

# 5

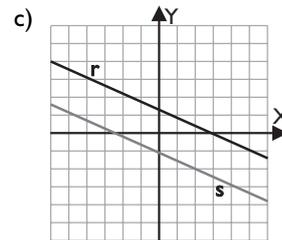
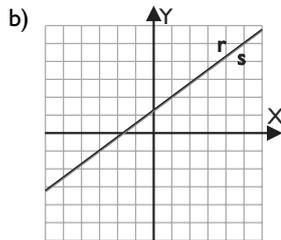
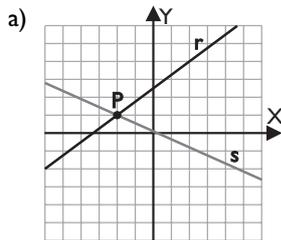
# Sistema de ecuaciones e inecuaciones



## 1. Sistemas lineales. Resolución gráfica

### ■ Piensa y calcula

Indica, en cada caso, cómo son las rectas y en qué puntos se cortan:



**Solución:**

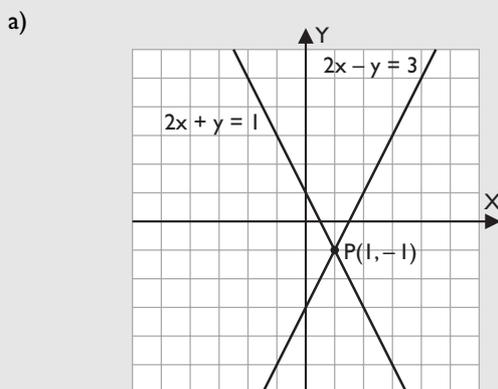
- a) Las rectas  $r$  y  $s$  son secantes, se cortan en el punto  $P(-2, 1)$
- b) Las rectas  $r$  y  $s$  son coincidentes, tienen todos los puntos comunes.
- c) Las rectas  $r$  y  $s$  son paralelas, no se cortan.

### ● Aplica la teoría

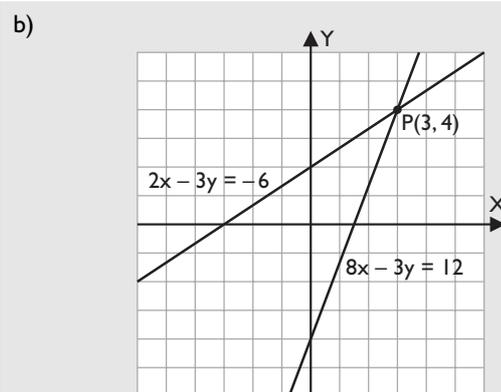
1. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{array} \right\} \qquad \text{b) } \left. \begin{array}{l} 2x - 3y = -6 \\ 8x - 3y = 12 \end{array} \right\} \end{array}$$

**Solución:**



Solución:  $x = 1, y = -1$



Solución:  $x = 3, y = 4$

2. Clasifica sin resolver los siguientes sistemas:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 5x - 4y = 7 \\ 2x + 3y = 4 \end{array} \right\} \qquad \text{b) } \left. \begin{array}{l} 3x - 5y = -4 \\ 6x - 10y = -7 \end{array} \right\} \end{array}$$

**Solución:**

a)  $\frac{5}{2} \neq \frac{-4}{3}$  Sistema compatible determinado.

b)  $\frac{3}{6} = \frac{-5}{-10} \neq \frac{-4}{-7}$  Sistema incompatible.

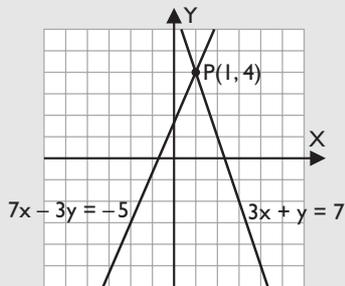
3. Clasifica los siguientes sistemas y resuélvelos gráficamente:

a)  $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 7x - 3y = -5 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} 4x - 5y = -10 \\ 12x - 15y = 12 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 4x + 3y = 8 \\ -8x - 6y = -16 \end{cases}$       d)  $\begin{cases} x - 3y = -6 \\ 5x - 3y = 6 \end{cases}$

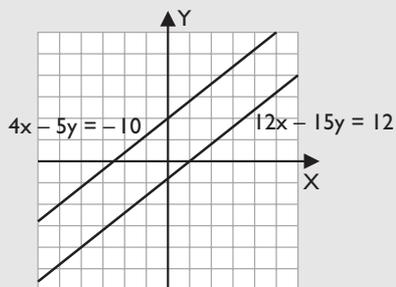
**Solución:**

a)  $\frac{3}{7} \neq \frac{1}{-3}$  Sistema compatible determinado.



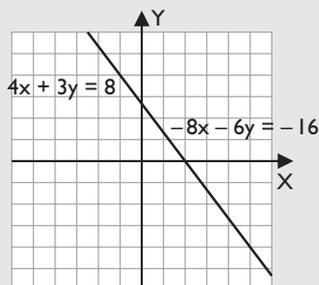
Solución:  $x = 1, y = 4$

b)  $\frac{4}{12} = \frac{-5}{-15} \neq \frac{-10}{12}$  Sistema incompatible.



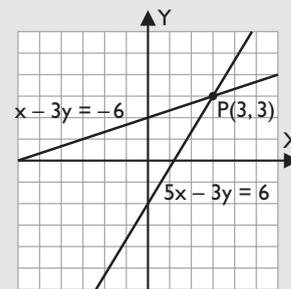
Rectas paralelas.

c)  $\frac{4}{-8} = \frac{3}{-6} = \frac{8}{-16}$  Sistema compatible indeterminado.



Rectas coincidentes.

d)  $\frac{1}{5} \neq \frac{-3}{-3}$  Sistema compatible determinado.



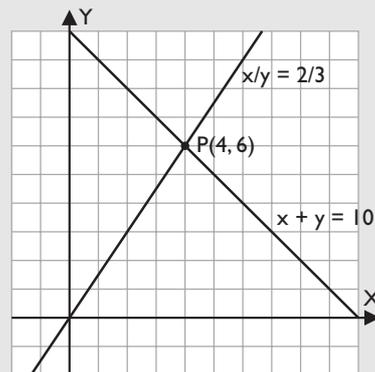
Solución:  $x = 3, y = 3$

4. Halla una fracción equivalente a  $\frac{2}{3}$  sabiendo que la suma de sus términos es 10

**Solución:**

$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \\ x + y = 10 \end{cases}$

Se resuelve gráficamente:



Solución:  $x = 4, y = 6$

5. Determina el valor de  $k$  para que el siguiente sistema sea:

- a) Compatible indeterminado.  
b) Compatible determinado.

$\begin{cases} 3x + ky = 2 \\ 6x - y = 4 \end{cases}$

**Solución:**

a)  $\frac{3}{6} = \frac{k}{-1} = \frac{2}{4} \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$

b)  $k \neq -\frac{1}{2}$

## 2. Sistemas lineales. Resolución algebraica

### ■ Piensa y calcula

Dado el siguiente sistema, suma mentalmente las dos ecuaciones y halla el valor de  $x$ . Luego sustituye el valor que hayas obtenido en la primera ecuación y halla el valor de  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 0 \\ 2x - y = 9 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

$$3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

$$3 + y = 0 \Rightarrow y = -3$$

### ● Aplica la teoría

6. Resuelve por el método más adecuado los siguientes sistemas y razona por qué eliges ese método:

$$\begin{array}{ll} \left. \begin{array}{l} a) \ x + 3y = 6 \\ \quad 5x - 2y = 13 \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} b) \ 6x - 7y = 10 \\ \quad 14x - 12y = 32 \end{array} \right\} \end{array}$$

**Solución:**

a) Sustitución, porque es muy fácil despejar la  $x$  de la 1ª ecuación.

$$\text{Solución: } x = 3, y = 1$$

b) Reducción, porque no es fácil despejar ninguna incógnita.

$$\text{Solución: } x = 4, y = 2$$

7. Resuelve por el método más adecuado los siguientes sistemas y razona por qué eliges ese método:

$$\begin{array}{ll} \left. \begin{array}{l} a) \ x + 3y = 11 \\ \quad x - 2y = -14 \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} b) \ 2x - y = -4 \\ \quad 3x + 5y = 7 \end{array} \right\} \end{array}$$

**Solución:**

a) Igualación o reducción, porque es muy fácil despejar  $x$  en las dos ecuaciones, y porque se pueden restar y desaparece la  $x$

$$\text{Solución: } x = -4, y = 5$$

b) Sustitución, porque es muy fácil despejar la  $y$  de la 1ª ecuación.

$$\text{Solución: } x = -1, y = 2$$

8. Resuelve por el método más adecuado los siguientes sistemas y razona por qué eliges ese método:

$$\begin{array}{ll} \left. \begin{array}{l} a) \ 4x - y = 7 \\ \quad 3x + y = 7 \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} b) \ 7x + 3y = 1 \\ \quad 5x - 6y = 17 \end{array} \right\} \end{array}$$

