

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ALGEBRAICOS**

- 1.- La razón de dos números es tres quintos y si aumentamos el denominador una unidad y disminuimos el numerador en 2 unidades la nueva razón es  $\frac{4}{11}$ . ¿Cuáles son los dos números?
- 2.- En un monedero hay un total de 50 monedas con un valor de 7 euros. Si las monedas son de 5 y 20 céntimos, ¿cuántas hay de cada clase?
- 3.- Un estudiante se compromete a presentar a su padre la resolución de 5 problemas por día. El padre por cada problema bien resuelto le da 75 céntimos y el hijo abona a su padre 60 céntimos por cada problema que no resuelva o esté mal resuelto. Al cabo de 15 días, el hijo ganó 22'5 €. ¿Cuántos problemas resolvió bien?
- 4.- La suma de dos números es 78 y su cociente es 5. Halla dichos números.
- 5.- El cociente de una división es 3 y el resto 5. Si el divisor disminuye en dos unidades el cociente aumenta en una unidad y el nuevo resto es 1. Hallar el dividendo y el divisor.
- 6.- Hallar una fracción tal que si se le añade 1 al numerador se convierte en un tercio y añadiendo 1 a su denominador sea igual a un cuarto.
- 7.- La base de un rectángulo es 6 m mayor que la altura. Si la altura disminuye en 2 m y la base aumenta en 4 m, el área del nuevo rectángulo es 8 m<sup>2</sup> mayor que el del primero. Calcula sus dimensiones.
- 8.- Hallar los catetos de un triángulo rectángulo, sabiendo que la hipotenusa mide 13 cm y que la diferencia entre sus catetos es 7 cm.
- 9.- Hallar la base y la altura de un rectángulo, sabiendo que su diagonal mide 50 cm y que la base tiene 10 cm más que la altura.
- 10.- Halla dos números cuya suma es 78 y su producto 1296.

Soluciones

1.- La razón de dos números es tres quintos y. ¿Cuáles son los dos números?

Sean x e y, ambos números:

La razón entre ambos números es  $\frac{3}{5} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{5}$

Si aumentamos y en una unidad y disminuimos x en 2 unidades la nueva razón es  $\frac{4}{11} \Rightarrow \frac{x-2}{y+1} = \frac{4}{11}$

Planteamos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{5} \\ \frac{x-2}{y+1} = \frac{4}{11} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = 3y \\ 11x - 22 = 4y + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 11x - 4y = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -20x + 12y = 0 \\ 33x - 12y = 78 \\ 13x = 78 \end{cases} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow 30 = 3y \Rightarrow y = 10$$

Luego, los dos números son 10 y 6.

2.- En un monedero hay un total de 50 monedas con un valor de 7 euros. Si las monedas son de 5 y 20 céntimos, ¿cuántas hay de cada clase?

Definimos como x = nº de monedas de 5 céntimos

y = nº de monedas de 20 céntimos

Hay un total de 50 monedas :  $x + y = 50$

Se tiene 7 € = 700 céntimos :  $5x + 20y = 700$

Planteamos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 5x + 20y = 700 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5x - 5y = -250 \\ 5x + 20y = 700 \\ 15y = 450 \end{cases} \Rightarrow y = 30 \Rightarrow x = 20$$

Hay 20 monedas de 5 céntimos y 30 monedas de 20 céntimos

3.- Un estudiante se compromete a presentar a su padre la resolución de 5 problemas por día. El padre por cada problema bien resuelto le da 75 céntimos y el hijo abona a su padre 60 céntimos por cada problema que no resuelva o esté mal resuelto. Al cabo de 15 días, el hijo ganó 22'5 €. ¿Cuántos problemas resolvió bien?

Sea x = nº de problemas correctos  $\Rightarrow$  Gana: 75x

y = nº de problemas incorrectos  $\Rightarrow$  Abona a su padre: 60y

Nº total de preguntas:  $5 \cdot 15 = 75$

Planteamos el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 75 \\ 75x - 60y = 2250 \end{cases}$$

$$75x - 60(75 - x) = 2250 \Rightarrow 75x - 4500 + 60x = 2250 \Rightarrow 135x = 6750 \Rightarrow x = 50$$

Luego resolvió correctamente 50 problemas.

**4.- La suma de dos números es 78 y su cociente es 5. Halla dichos números.**

Sean  $x$  e  $y$  ambos números los dos números consecutivos.

