráficamente) los siguientes conjuntos de números reales:

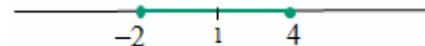
a1) $|x-1|\leq 3$ (0,3 puntos)

a2) $|x|\geq 2$ (0,3 puntos)

b) Halla el valor de $\frac{2\sqrt{20}+\sqrt{80}+2\sqrt{125}}{3\sqrt{45}}$. (0,8 puntos)

Solución:

a1) $|x-1|\leq 3 \Leftrightarrow -3\leq x-1\leq 3 \Rightarrow -2\leq x\leq 4 \Rightarrow x\in[-2, 4]$.



a2) $|x|\geq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq -2 \\ x\geq 2 \end{cases} \Rightarrow x\in(-\infty, -2]\cup[2, +\infty)$.



b) $\frac{2\sqrt{20}+\sqrt{80}+2\sqrt{125}}{3\sqrt{45}} = \frac{2\sqrt{4\cdot 5}+\sqrt{16\cdot 5}+2\sqrt{25\cdot 5}}{3\sqrt{9\cdot 5}} = \frac{2\cdot 2\sqrt{5}+4\sqrt{5}+2\cdot 5\sqrt{5}}{3\cdot 3\sqrt{5}} = \frac{18\sqrt{5}}{9\sqrt{5}} = 2$.

3. Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{4x-3}{x} - 2 = x - 2$ (0,7 puntos) b) $\sqrt{x+6} + 3 = 2x$ (0,7 puntos)

Solución:

a) $\frac{4x-3}{x} - 2 = x - 2 \Rightarrow \frac{4x-3}{x} = x \Rightarrow 4x-3 = x^2 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1; x = 3.$

b) $\sqrt{x+6} + 3 = 2x \Rightarrow \sqrt{x+6} = 2x - 3 \Rightarrow x+6 = 4x^2 - 12x + 9 \Rightarrow 4x^2 - 13x + 3 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 48}}{8} = \frac{13 \pm \sqrt{121}}{8} = \frac{13 \pm 11}{8} = \begin{cases} 1/4 \\ 3 \end{cases}$. La solución $x = \frac{1}{4}$ no es válida.

4. Resuelve las inecuaciones:

a) $\frac{x-1}{2} \geq x+3$ (0,5 puntos) b) $(x+3)(2x-5) < 0$ (0,7 puntos)

Representa gráficamente los intervalos solución. (0,3 puntos)

Solución:

a) $\frac{x-1}{2} \geq x+3 \Rightarrow x-1 \geq 2(x+3) \Rightarrow x-1 \geq 2x+6 \Rightarrow -1-6 \geq 2x-x \Rightarrow x \leq -7.$

b) $(x+3)(2x-5) < 0 \rightarrow$ las soluciones de $(x+3)(2x-5) = 0$ son $x = -3$ y $x = 5/2$

Estudiando los signos de cada factor, se deduce:

- Si $x < -3$ ambos factores son negativos $\Rightarrow (x+3)(2x-5) > 0 \rightarrow$ No es solución.
- Si $-3 < x < \frac{5}{2}$: el primer factor es positivo; el segundo, negativo $\Rightarrow (x+3)(2x-5) < 0 \rightarrow$ todos los puntos de ese intervalo son solución.
- Si $x > \frac{5}{2}$ ambos factores son positivos $\Rightarrow (x+3)(2x-5) > 0 \rightarrow$ No es solución..

Por tanto, el conjunto de soluciones viene dado por los puntos del intervalo $\left(-3, \frac{5}{2}\right)$.



5. (1 punto) La edad de un padre es el triple de la de su hija más 2 años y hace 5 años la cuadruplicaba. ¿Qué edades tienen padre e hija?

Solución:

Tiempo	Hoy	Hace 5 años
Padre	$3x + 2$	$3x - 3$
Hija	x	$x - 3$

$$\Rightarrow 3x - 3 = 4(x - 5) \Rightarrow 3x - 3 = 4x - 20 \Rightarrow 17 = x$$

La hija tiene 17 años; el padre, 53.

6. (1,5 punto) Sea el sistema $\begin{cases} 4x - y = -6 \\ -2x + ay = 3 \end{cases}$. Calcula los valores que debe tomar a para que el sistema

sea:

a) Compatible determinado.

b) Compatible indeterminado.

c) Resuélvelo cuando $a = -1$.

Solución:

$$\begin{cases} 4x - y = -6 \\ -2x + ay = 3 \end{cases} \Rightarrow 2E + E1 \begin{cases} 4x - y = -6 \\ (2a-1)y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

a) Si $a \neq \frac{1}{2}$ el sistema es compatible determinado Su solución será: $y = 0$; $x = -\frac{3}{2}$.

b) Si $a = \frac{1}{2}$ el sistema es compatible indeterminado. Su solución será: $\begin{cases} x = \frac{3}{2} + \frac{1}{4}t \\ y = t \end{cases}$.

(No se pide dar la solución en ninguno de los dos casos).

c) Si $a = -1$, el sistema queda: $\begin{cases} 4x - y = -6 \\ -2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow E2 - E1 \begin{cases} 4x - y = -6 \\ 2x = -3 \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{3}{2}; y = 0$.

7. (2 puntos) Un agricultor compra semillas de garbanzos a 1,30 € el kilo, de alubias a 1,20 € el kilo y de lentejas a 0,80 € el kilo. En total compra 45 kilos de semillas y paga por ellas 43 €. Sabiendo que el peso de las lentejas es el doble que lo que pesan, conjuntamente, los garbanzos y las alubias, calcular qué cantidad de semillas ha comprado de cada legumbre.

Solución:

Sean x, y, z los kilogramos comprados de garbanzos, alubias y lentejas, respectivamente.

Debe cumplirse que:

$$x + y + z = 45 \quad \rightarrow \text{compra 45 kg}$$

$$1,30x + 1,20y + 0,80z = 43 \quad \rightarrow \text{paga 43 €}$$

$$z = 2(x + y)$$

Se obtiene el sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 45 \\ 13x + 12y + 8z = 430 \\ 2x + 2y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} E2 - 8E1 \\ E3 + E1 \end{matrix} \begin{cases} x + y + z = 45 \\ 5x + 4y = 70 \\ 3x + 3y = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} E3 - 3E2 \\ 4E3 - 3E2 \end{matrix} \begin{cases} x + y + z = 45 \\ 5x + 4y = 70 \\ -3x = -30 \end{cases}$$

La solución es: $x = 10, y = 5, z = 30$

Alcalá de Henares, 4 de diciembre de 2014.

JoséMMM