**Solución:**

a) Igualación o reducción, porque es muy fácil despejar  $y$  en las dos ecuaciones, y porque se pueden sumar y desaparece la  $y$

$$\text{Solución: } x = 2, y = 1$$

b) Reducción, porque no es fácil despejar ninguna incógnita.

$$\text{Solución: } x = 1, y = -2$$

9. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x-4}{5} = \frac{y+1}{10} \\ \frac{x-2}{10} = \frac{y-4}{5} \end{array} \right\}$$

**Solución:**

Se multiplican por 10 ambas ecuaciones y se obtiene el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 8 = y + 1 \\ x - 2 = 2y - 8 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y = 9 \\ x - 2y = -6 \end{array} \right\}$$

Se resuelve por sustitución despejando  $x$  de la 2ª ecuación:

$$\text{Solución: } x = 8, y = 7$$

10. La suma de dos números es 88 y su diferencia es 40. Halla los dos números.

**Solución:**

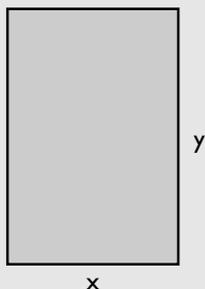
$$\left. \begin{array}{l} x + y = 88 \\ x - y = 40 \end{array} \right\}$$

Se resuelve por reducción:

$$\text{Solución: } x = 64, y = 24$$

11. Halla los lados de un rectángulo sabiendo que el perímetro mide 120 m y que la base es los 2/3 de la altura.

**Solución:**



$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 120 \\ x = 2y/3 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 60 \\ 3x = 2y \end{array} \right\}$$

Se resuelve por sustitución, despejando  $y$  de la 1ª ecuación:

Solución:  $x = 24$  m,  $y = 36$  m

### 3. Método de Gauss

#### ■ Piensa y calcula

Calcula mentalmente el valor de  $z$  en la 3ª ecuación. Sustituye ese valor en la 2ª ecuación y calcula mentalmente el valor de  $y$ . Sustituye el valor de  $z$  y de  $y$  en la 1ª ecuación, y calcula mentalmente el valor de  $x$

$$\left. \begin{array}{l} x + y - z = 0 \\ y + z = 6 \\ 3z = 6 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

$$z = 2 \quad y = 4 \quad x = -2$$

#### ● Aplica la teoría

12. Resuelve, aplicando el método de Gauss, los sistemas:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 2x + y - 3z = 1 \\ \quad x - 2y + 4z = 19 \\ \quad 3x + 4y - z = 1 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{b) } x + y + z = 2 \\ \quad 2x - y + 3z = 11 \\ \quad x + 2y - z = -2 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

$$\begin{array}{l} \text{a) } x = 5, y = -3, z = 2 \\ \text{b) } x = 3, y = -2, z = 1 \end{array}$$

13. Resuelve, aplicando el método de Gauss, los sistemas:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 2x - y + z = -8 \\ \quad x + 3y - 2z = 5 \\ \quad 2x + y + 3z = 4 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{b) } x + y - z = 0 \\ \quad 2x - 3y + z = 13 \\ \quad -3x + 2y + 5z = -8 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

$$\begin{array}{l} \text{a) } x = -3, y = 4, z = 2 \\ \text{b) } x = 3, y = -2, z = 1 \end{array}$$

14. Resuelve, aplicando el método de Gauss, los sistemas:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 2x - y + z = 11 \\ \quad x - y + 3z = 15 \\ \quad 3x + 2y - 5z = -17 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{b) } 4x - y - z = 0 \\ \quad 2x + y + z = 3 \\ \quad 6x - 2y - 3z = -6 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

$$\text{a) } x = 2, y = -4, z = 3 \quad \text{b) } x = 1/2, y = -3, z = 5$$

15. Calcula tres números tales que la suma de los tres es 9. El mediano disminuido en una unidad es la tercera parte de la suma del mayor y el menor. La diferencia entre el mayor y el menor excede en uno al mediano.

**Solución:**

$x$ : el número menor.

$y$ : el número mediano.

$z$ : el número mayor.

$$x + y + z = 9$$

$$y - 1 = (x + z)/3$$

$$z - x = y + 1$$

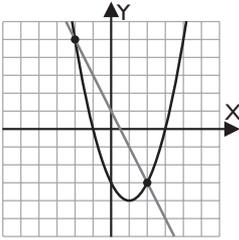
$$x = 1, y = 3, z = 5$$

## 4. Sistemas de ecuaciones no lineales

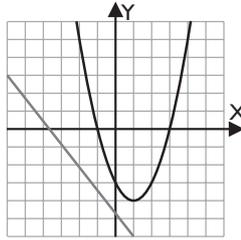
### ■ Piensa y calcula

Indica en cada caso cómo son la parábola y la recta y en cuántos puntos se cortan:

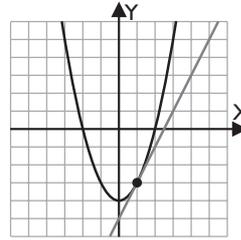
a)



b)



c)



#### Solución:

- a) La parábola y la recta son secantes, se cortan en dos puntos.  
 b) La parábola y la recta son exteriores, no se cortan.  
 c) La parábola y la recta son tangentes, se cortan en un punto.

### ● Aplica la teoría

16. Resuelve los siguientes sistemas y di si son compatibles o incompatibles:

$$\left. \begin{array}{l} a) \ x - 2y = 0 \\ \quad x^2 + y^2 = 20 \end{array} \right\} \quad b) \ \left. \begin{array}{l} y = \frac{2}{x-3} \\ x - y = 2 \end{array} \right\}$$

#### Solución:

- a) Se despeja  $x$  en la 1ª ecuación y se sustituye en la 2ª  
 Soluciones:  $x_1 = 4, y_1 = 2; x_2 = -4, y_2 = -2$   
 Sistema compatible.  
 b) Se sustituye el valor de  $y$  de la 1ª ecuación en la 2ª  
 Soluciones:  $x_1 = 1, y_1 = -1; x_2 = 4, y_2 = 2$   
 Sistema compatible.

17. Resuelve el siguiente sistema y di si es compatible o incompatible:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 2 \\ y = x^2 - 3x - 4 \end{array} \right\}$$

#### Solución:

Se sustituye el valor de  $y$  de la 2ª ecuación en la 1ª  
 Soluciones:  $x_1 = 3, y_1 = -4; x_2 = -2, y_2 = 6$   
 Sistema compatible.

18. Resuelve el sistema y di si es compatible o incompatible:

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{2}{x-1} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1 \end{array} \right\}$$

#### Solución:

Se multiplica la 2ª ecuación por 2 y se sustituye el valor de  $y$  de la 1ª ecuación en la 2ª  
 No tiene solución.  
 Sistema incompatible.

19. La suma de los cuadrados de dos números es 52 y la diferencia entre los dos números es 2. Calcula dichos números.

#### Solución:

$$\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 52 \\ x - y = 2 \end{array}$$

Se despeja  $x$  en la 2ª ecuación y se sustituye su valor en la 1ª

$$\text{Soluciones: } x_1 = 6, y_1 = 4; x_2 = -4, y_2 = -6$$

20. Calcula dos números cuyo cociente es 16 y su producto es 256

#### Solución:

$$\begin{array}{l} x/y = 16 \\ xy = 256 \end{array}$$

Se despeja  $x$  de la 1ª ecuación y se sustituye en la 2ª  
 Soluciones:  $x_1 = 64, y_1 = 4; x_2 = -64, y_2 = -4$

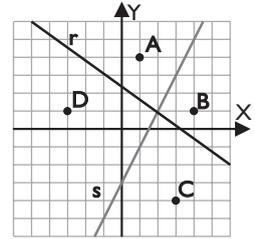
## 5. Inecuaciones y sistemas de inecuaciones

### ■ Piensa y calcula

Comprueba qué puntos de los representados en el dibujo verifican a la vez las inecuaciones:

$$3x + 4y \leq 10$$

$$2x - y \leq 3$$



#### Solución:

Punto A(1, 4):

$$3 \cdot 1 + 4 \cdot 4 = 3 + 16 = 19 \text{ no es } \leq 10$$

$$2 \cdot 1 - 4 = 2 - 4 = -2 \leq 3$$

Punto B(4, 1):

$$3 \cdot 4 + 4 \cdot 1 = 12 + 4 = 16 \text{ no es } \leq 10$$

$$2 \cdot 4 - 1 = 8 - 1 = 7 \text{ no es } \leq 3$$

Punto C(3, -4):

$$3 \cdot 3 + 4 \cdot (-4) = 9 - 16 = -7 \leq 10$$

$$2 \cdot 3 - 4 = 6 - 4 = 2 \text{ no es } \leq 3$$

Punto D(-3, 1):

$$3 \cdot (-3) + 4 \cdot 1 = -9 + 4 = -5 \leq 10$$

$$2 \cdot (-3) - 1 = -6 - 1 = -7 \leq 3$$

Solo el punto D(-3, 1)

