PROBLEMAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES

1. Halla las dimensiones de un rectángulo del que conocemos su perímetro, 34 m, y su área, 60 m^2.

2. Un triángulo isósceles mide 32 cm de perímetro y la altura correspondiente al lado desigual mide 8 cm. Calcula los lados del triángulo.

3. El área total de un cilindro es 112π cm^2, y entre el radio y la altura suman 14 cm. Halla su volumen.

4. Un grupo de amigos alquila una furgoneta por 490 € para hacer un viaje. A última hora se apuntan dos más y así se devuelven 28 € a cada uno de los otros. ¿Cuántos fueron de excursión y cuánto pagó cada uno?

5. Un comerciante quiere vender por 60000 € los ordenadores que tiene en su almacén. Pero se le estropean dos y tiene que vender los otros 50 € más caros para recaudar lo mismo. ¿Cuántos ordenadores tenía y a qué precio los vendió?

6. Un transportista va a una ciudad que está a 300 km de distancia. Al volver, su velocidad media ha sido superior en 10 km/h a la velocidad de ida, y ha tardado una hora menos. Calcula las velocidades y los tiempos empleados a la ida y a la vuelta.

7. Tenemos una parcela rectangular. Si su base disminuye en 80 m y su altura aumenta en 40 m, se convierte en un cuadrado. Si disminuye en 60 m su base y su altura aumenta en 20 m, entonces su área disminuye en 400 m^2. ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela?

8. Halla las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 13 m, y su área, 60 m^2.

9. El lado de un rombo mide 5 cm, y su área, 24 cm^2. Calcula la longitud de sus diagonales.

10. Halla el radio y la generatriz de un cono que tiene 15 cm de altura y cuya área lateral es de 136π cm^2.

1. Halla las dimensiones de un rectángulo del que conocemos su perímetro, 34 m, y su área, 60 m^2.

x = base y = altura

Perímetro = 34: 2x + 2y = 34 → x + y = 17

Área = 60: xy = 60

Planteamos el sistema:

$$\begin{cases} x+y=17 \rightarrow y=17-x \\ x\cdot y=60 \rightarrow x(17-x)=60 \rightarrow 17x-x^2-60=0 \end{cases}$$

$$x^2-17x+60=0 \rightarrow x=\frac{17\pm 7}{2}=\begin{cases} x_1=12 \rightarrow y=5 \\ x_2=5 \rightarrow y=12 \end{cases}$$

Solución: Las dimensiones del rectángulo son 12m x 5m

2. Un triángulo isósceles mide 32 cm de perímetro y la altura correspondiente al lado desigual mide 8 cm. Calcula los lados del triángulo.

x = lado igual y = lado desigual

Perímetro = 32: 2x + y = 32

Altura = 8: $x^2-\frac{y^2}{4}=64$

Planteamos el sistema:

$$\begin{cases} 2x+y=32 \rightarrow y=32-2x \\ x^2-\frac{y^2}{4}=64 \rightarrow x^2-\frac{(32-2x)^2}{4}=64 \rightarrow x^2-\frac{1024-128x+4x^2}{4}=64 \rightarrow -256+32x=64 \end{cases}$$

32x =320 → x = 10 cm → y = 32 – 20 = 12 cm

Solución: Los lados iguales miden 10 cm, y el lado desigual, 12 cm.

3. El área total de un cilindro es 112π cm^2, y entre el radio y la altura suman 14 cm. Halla su volumen.

x = radio y = altura

Suma radio y altura = 14: x + y = 14

Área = 112π: $2\pi xy + 2\pi x^2 = 112\pi \rightarrow xy + x^2 = 56$

Planteamos el sistema:

$$\begin{cases} x+y=14 \rightarrow y=14-x \\ xy+x^2=56 \rightarrow x(14-x)+x^2=56 \rightarrow 14x-x^2+x^2=56 \rightarrow 14x=56 \rightarrow x=4 \rightarrow y=10 \end{cases}$$