La suma es 78:  $x + y = 78$

El cociente es 5:  $\frac{x}{y} = 5 \Rightarrow x = 5y$

El sistema a resolver es:

$$\begin{cases} x + y = 78 \\ x = 5y \end{cases} \Rightarrow 5y + y = 78 \Rightarrow 6y = 78 \Rightarrow y = 13 \Rightarrow x = 78 - 13 = 65$$

Los números son 65 y 13

**5.- El cociente de una división es 3 y el resto 5. Si el divisor disminuye en dos unidades el cociente aumenta en una unidad y el nuevo resto es 1. Hallar el dividendo y el divisor.**

Sea  $x$  = dividendo

$y$  = divisor

Sabemos que  $D = d \cdot c + r$

El cociente de una división es 3 y el resto 5s :  $x = 3y + 5$

Si el divisor disminuye en 2 el cociente aumenta en 1 y el nuevo resto es 1:  $x = 4(y - 2) + 1$

$$\left. \begin{array}{l} x = 3y + 5 \\ x = 4(y - 2) + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 3y + 5 = 4y - 7 \Rightarrow y = 12 \Rightarrow x = 36 + 5 = 41$$

El dividendo es 41 y el cociente es 12.

**6.- Hallar una fracción tal que si se le añade 1 al numerador se convierte en un tercio y añadiendo 1 a su denominador sea igual a un cuarto.**

Sea  $x$  = numerador

$y$  = denominador

Si se le añade 1 al numerador se convierte en un tercio:  $\frac{x+1}{y} = \frac{1}{3}$

Si se le añade 1 al denominador se convierte en un cuarto:  $\frac{x}{y+1} = \frac{1}{4}$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+1}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{x}{y+1} = \frac{1}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 3x - y = -3 \\ 4x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x + y = 3 \\ 4x - y = 1 \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow 16 - y = 1 \Rightarrow 15 = y$$

La fracción es  $\frac{4}{15}$

7.- La base de un rectángulo es 6 m mayor que la altura. Si la altura disminuye en 2 m y la base aumenta en 4 m, el área del nuevo rectángulo es  $8 \text{ m}^2$  mayor que el del primero. Calcula sus dimensiones.

Sea  $x = \text{base}$  e  $y = \text{altura}$

La base es 6 m más que la altura:  $x - y = 6$

El 2º área aumenta en  $8 \text{ m}^2$ :  $(y - 2)(x + 4) = xy + 8$

Planteamos el sistema: 
$$\begin{cases} x - y = 6 \\ (x + 4)(y - 2) = xy + 8 \end{cases}$$

Si  $y = x - 6 \rightarrow (x + 4)(x - 8) = x(x - 6) + 8$

$$x^2 + 4x - 8x - 32 = x^2 - 6x + 8 \Rightarrow 2x = 40 \Rightarrow x = 20$$

La base mide 20 y la altura 14

8.- Hallar los catetos de un triángulo rectángulo, sabiendo que la hipotenusa mide 13 cm y que la diferencia entre sus catetos es 7 cm.

Los catetos son  $x$ ,  $y$

La diferencia entre sus catetos es 7:  $x - y = 7$

La hipotenusa es 13:  $13^2 = x^2 + y^2$

Planteamos el sistema: 
$$\begin{cases} x - y = 7 \\ x^2 + y^2 = 13^2 \end{cases}$$

$$\text{Si } x = y + 7 \rightarrow 13^2 = (y + 7)^2 + y^2 \rightarrow 169 = y^2 + 14y + 49 + y^2 \rightarrow x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-60)}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm 17}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{-7 + 17}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{-7 - 17}{2} = -12 \end{cases}$$

Los catetos son 5 y 12 cm.

9.- Hallar la base y la altura de un rectángulo, sabiendo que su diagonal mide 50 cm y que la base tiene 10 cm más que la altura.

Sea  $x = \text{altura}$ ,  $y = \text{base}$

La base tiene 10 cm más que la altura:  $y = x + 10$

La hipotenusa es 50:  $y^2 + x^2 = 25^2$

Planteamos el sistema: 
$$\begin{cases} y = x + 10 \\ x^2 + y^2 = 25^2 \end{cases}$$

$$(x + 10)^2 + x^2 = 2500 \Rightarrow x^2 + 100 + 20x + x^2 = 2500 \Rightarrow x^2 + 10x - 1200 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot (-1200)}}{2 \cdot 1} = \frac{-10 \pm 70}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{-10 + 70}{2} = 30 \\ x_2 = \frac{-10 - 70}{2} = -40 \end{cases}$$

La base es 40 cm y la altura es 30 cm

10.- Halla dos números cuya suma es 78 y su producto 1296.

Los números son  $x$  e  $y$ .

La suma es 78:  $x + y = 78$

Producto es 1296:  $xy = 1296$

$\left. \begin{array}{l} \text{La suma es 78: } x + y = 78 \\ \text{Producto es 1296: } xy = 1296 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Planteamos el sistema: } \begin{cases} x + y = 78 \\ xy = 1296 \end{cases}$

$$\text{Si } y = 78 - x \rightarrow (78 - x)x = 1296$$

$$78x - x^2 = 1296 \Rightarrow x^2 - 78x + 1296 = 0$$

$$x = \frac{78 \pm \sqrt{78^2 - 4 \cdot 1296}}{2 \cdot 1} = \frac{78 \pm 30}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{78 + 30}{2} = 54 \\ x_2 = \frac{78 - 30}{2} = 24 \end{cases}$$

Los números son 54 y 24.

www.yoquieroaprobar.es