### ● Aplica la teoría

21. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $x + y < 5$

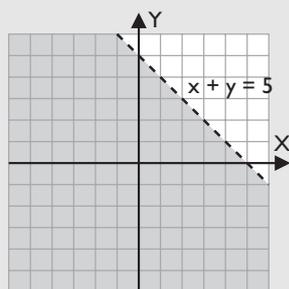
b)  $2x + 3y \geq 6$

c)  $x + 3y > 9$

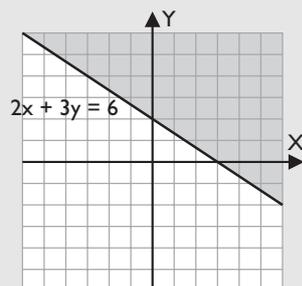
d)  $x - y \leq 3$

#### Solución:

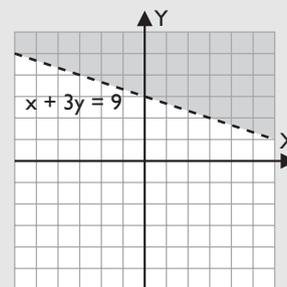
a)



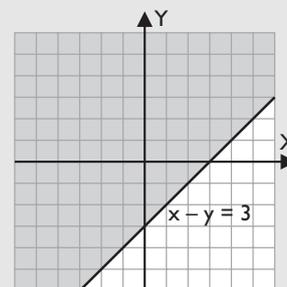
b)



c)



b)

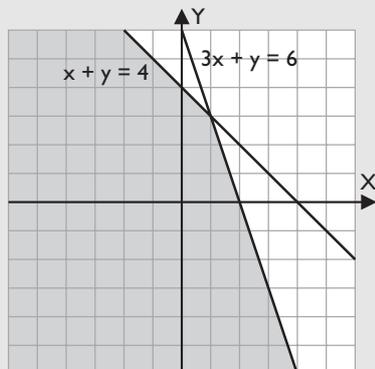


22. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

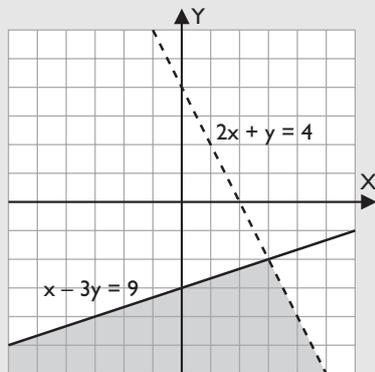
a)  $\begin{cases} x + y \leq 4 \\ 3x + y \leq 6 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} 2x + y < 4 \\ x - 3y \geq 9 \end{cases}$

**Solución:**

a)



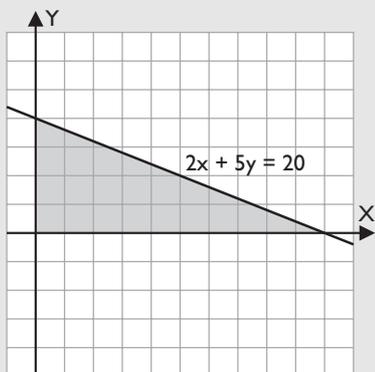
b)



23. Se dispone de 20 € para comprar cuerda de dos tipos que valen 2 € y 5 € el metro, respectivamente. Representa en el plano la región que nos da todas las soluciones posibles de metros de cuerda que se pueden comprar.

**Solución:**

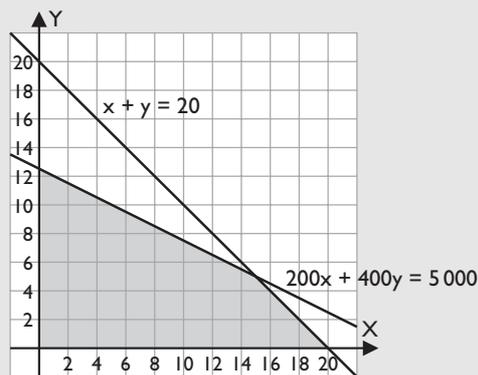
$x \geq 0$   
 $y \geq 0$   
 $2x + 5y \leq 20$



24. Un comerciante desea comprar dos tipos de televisores T1 y T2, que cuestan 200 € y 400 €, respectivamente. Solo dispone de sitio para almacenar 20 televisores y de 5 000 € para gastar. Representa en el plano el recinto de todas las posibles soluciones de la cantidad de televisores de cada tipo que puede comprar.

**Solución:**

$x \geq 0$   
 $y \geq 0$   
 $x + y \leq 20$   
 $200x + 400y \leq 5\,000$



# Ejercicios y problemas

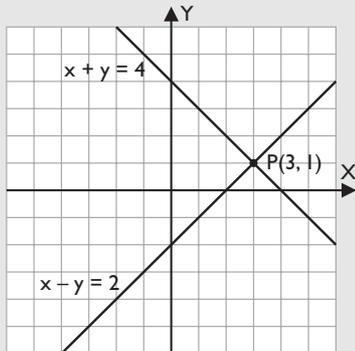
## 1. Sistemas lineales. Resolución gráfica

25. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{array} \right\} \\ \text{b) } \left. \begin{array}{l} x - 3y = 0 \\ -x + y = 2 \end{array} \right\} \end{array}$$

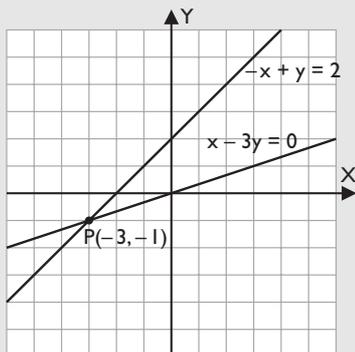
**Solución:**

a)



Solución:  $x = 3, y = 1$

b)



Solución:  $x = -3, y = -1$

26. Clasifica, sin resolver, los siguientes sistemas:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x - y = 5 \\ 2x - 3y = 1 \end{array} \right\} \\ \text{b) } \left. \begin{array}{l} 5x - y = 4 \\ 10x - 2y = 8 \end{array} \right\} \end{array}$$

**Solución:**

a)  $\frac{3}{2} \neq \frac{-1}{-3}$  Sistema compatible determinado.

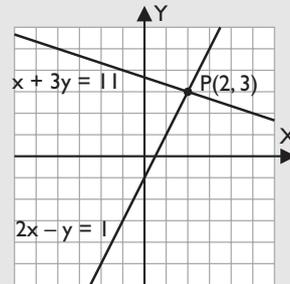
b)  $\frac{5}{10} = \frac{-1}{-2} = \frac{4}{8}$  Sistema compatible indeterminado.

27. Clasifica los siguientes sistemas y resuélvelos gráficamente:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 2x - y = 1 \\ x + 3y = 11 \end{array} \right\} \\ \text{b) } \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 2 \\ 6x + 4y = 4 \end{array} \right\} \\ \text{c) } \left. \begin{array}{l} 2x - 10y = 6 \\ 3x - 15y = 9 \end{array} \right\} \\ \text{d) } \left. \begin{array}{l} x - y = 3 \\ -x + y = 2 \end{array} \right\} \end{array}$$

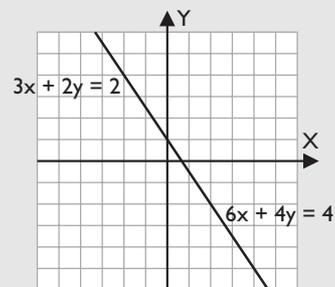
**Solución:**

a)  $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{3}$  Sistema compatible determinado.



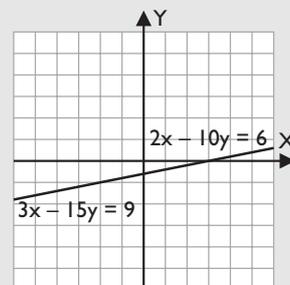
Solución:  $x = 2, y = 3$

b)  $\frac{3}{6} = \frac{2}{4} = \frac{2}{4}$  Sistema compatible indeterminado.



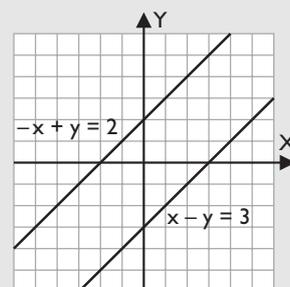
Rectas coincidentes.

c)  $\frac{2}{3} = \frac{-10}{-15} = \frac{6}{9}$  Sistema compatible indeterminado.



Rectas coincidentes.

d)  $\frac{1}{-1} = \frac{-1}{1} \neq \frac{3}{2}$  Sistema incompatible.



Rectas paralelas.