Volumen: $\pi x^2 y = \pi \cdot 4^2 \cdot 10 = 160\pi$ cm^3

Solución: Volumen = 160π cm^3

4. Un grupo de amigos alquila una furgoneta por 490 € para hacer un viaje. A última hora se apuntan dos más y así se devuelven 28 € a cada uno de los otros. ¿Cuántos fueron de excursión y cuánto pagó cada uno?

x = nº amigos y = precio pagado por cada uno

Pagan 490 €: xy = 490

Se apuntan 2 más y se devuelve 28€ a cada uno: (x + 2)(y – 28) = 490

Planteamos el sistema:

$$\begin{cases} x\cdot y = 490 \\ (x+2)(y-28) = 490 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x\cdot y = 490 \\ xy - 28x + 2y - 56 = 490 \rightarrow -28x + 2y - 56 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\cdot y = 490 \rightarrow x(14x+28) = 490 \rightarrow x(x+2) = 35 \rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0 \\ 14x - y + 28 = 0 \rightarrow y = 14x + 28 \end{cases}$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm 12}{2} = \begin{cases} x_1 = 5 \rightarrow y = 98 \\ x_2 = -7 \text{ (no válida)} \end{cases}$$

Al principio pagaron 98 €, luego solo 70 €

Solución: Son 7 amigos y pagaron 70 € cada uno.

5. Un comerciante quiere vender por 60000 € los ordenadores que tiene en su almacén. Pero se le estropean dos y tiene que vender los otros 50 € más caros para recaudar lo mismo. ¿Cuántos ordenadores tenía y a qué precio los vendió?

x = nº ordenadores y = precio de venta de cada uno

Vender por 60000 €: xy = 60000

Se estropean 2 y vende 50€ más caro cada uno: (x– 2)(y + 50) = 60000

Planteamos el sistema:

$$\begin{cases} x\cdot y = 60000 \\ (x-2)(y+50) = 60000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x\cdot y = 60000 \\ xy + 50x - 2y - 100 = 60000 \rightarrow 50x - 2y - 100 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\cdot y = 60000 \rightarrow x(25x-50) = 60000 \rightarrow x(x-2) = 2400 \rightarrow x^2 - 2x - 2400 = 0 \\ 25x - y - 50 = 0 \rightarrow y = 25x - 50 \end{cases}$$

$$x^2 - 2x - 2400 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm 98}{2} = \begin{cases} x_1 = 50 \rightarrow y = 1200 \\ x_2 = -48 \text{ (no válida)} \end{cases}$$

Al subir el precio 50 €, vende cada ordenador a 1250 €

Solución: vende 48 ordenadores a 1250 € cada uno.

6. Un transportista va a una ciudad que está a 300 km de distancia. Al volver, su velocidad media ha sido superior en 10 km/h a la velocidad de ida, y ha tardado una hora menos. Calcula las velocidades y los tiempos empleados a la ida y a la vuelta.

v = velocidad de ida t = tiempo de ida

Recorre 300 Km : v t = 300

Aumenta la velocidad en 10 km/h y disminuye una hora: (v + 10)(t – 1) = 300

Planteamos el sistema:

$$\begin{cases} v\cdot t = 300 \\ (v+10)(t-1) = 300 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v\cdot t = 300 \\ vt + 10t - v - 10 = 300 \rightarrow 10t - v - 10 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v\cdot t = 300 \rightarrow (10t-10)t = 300 \rightarrow (t-1)t = 30 \rightarrow t^2 - t - 30 = 0 \\ v = 10t - 10 \end{cases}$$

$t^2 - t - 30 = 0 \rightarrow (t - 6)(t + 5) = 0 \rightarrow t = 6 \rightarrow v = 50$ Km/h

Solución: A la ida va a 50 km/h y tarda 6 horas. A la vuelta va a 60 km/h y tarda 5 horas.

