EXAMEN ESTADÍSTICA

1.- Con la variable edad, en años, de una muestra de 100 personas se forma la siguiente tabla de frecuencias:

Edad en años	Frecuencia acumulada
[10,30)	10
[30,50)	30
[50,70)	60
[70,90)	84
[90,110)	100

a) Completa la tabla de frecuencias. (0,75 puntos)
b) Usando la tabla, calcula la media y la desviación típica. (1 punto)
c) Calcula exactamente la moda. (0,75 puntos)
d) Calcula exactamente la mediana. (0,75 puntos)
e) ¿A partir de qué valor podemos encontrar el 25% de las personas más jóvenes? (1 punto)

2.- Hemos calculado la covarianza de una cierta distribución y ha resultado negativa. Justifica por qué podemos afirmar que tanto el coeficiente de correlación como las pendientes de las dos rectas de regresión son también números negativos. (1 punto)

3.- Sean x = “gastos en publicidad de un producto” (en miles de euros) e y = “ventas conseguidas de ese producto” (en miles de euros).

x	1	2	3	4	5	6
y	10	17	30	28	39	47

a) Calcula el coeficiente de correlación. (1 punto)
b) Comenta la influencia del gasto publicitario en las ventas. (1 punto)
c) Halla la ecuación de la recta de regresión de las ventas respecto del gasto publicitario. (1 punto)
d) Halla las ventas esperadas para un gasto en publicidad de 3200 euros. (1 punto)
e) Dibuja la nube de puntos y la recta de regresión hallada en el apartado c). (0,75 puntos)

SOLUCIONES

1.-a)

Edad en años	x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	$x_i.f_i$	$(x_i-\bar{x})$	$f_i(x_i-\bar{x})^2$
[10,30)	20	10	10	0’1	0’1	200	-43’20	18662’4
[30,50)	40	20	30	0’2	0’3	800	-23’20	10764’8
[50,70)	60	30	60	0’3	0’6	1800	-3’20	307’2
[70,90)	80	24	84	0’24	0’84	1920	16’80	6773’76
[90,110)	100	16	100	0’16	1	1600	36’80	21667.84

b) $\bar{x}=\dfrac{\sum x_i f_i}{n}=\dfrac{6320}{100}=63'20$ años $\quad \sigma=\sqrt{\dfrac{\sum f_i(x_i-\bar{x})^2}{n}}=\sqrt{5817'6}=24'12$ años

c) Intervalo modal [50,70) (f_i mayor) Mo= $L_i+\dfrac{f_i-f_{i-1}}{(f_i-f_{i-1})+(f_i-f_{i+1})}.c=62'5$

d) Intervalo mediano: [50,70) ya que F_i=60>50

$$M=L_i+\frac{\frac{n}{2}-F_{i-1}}{f_i}.c=50+\frac{50-30}{30}.20=63'33$$

e) Nos piden $P_{25}=Q_1$; está en el intervalo [30,50) ya que n/4=25

$$Q_3=L_i+\frac{\frac{n}{4}-F_{i-1}}{f_i}.c=30+\frac{25-10}{20}.20=45$$ luego el 25% está por debajo de 45 años

2.- Si la covarianza es negativa ($\sigma_{xy}<0$) entonces como el coeficiente de correlación es $\dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\cdot\sigma_y}$ y las desviaciones típicas son siempre positivas, tendremos que el coeficiente es también negativo.

Por otra parte, las pendientes de las rectas de regresión son: $\dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}$ y $\dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2}$ que, por la misma razón son también negativas.

3.- a)

x	y	x_i^2	y_i^2	$x_i.y_i$
1	10	1	100	10
2	17	4	289	34
3	30	9	900	90
4	28	16	784	112
5	39	25	1521	195
6	47	36	2209	282
21	171	91	5803	723

Medias: $\bar{x}=\dfrac{21}{6}=3'5$ miles de euros (3500 €) $\quad \bar{y}=\dfrac{171}{6}=28'5$ (28500 €)

Desviaciones típicas: $\sigma_x=\sqrt{\dfrac{91}{6}-3'5^2}=1,71$ $\quad \sigma_y=\sqrt{\dfrac{5803}{6}-28'5^2}=12'45$

Covarianza: $\sigma_{xy} = \frac{723}{6} - 3'5.28'5 = 20'75$

Coeficiente de correlación: $r = \frac{20'75}{1'71 \cdot 12'45} = 0{,}97$

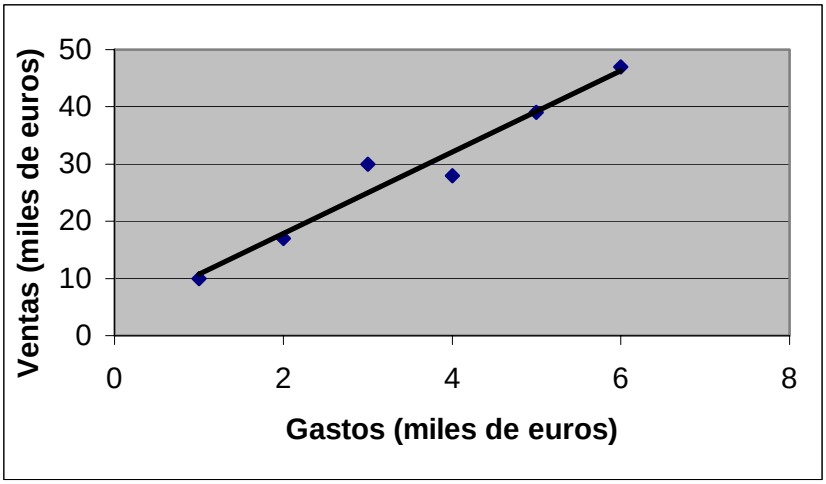
b) Es una correlación muy fuerte (próxima a 1) y positiva. Lo que significa que a más gastos en publicidad mas ventas, con una incidencia muy clara.

c) tenemos que hallar la recta de y sobre x:

$y - \overline{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}(x - \overline{x})$; $y - 28'5 = \frac{20'75}{1'71^2}(x - 3'5)$; $y - 28'5 = 7'1(x - 3'5)$

$y - 28'5 = 7'1x - 24'85$, luego la recta pedida es: $y = 7'1x + 3'65$

d) Para un gasto de 3200 euros (x = 3’2) en publicidad, las ventas esperadas serán:

$y = 7'1 \cdot 3'2 + 3'65 = 26'37$ miles de euros, es decir **26370 euros.**

e)