# Ejercicios y problemas

## 2. Sistemas lineales.

### Resolución algebraica

28. Resuelve por el método más adecuado los siguientes sistemas y razona por qué eliges ese método:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 3x - 2y = 16 \\ 5x + y = 18 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{b) } 6x + 5y = -2 \\ 7x + 9y = 42 \end{array} \right\}$$

#### Solución:

a) Sustitución, porque es muy fácil despejar la  $y$  de la 2ª ecuación.

$$\text{Solución: } x = 4, y = -2$$

b) Reducción, porque no es fácil despejar ninguna incógnita.

$$\text{Solución: } x = -12, y = 14$$

29. Resuelve por el método más adecuado los siguientes sistemas y razona por qué eliges ese método:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 3x + 4y = 14 \\ 7x - 3y = -29 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{b) } x + 2y = 2 \\ x - 8y = -3 \end{array} \right\}$$

#### Solución:

a) Reducción, porque no es fácil despejar ninguna incógnita.

$$\text{Solución: } x = -2, y = 5$$

b) Igualación o reducción, porque es muy fácil despejar  $x$  en las dos ecuaciones y porque se pueden restar y desaparece la  $x$

$$\text{Solución: } x = 1, y = 1/2$$

30. Resuelve por el método más adecuado los siguientes sistemas y razona por qué eliges ese método:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 3x - 2y = -2 \\ 5x + 8y = -60 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{b) } 2x + y = 13 \\ 3x - y = 7 \end{array} \right\}$$

#### Solución:

a) Reducción, porque no es fácil despejar ninguna incógnita.

$$\text{Solución: } x = -4, y = -5$$

b) Igualación o reducción, porque es muy fácil despejar  $y$  en las dos ecuaciones y porque se pueden sumar y desaparece la  $y$

$$\text{Solución: } x = 4, y = 5$$

31. Resuelve por el método más adecuado el siguiente sistema y razona por qué eliges ese método:

$$\left. \begin{array}{l} x + 5y = 21 \\ x - y = 3 \end{array} \right\}$$

#### Solución:

Igualación o reducción, porque es muy fácil despejar  $x$  en las dos ecuaciones y porque se pueden restar y desaparece la  $x$

$$\text{Solución: } x = 6, y = 3$$

32. Resuelve por el método más adecuado el siguiente sistema y razona por qué eliges ese método:

$$\left. \begin{array}{l} 8x - 5y = 15 \\ 2x + 3y = 25 \end{array} \right\}$$

#### Solución:

Reducción, porque no es fácil despejar ninguna incógnita.

$$\text{Solución: } x = 5, y = 5$$

33. Resuelve por el método más adecuado el siguiente sistema y razona por qué eliges ese método:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + y = 5 \\ 5x - y = 11 \end{array} \right\}$$

#### Solución:

Igualación o reducción, porque es muy fácil despejar  $y$  en las dos ecuaciones y porque se pueden sumar y desaparece la  $y$

$$\text{Solución: } x = 2, y = -1$$

34. Resuelve por el método más adecuado el siguiente sistema y razona por qué eliges ese método:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 6 \\ 2x + 5y = -15 \end{array} \right\}$$

#### Solución:

Reducción, porque no es fácil despejar ninguna incógnita.

$$\text{Solución: } x = 0, y = -3$$

35. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x-y}{3} + 5 = 2y + \frac{x+1}{6} \\ x + y = 1 \end{array} \right\}$$

#### Solución:

Se multiplica por 6 la primera ecuación y se trasponen términos.

$$\text{Solución: } x = -1, y = 2$$

36. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = \frac{2}{3} \end{array} \right\}$$

#### Solución:

Se multiplica la 1ª ecuación por 4 y la 2ª por 6

$$\text{Solución: } x = 2, y = 1$$

37. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} &= 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} &= 2 \end{aligned} \right\}$$

**Solución:**

Se multiplica la 1ª ecuación por 6 y la 2ª por 4

Solución:  $x = 6, y = 4$

38. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{3} - y &= \frac{5}{3} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} &= \frac{3}{4} \end{aligned} \right\}$$

**Solución:**

Se multiplica la 1ª ecuación por 3 y la 2ª por 4

Solución:  $x = 2, y = -1$

39. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{5} + \frac{y}{3} &= 0 \\ x + \frac{y}{3} &= 4 \end{aligned} \right\}$$

**Solución:**

Se multiplica la 1ª ecuación por 15 y la 2ª por 3

Solución:  $x = 5, y = -3$

40. Se tienen 13,9 € en 47 monedas de 20 céntimos y de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada tipo se tienen?

**Solución:**

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 47 \\ 0,2x + 0,5y &= 13,9 \end{aligned} \right\}$$

$x = 32$  monedas de 20 céntimos.

$y = 15$  monedas de 50 céntimos.

41. El ángulo desigual de un triángulo isósceles mide la cuarta parte de cada uno de los ángulos iguales. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos?

**Solución:**

$$\left. \begin{aligned} x + 2y &= 180 \\ x &= y/4 \end{aligned} \right\}$$

$x = 20^\circ$

$y = 80^\circ$



### 3. El Método de Gauss

42. Resuelve el siguiente sistema aplicando el método de Gauss:

$$\left. \begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ 2x - y - 3z &= -9 \\ 3x + y - 2z &= -1 \end{aligned} \right\}$$

**Solución:**

$x = 1, y = 2, z = 3$

43. Resuelve el siguiente sistema aplicando el método de Gauss:

$$\left. \begin{aligned} 2x + y - 2z &= -10 \\ 3x - 4y + 5z &= 14 \\ x + y - z &= -4 \end{aligned} \right\}$$

**Solución:**

$x = -1, y = 2, z = 5$

44. Resuelve el siguiente sistema aplicando el método de Gauss:

$$\left. \begin{aligned} 2x - 3y + z &= 10 \\ x + y - 2z &= -5 \\ 5x - 2y - 2z &= 6 \end{aligned} \right\}$$

**Solución:**

$x = 2, y = -1, z = 3$

45. Resuelve el siguiente sistema aplicando el método de Gauss:

$$\left. \begin{aligned} 3x - 2y - z &= 7 \\ 4x + y - 2z &= -5 \\ 2x - 3y - 4z &= -7 \end{aligned} \right\}$$

**Solución:**

$x = 2, y = -3, z = 5$

### 4. Sistemas de ecuaciones no lineales

46. Resuelve el siguiente sistema y di si es compatible o incompatible:

$$\left. \begin{aligned} 5x - y &= 3 \\ 5x^2 - y &= 13 \end{aligned} \right\}$$

**Solución:**

Se despeja  $y$  de las dos ecuaciones y se igualan los valores obtenidos.

Soluciones:  $x_1 = 2, y_1 = 7; x_2 = -1, y_2 = -8$

Sistema compatible.

# Ejercicios y problemas

47. Resuelve el siguiente sistema y di si es compatible o incompatible:

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{6}{x} \\ 2y = 3x \end{array} \right\}$$

**Solución:**

Se sustituye el valor de  $y$  de la 1ª ecuación en la 2ª

Soluciones:  $x_1 = 2, y_1 = 3; x_2 = -2, y_2 = -3$

Sistema compatible.

48. Resuelve el siguiente sistema y di si es compatible o incompatible:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

Se despeja  $y$  en la 1ª ecuación y se sustituye en la 2ª

No tiene solución.

Sistema incompatible.

49. Resuelve el siguiente sistema y di si es compatible o incompatible:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4x}{3} + y = \frac{25}{3} \\ x^2 + y^2 = 25 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

Se despeja  $y$  en la 1ª ecuación y se sustituye en la 2ª

Solución:  $x = 4, y = 3$

Sistema compatible.

50. Resuelve el sistema y di si es compatible o incompatible:

$$\left. \begin{array}{l} 8x - y^2 = 0 \\ 2x - y = 8 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

Se despeja  $y$  en la 2ª ecuación y se sustituye en la 1ª

Soluciones:  $x_1 = 2, y_1 = -4; x_2 = 8, y_2 = 8$

Sistema compatible.

51. Resuelve el sistema y di si es compatible o incompatible:

$$\left. \begin{array}{l} 4x = y^2 \\ 2x - y = -2 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

Se despeja  $y$  en la 2ª ecuación y se sustituye en la 1ª

No tiene solución.

Sistema incompatible.