7. Tenemos una parcela rectangular. Si su base disminuye en 80 m y su altura aumenta en 40 m, se convierte en un cuadrado. Si disminuye en 60 m su base y su altura aumenta en 20 m, entonces su área disminuye en 400 m^2. ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela?

x = base y = altura

Base disminuye 80 m y altura aumenta 40 m, se convierte en un cuadrado: x – 80 = y + 40

Base disminuye 60 m y altura aumenta 20 m, área disminuye 400 m^2: (x – 60)(y + 20) = xy – 400

Planteamos el sistema:

$$\begin{cases} x - 80 = y + 40 \\ (x-60)(y+20) = xy - 400 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y + 120 \\ xy + 20x - 60y - 1200 = xy - 400 \rightarrow 20x - 60y = 800 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 120 \\ x - 3y = 40 \rightarrow y + 120 - 3y = 40 \rightarrow -2y = -80 \rightarrow y = 40 \rightarrow x = 160 \end{cases}$$

Solución: Las dimensiones son 160 m x 40 m

8. Halla las dimensiones de un rectángulo cuya diagonal mide 13 m, y su área, 60 m^2.

x = base y = altura

Diagonal = 13 $\rightarrow x^2 + y^2 = 169$

Área = 60 $\rightarrow$ xy = 60

Planteamos el sistema:

$$\begin{cases} xy = 60 \\ x^2 + y^2 = 169 \end{cases} \rightarrow y = \frac{60}{x} \rightarrow x^2 + \left(\frac{60}{x}\right)^2 = 169 \rightarrow x^2 + \frac{3600}{x^2} = 169 \rightarrow x^4 + 3600 = 169x^2$$

Resolvemos la ecuación bicuadrada, para ello realizamos el cambio $z = x^2$

$$z^2 - 169z + 3600 = 0 \rightarrow z = \frac{169 \pm 1619}{2} = \begin{cases} z_1 = 144 \rightarrow x = 12 \rightarrow y = 5 \\ z_2 = 25 \rightarrow x = 5 \rightarrow y = 12 \end{cases}$$

Solución: Las dimensiones del rectángulo son 5 m y 12 m.

9. El lado de un rombo mide 5 cm, y su área, 24 cm^2. Calcula la longitud de sus diagonales.

2x = diagonal mayor 2y = diagonal menor

Lado = 5: $x^2 + y^2 = 25$

Área = 24: $2x \cdot 2y = 2 \cdot 24 \rightarrow xy = 12$

Planteamos el sistema:

$$\begin{cases} xy = 12 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{12}{x} \\ x^2 + \left(\dfrac{12}{x}\right)^2 = 25 \rightarrow x^2 + \dfrac{144}{x^2} = 25 \rightarrow x^4 + 144 = 25x^2 \end{cases}$$

Resolvemos la ecuación bicuadrada, para ello realizamos el cambio $z = x^2$

$$z^2 - 25z + 144 = 0 \rightarrow z = \frac{25 \pm 7}{2} = \begin{cases} z_1 = 16 \rightarrow x = 4 \rightarrow y = 3 \\ z_2 = 9 \rightarrow x = 3 \rightarrow y = 4 \end{cases}$$

Solución: Las diagonales del rombo miden 6 y 8 cm.

10. Halla el radio y la generatriz de un cono que tiene 15 cm de altura y cuya área lateral es de 136π cm^2.

x = radio y = generatriz

Altura = 15: $y^2 = x^2 + 15^2 \rightarrow y^2 - x^2 = 225$

Área = 136π: $\pi xy = 136\pi \rightarrow xy = 136$

Planteamos el sistema:

$$\begin{cases} xy = 136 \\ y^2 - x^2 = 225 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{136}{x} \\ \left(\dfrac{136}{x}\right)^2 - x^2 = 225 \rightarrow \dfrac{18496}{x^2} - x^2 = 225 \rightarrow 18496 - x^4 = 225x^2 \end{cases}$$

Resolvemos la ecuación bicuadrada, para ello realizamos el cambio $z = x^2$

$$z^2 + 225z - 1496 = 0 \rightarrow z = \frac{-225 \pm 353}{2} = \begin{cases} z_1 = 64 \rightarrow x = 8 \rightarrow y = 17 \\ z_2 = -280 \text{ (no válido)} \end{cases}$$

Solución: El radio mide 8 cm y la generatriz, 17 cm.