## 5. Inecuaciones y sistemas de inecuaciones

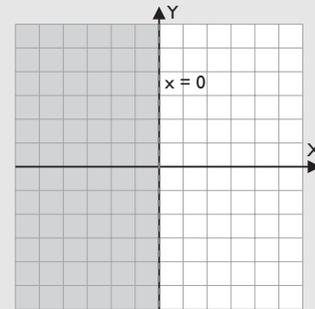
52. Representa en el plano las regiones limitadas por las siguientes inecuaciones:

a)  $x < 0$

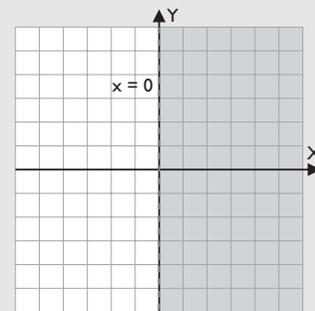
b)  $x > 0$

**Solución:**

a)



b)



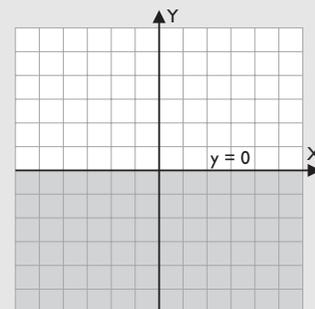
53. Representa en el plano las regiones limitadas por las siguientes inecuaciones:

a)  $y \leq 0$

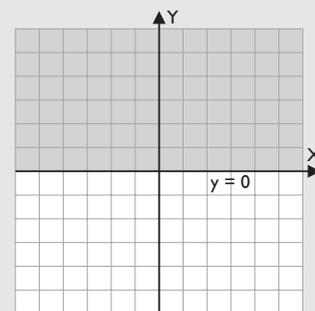
b)  $y \geq 0$

**Solución:**

a)



b)



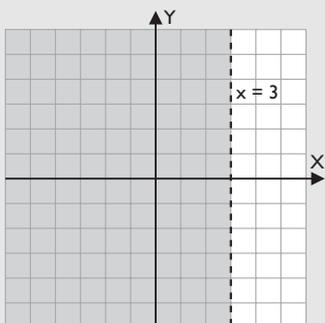
54. Representa en el plano las regiones limitadas por las siguientes inecuaciones:

a)  $x < 3$

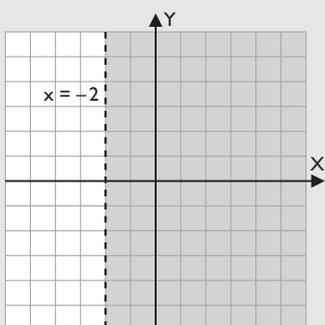
b)  $x > -2$

**Solución:**

a)



b)



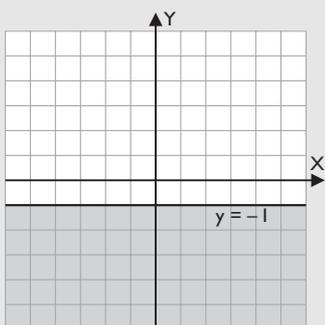
55. Representa en el plano las regiones limitadas por las siguientes inecuaciones:

a)  $y \leq -1$

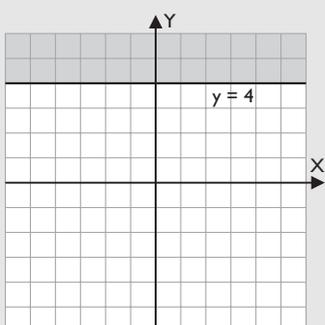
b)  $y \geq 4$

**Solución:**

a)



b)



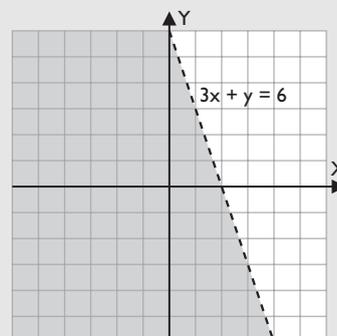
56. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $3x + y < 6$

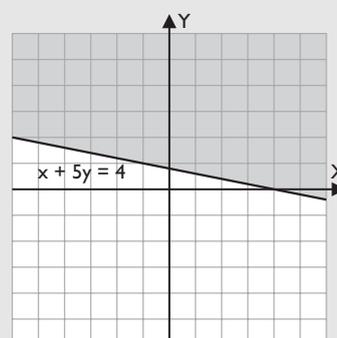
b)  $x + 5y \geq 4$

**Solución:**

a)



b)



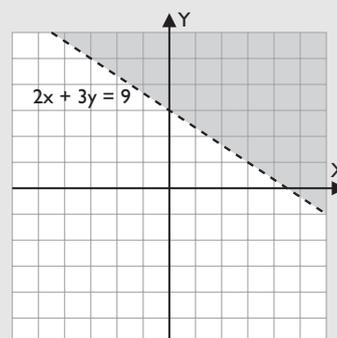
57. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $2x + 3y > 9$

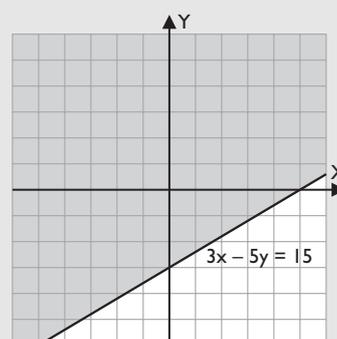
b)  $3x - 5y \leq 15$

**Solución:**

a)



b)



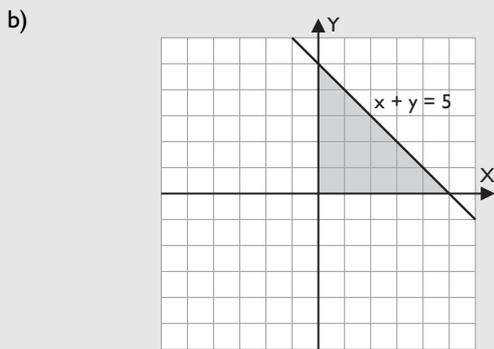
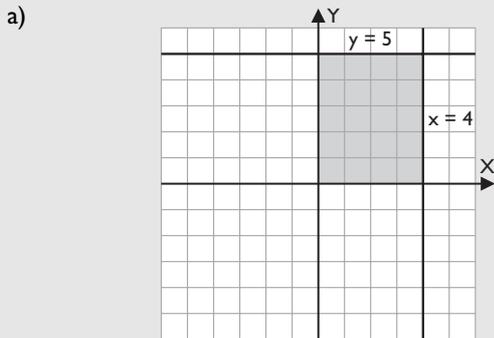
# Ejercicios y problemas

58. Representa en el plano las regiones limitadas por los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq 5 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$

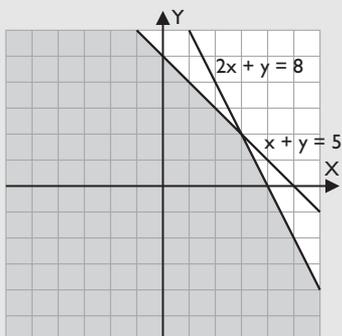
**Solución:**



59. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ 2x + y \leq 8 \end{cases}$$

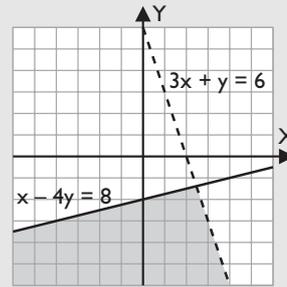
**Solución:**



60. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 3x + y < 6 \\ x - 4y \geq 8 \end{cases}$$

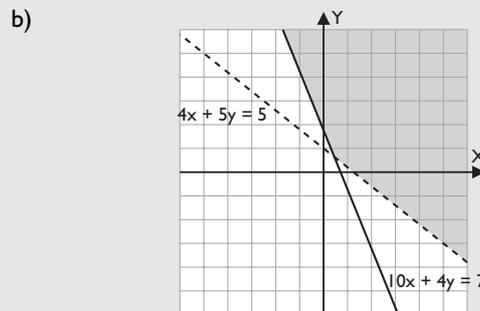
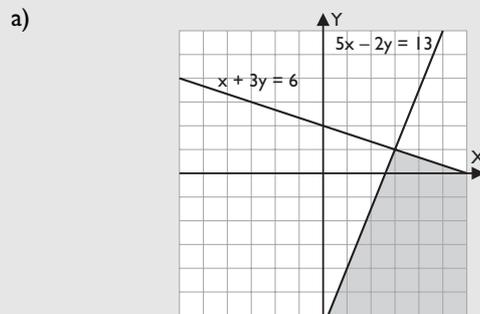
**Solución:**



61. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$a) \begin{cases} x + 3y \leq 6 \\ 5x - 2y \geq 13 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 4x + 5y > 5 \\ 10x + 4y \geq 7 \end{cases}$$

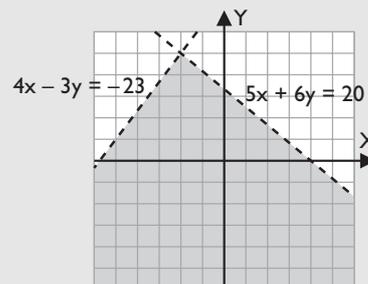
**Solución:**



62. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 5x + 6y < 20 \\ 4x - 3y > -23 \end{cases}$$

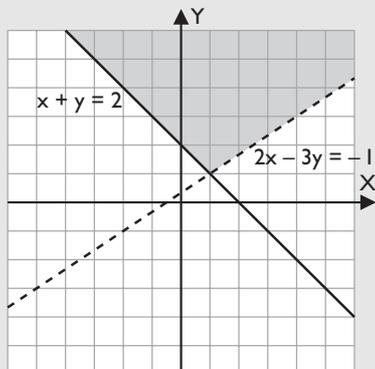
**Solución:**



63. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y < -1 \\ x + y \geq 2 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

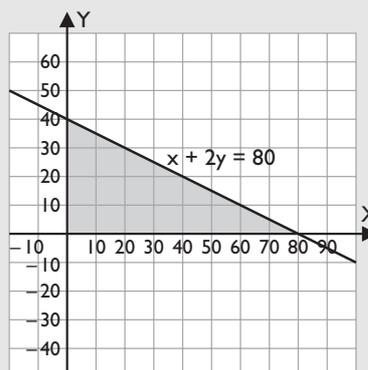


64. En una fábrica de bicicletas se utiliza 1 kg de acero para un tipo de bicicletas y 2 kg para otro tipo. En la fábrica solo se dispone de 80 kg. Representa en el plano la región de todas las soluciones posibles del número de bicicletas que pueden fabricar de cada tipo.

**Solución:**

$$\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 80 \end{array}$$

Las posibles soluciones son los pares  $(x, y)$  de números enteros que hay en el recinto.



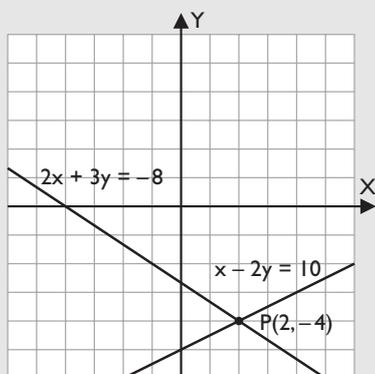
## Para ampliar

65. Clasifica el sistema siguiente y resuélvelo gráficamente:

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y = 10 \\ 2x + 3y = -8 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

$$\frac{1}{2} \neq \frac{-1}{3} \quad \text{Sistema compatible determinado.}$$



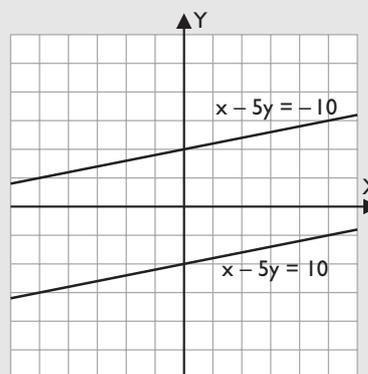
Solución:  $x = 2, y = -4$

66. Clasifica el sistema siguiente y resuélvelo gráficamente:

$$\left. \begin{array}{l} x - 5y = 10 \\ x - 5y = -10 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

$$\frac{1}{1} = \frac{-5}{-5} \neq \frac{10}{-10} \quad \text{Sistema incompatible.}$$



Rectas paralelas, no tiene solución.

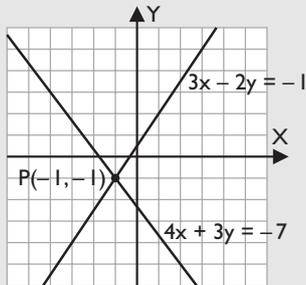
# Ejercicios y problemas

67. Clasifica los sistemas siguientes y resuélvelos gráficamente:

$$\left. \begin{array}{l} a) \ 3x - 2y = -1 \\ \quad 4x + 3y = -7 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} b) \ x - 2y = 2 \\ \quad -2x + 4y = -4 \end{array} \right\}$$

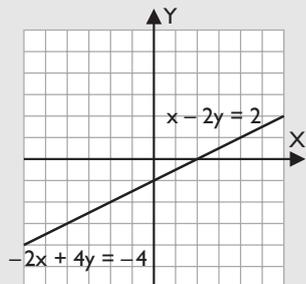
**Solución:**

a)  $\frac{3}{4} \neq \frac{-2}{3}$  Sistema compatible determinado.



Solución:  $x = -1, y = -1$

b)  $\frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} = \frac{2}{-4}$  Sistema compatible indeterminado.



Rectas coincidentes.

68. Determina el valor de  $k$  para que el siguiente sistema sea:

a) Compatible indeterminado.

b) Incompatible.

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = k \\ 8x + 12y = 7 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

a)  $\frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{k}{7} \Rightarrow k = \frac{7}{4}$

b)  $k \neq \frac{7}{4}$

69. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+y}{6} - \frac{y-x}{3} = 2 \\ \frac{x}{2} + \frac{2x+y}{3} = \frac{14}{3} \end{array} \right\}$$

**Solución:**

Se multiplica la 1ª ecuación por 6 y la 2ª también por 6  
 $x = 4, y = 0$

70. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 0,7x - 1,4y = -\frac{28}{5} \\ 1,2x + 0,8y = 0 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

$x = -2, y = 3$

71. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + z = \frac{17}{12} \\ \frac{x+y}{3} - \frac{z}{2} = -\frac{1}{6} \\ \frac{x}{2} - \frac{y+z}{6} = 1 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

Se multiplica la 1ª ecuación por 12, la 2ª y 3ª por 6 y se resuelve por Gauss.

$x = 2, y = -1, z = 1$

72. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 18 \\ \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \\ \frac{x}{3} = \frac{z}{5} \end{array} \right\}$$

**Solución:**

Se multiplica la 2ª ecuación por 12, la 3ª por 15 y se resuelve por Gauss.

$x = 9/2, y = 6, z = 15/2$

73. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{6}{x} \\ x^2 + y^2 = 13 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

Se sustituye el valor de  $y$  de la 1ª ecuación en la 2ª

$x_1 = 2, y_1 = 3$

$x_2 = -2, y_2 = -3$

$x_3 = 3, y_3 = 2$

$x_4 = -3, y_4 = -2$

74. Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = \frac{3}{x} \\ y + x = \frac{2}{y} \end{array} \right\}$$

**Solución:**

Se multiplica la 1ª ecuación por  $x$  y la 2ª por  $y$ . Se despeja  $x$  de la 2ª ecuación y se sustituye su valor en la 1ª

$x_1 = 1, y_1 = 1$

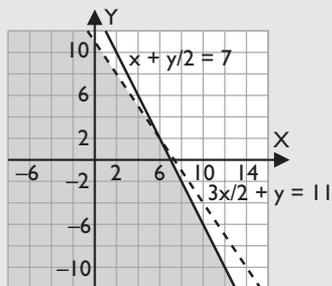
$x_2 = -1, y_2 = -1$

75. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

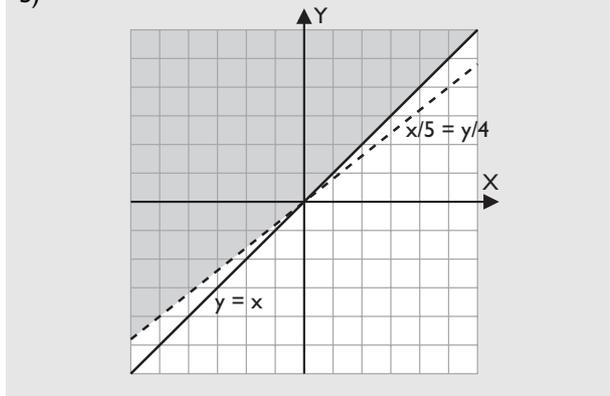
$$a) \begin{cases} \frac{3x}{2} + y \leq 11 \\ x + \frac{y}{2} < 7 \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{x}{5} < \frac{y}{4} \\ y \geq x \end{cases}$$

**Solución:**

a)



b)



## Problemas

76. Halla dos números tales que el doble del mayor más el triple del menor es 19 y el mayor excede en dos unidades al menor.

**Solución:**

$$\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ x = y + 2 \end{cases} \\ x = 5, y = 3$$

77. Halla dos números sabiendo que uno es el triple del otro y que entre los dos suman 64

**Solución:**

$$\begin{cases} y = 3x \\ x + y = 64 \end{cases} \\ x = 16, y = 48$$

78. El perímetro de un triángulo isósceles mide 75 m y cada uno de los lados iguales mide el doble del lado desigual. ¿Cuánto mide cada lado?

**Solución:**



$$\begin{cases} 2x + y = 75 \\ x = 2y \end{cases} \\ x = 30 \text{ m}, y = 15 \text{ m}$$

79. Halla dos números cuya suma es 87 y el menor, aumentado en 30 unidades, es el doble del mayor.

**Solución:**

$$\begin{cases} x + y = 87 \\ x + 30 = 2y \end{cases} \\ x = 48, y = 39$$

80. Halla los términos de una fracción tal que si se les suman 3 unidades a sus términos es equivalente a  $1/2$  y si se les restan 4 unidades es equivalente a  $2/5$

**Solución:**

$$\begin{cases} \frac{x+3}{y+3} = \frac{1}{2} \\ \frac{x-4}{y-4} = \frac{2}{5} \end{cases} \\ x = 18, y = 39$$

81. Por 3 camisas y 2 corbatas se han pagado 186 €, y por 5 camisas y 4 corbatas se han pagado 330 €. Calcula el precio de cada artículo.

**Solución:**

$$\begin{cases} 3x + 2y = 186 \\ 5x + 4y = 330 \end{cases} \\ \text{Cada camisa: } x = 42 \text{ €} \\ \text{Cada corbata: } y = 30 \text{ €}$$

82. Si se suman las edades de un padre y un hijo, se obtienen 54 años. Dentro de 9 años la edad del padre será el triple de la del hijo. ¿Qué edad tiene actualmente cada uno?

# Ejercicios y problemas

**Solución:**

	Ahora	Dentro de 9 años
Padre	$x$	$x + 9$
Hijo	$y$	$y + 9$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 54 \\ x + 9 = 3(y + 9) \end{array} \right\}$$

Edad del padre ahora:  $x = 45$  años.

Edad del hijo ahora:  $y = 9$  años.

83. El cuádruplo de un número más otro número es igual a 42 y el doble del primero menos la tercera parte del segundo es igual a 16. Calcula dichos números.

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} 4x + y = 42 \\ 2x - y/3 = 16 \end{array} \right\}$$

$$x = 9, y = 6$$

84. La diferencia de dos números es 50 y su suma es 42. Halla dichos números.

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 50 \\ x + y = 42 \end{array} \right\}$$

$$x = 46, y = -4$$

85. Calcula dos números tales que un cuarto de su suma es 45 y un tercio de la diferencia es 30

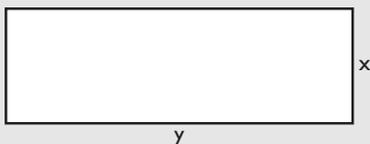
**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+y}{4} = 45 \\ \frac{x-y}{3} = 30 \end{array} \right\}$$

$$x = 135, y = 45$$

86. El perímetro de un rectángulo mide 128 m y uno de los lados es el triple del otro. ¿Cuánto mide cada lado?

**Solución:**



$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 128 \\ y = 3x \end{array} \right\}$$

$$x = 16 \text{ m}, y = 48 \text{ m}$$

87. Se ha comprado un libro y un disco que costaban 48 €. Sobre el precio se ha hecho una rebaja en cada artículo del 15% y del 10%, respectivamente. Si se ha ahorrado 5,7 €, ¿cuánto costaba cada producto?

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 48 \\ 0,15x + 0,1y = 5,7 \end{array} \right\}$$

$$\text{Libro: } x = 18 \text{ €}$$

$$\text{Cuaderno: } y = 30 \text{ €}$$

88. Hace 8 años la edad de un padre era 8 veces la de su hijo. Si dentro de 16 años la edad del padre será solamente el doble de la del hijo, ¿cuáles son las edades de ambos?

**Solución:**

	Ahora	Hace 8 años	Dentro de 16 años
Padre	$x$	$x - 8$	$x + 16$
Hijo	$y$	$y - 8$	$y + 16$

$$\left. \begin{array}{l} x - 8 = 8(y - 8) \\ x + 16 = 2(y + 16) \end{array} \right\}$$

Edad del padre ahora:  $x = 40$  años.

Edad del hijo ahora:  $y = 12$  años.

89. Calcula dos números cuya diferencia es 5 y la suma de sus cuadrados es 73

**Solución:**

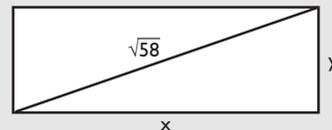
Números:  $x$  e  $y$

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 5 \\ x^2 + y^2 = 73 \end{array} \right\}$$

Los números son 8 y 3, o bien  $-3$  y  $-8$

90. Un rectángulo tiene 21 cm<sup>2</sup> de área y su diagonal mide  $\sqrt{58}$ . Calcula las dimensiones del rectángulo.

**Solución:**



$$\left. \begin{array}{l} xy = 21 \\ x^2 + y^2 = 58 \end{array} \right\}$$

$$x = 7, y = 3; \text{ o bien } x = 3, y = 7$$

Las dimensiones del rectángulo son 7 cm y 3 cm

El resto de soluciones no son válidas.

91. Para vallar una finca rectangular de  $600 \text{ m}^2$  se han utilizado  $100 \text{ m}$  de cerca. Calcula las dimensiones de la finca.

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} xy = 600 \\ x + y = 50 \end{array} \right\}$$

$$x = 30, y = 20; \text{ o bien, } x = 20, y = 30$$

Las dimensiones de la finca son  $30 \text{ m}$  y  $20 \text{ m}$

92. La suma de dos números es  $13$  y la suma de sus inversos es  $13/42$ . Calcula dichos números.

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 13 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{13}{42} \end{array} \right\}$$

$$x = 6, y = 7; \text{ o bien, } x = 7, y = 6$$

93. Halla dos números positivos sabiendo que su diferencia es  $4$  y su producto es  $32$

**Solución:**

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 4 \\ xy = 32 \end{array} \right\}$$

$$x_1 = 8, y_1 = 4$$

$$x_2 = -4, y_2 = -8$$

Como se piden valores positivos, la solución negativa no es válida.

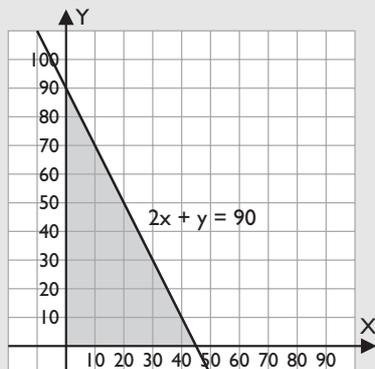
94. En una granja hacen dos clases de pienso, A y B, de forma que el tipo A requiere dos toneladas de un ingrediente vitamínico V, y el tipo B requiere 1 tonelada del mismo ingrediente. Representa en el plano la región de todas las soluciones posibles de la cantidad de pienso de los tipos A y B que se pueden fabricar si se dispone de  $90$  toneladas del ingrediente V.

**Solución:**

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$2x + y \leq 90$$



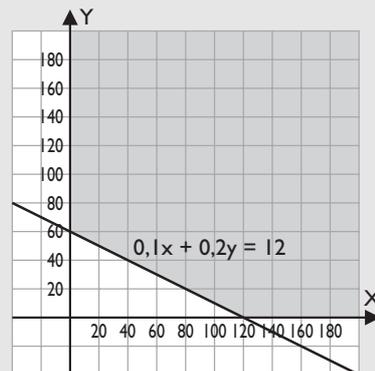
95. Para abonar una parcela de labranza se necesitan al menos  $12 \text{ kg}$  de nitrógeno. Se dispone de dos productos, P y Q, que llevan, respectivamente, un  $10\%$  y un  $20\%$  de nitrógeno. Representa en el plano la región que nos da las soluciones posibles de la cantidad de cada producto P y Q que se pueden usar.

**Solución:**

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$0,1x + 0,2y \geq 12$$



96. Una fábrica vende dos modelos de mesa, M1 y M2. Para su fabricación se necesitan  $2$  horas y  $3$  horas de trabajo manual, respectivamente, y  $2$  horas y  $1$  hora para acabado de pintura. El fabricante no puede sobrepasar las  $120$  horas de trabajo manual y el acabado de pintura de  $100$  horas al mes. Representa en el plano el recinto de las soluciones de la cantidad de mesas M1 y M2 que puede fabricar en un mes.

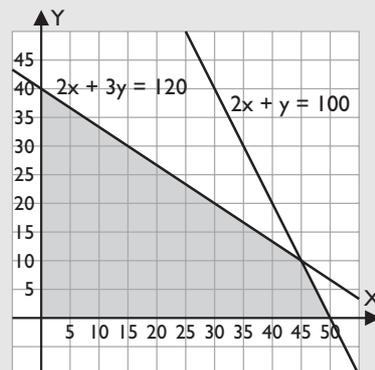
**Solución:**

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$2x + 3y \leq 120$$

$$2x + y \leq 100$$



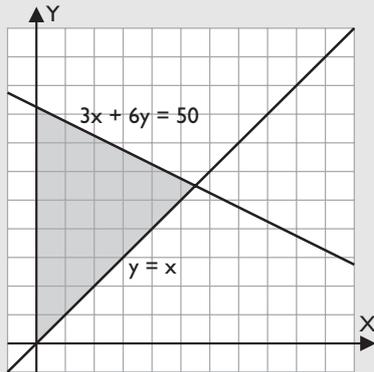
Las soluciones posibles son los pares  $(x, y)$  de números enteros que hay en el recinto.

97. Se dispone de  $50 \text{ €}$  para comprar revistas de deportes y de informática. El precio de las revistas es de  $3 \text{ €}$  y  $6 \text{ €}$ , respectivamente, y se desea comprar al menos el mismo número de revistas deportivas que de informática. Representa en el plano el recinto de las soluciones del número de revistas que se pueden comprar.

# Ejercicios y problemas

**Solución:**

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ 3x + 6y &\leq 50 \\ x &\leq y \end{aligned}$$



Las soluciones posibles son los pares  $(x, y)$  de números enteros que hay en el recinto.

## Para profundizar

98. Analiza si para algún valor de  $k$  el siguiente sistema puede ser:

$$\begin{cases} x + 2y = k \\ 4x + 8y = 4 \end{cases}$$

- Compatible determinado.
- Compatible indeterminado.
- Incompatible.

**Solución:**

- $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} \Rightarrow$  no puede ser compatible determinado.
- $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{k}{4} \Rightarrow$  para  $k = 1$  compatible indeterminado.
- Para  $k \neq 1$  incompatible.

99. ¿Qué condición deben cumplir  $m$  y  $n$  para que el siguiente sistema tenga solución?

$$\begin{cases} 2x + 5y = m \\ 6x + 10y = n \end{cases}$$

**Solución:**

Como  $\frac{2}{6} \neq \frac{5}{10}$  el sistema es compatible determinado siempre.  
Luego  $m$  y  $n$  pueden tomar cualquier valor.

100. En una tienda de deportes, 2 chándales y 3 pares de deportivos cuestan 216 €, y he pagado por ellos 144 €. Si en cada chándal hacen el 20% de descuento y en los deportivos el 40%, ¿cuánto costaba cada artículo?

**Solución:**

$$\begin{cases} 2x + 3y = 216 \\ 0,8 \cdot 2x + 0,6 \cdot 3y = 144 \end{cases} \quad \begin{aligned} \text{Chándal: } x &= 36 \text{ €} \\ \text{Deportivos: } y &= 48 \text{ €} \end{aligned}$$

101. Calcula una fracción tal que si al numerador se le suma 5, es equivalente a  $\frac{7}{3}$ , y si se le resta 3, es equivalente a 1

**Solución:**

$$\begin{cases} \frac{x+5}{y} = \frac{7}{3} \\ \frac{x-3}{y} = 1 \end{cases}$$

$x = 9, y = 6$ . La fracción es  $\frac{9}{6}$

102. Reparte 96 € proporcionalmente a 3 y 5

**Solución:**

$$\begin{cases} x + y = 96 \\ \frac{x}{y} = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$x = 36, y = 60$

103. Se desea obtener 5 400 kg de harina mezclando harina de dos tipos cuyos precios son 0,42 €/kg y 0,54 €/kg, respectivamente. ¿Cuántos kilogramos de harina de cada tipo se deben mezclar para que el precio de la mezcla sea de 0,5 €/kg?

**Solución:**

$$\begin{cases} x + y = 5400 \\ 0,42x + 0,54y = 0,5(x + y) \end{cases}$$

$x = 1800$  kg de 0,42 €/kg  
 $y = 3600$  kg de 0,54 €/kg

104. Se desea obtener una pieza de oro de 20 gramos fundiendo oro de una ley de 0,85 con oro de una ley de 0,75. ¿Qué cantidad de cada pieza de oro hay que fundir para obtener una ley de 0,81?

**Solución:**

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 0,85x + 0,75y = 0,81 \cdot 20 \end{cases}$$

$x = 12$  g de oro de ley 0,85  
 $y = 8$  g de oro de ley 0,75

105. Las diagonales de un rombo son proporcionales a 3 y 2. El área del rombo mide 243 cm<sup>2</sup>. Calcula las diagonales del rombo.

**Solución:**

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{2} \\ \frac{xy}{2} = 243 \end{cases} \quad x = 27, y = 18$$

Las diagonales miden: 27 cm y 18 cm

Las soluciones negativas no tienen sentido.

**Paso a paso**

106. Resuelve algebraica y gráficamente el siguiente sistema, clasifícalo y halla la solución si es compatible determinado.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

107. Resuelve el sistema siguiente:

$$\begin{cases} x + y > 2 \\ 2x - y \leq 4 \end{cases}$$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

108. **Internet.** Abre: [www.editorial-bruno.es](http://www.editorial-bruno.es), elige **Matemáticas, curso y tema.**

**Practica**

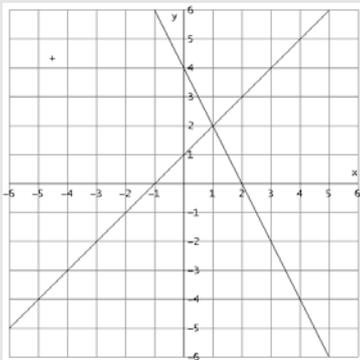
109. Resuelve algebraica y gráficamente los siguientes sistemas y, a la vista del resultado, clasifícalos:

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - y = -4 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - 2y = 2 \\ x - 2y = -2 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x + 4y = 4 \end{cases}$$

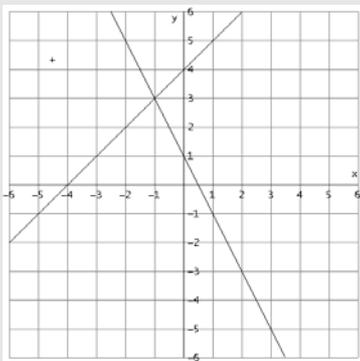
**Solución:**

a)  $x = 1, y = 2$



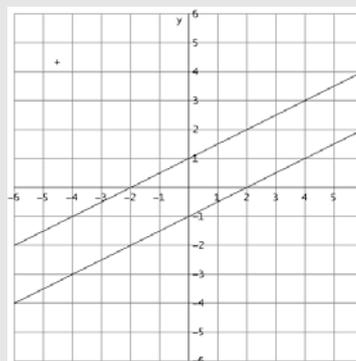
Sistema compatible determinado.

b)  $x = -1, y = 3$



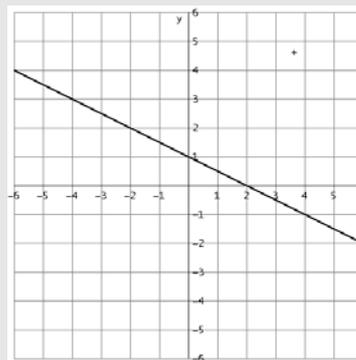
Sistema compatible determinado.

c) No tiene solución.



Sistema incompatible.

d) Infinitas soluciones.



Sistema compatible indeterminado.

110. Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas y, a la vista del resultado, clasifícalos:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ 4x + y = 13 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{2x-y}{2} + \frac{y}{5} = 5 \\ \frac{5x}{6} + \frac{y-x}{2} = 7 \end{cases}$$

**Solución:**

- a)  $x = 2, y = 5$                       b)  $x = 6, y = 10$

111. Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas y, a la vista del resultado, clasifícalos:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 3x + 2y - z = 3 \\ \quad x + y - 2z = -5 \\ \quad 2x + y + 3z = 16 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{b) } x + y + z = 4 \\ \quad 2x - y + 3z = -1 \\ \quad x + 2y - z = 7 \end{array} \right\}$$

**Solución:**

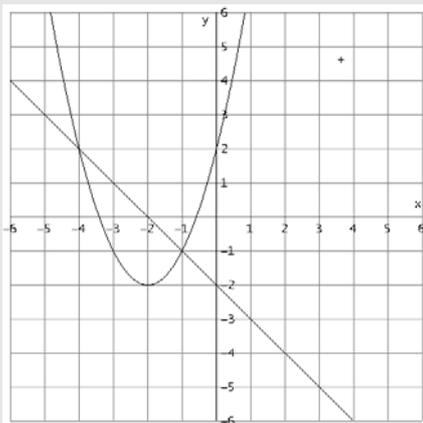
- a)  $x = 1, y = 2, z = 4$                       b)  $x = 1, y = 3, z = 0$

112. Resuelve algebraica y gráficamente los siguientes sistemas, clasifícalos y halla la solución si es compatible.

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } y = x^2 + 4x + 2 \\ \quad y = -x - 2 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{b) } x - 2y = 0 \\ \quad x^2 + y^2 = 20 \end{array} \right\}$$

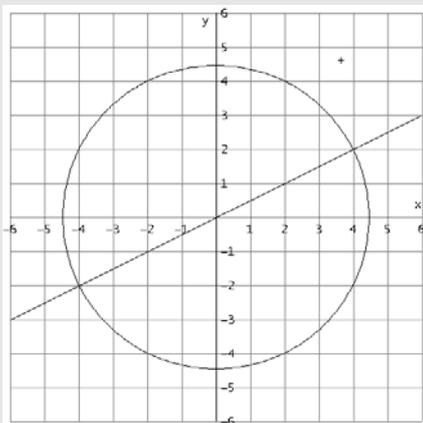
**Solución:**

- a)  $x_1 = -4, y_1 = 2; x_2 = -1, y_2 = -1$



Sistema compatible determinado.

- b)  $x_1 = 4, y_1 = 2; x_2 = -4, y_2 = -2$



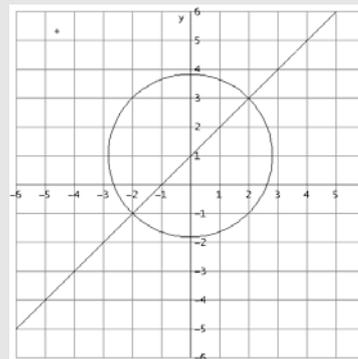
Sistema compatible determinado.

113. Resuelve algebraica y gráficamente los siguientes sistemas, clasifícalos y halla la solución si es compatible determinado.

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } x^2 + y^2 - 2y - 7 = 0 \\ \quad y = x + 1 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{b) } x^2 + y^2 = 17 \\ \quad x = 4y \end{array} \right\}$$

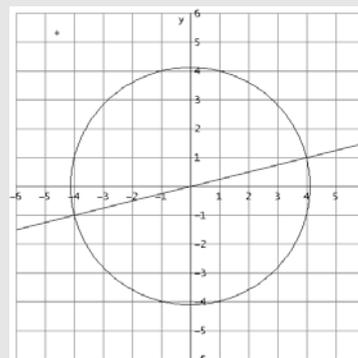
**Solución:**

- a)  $x_1 = 2, y_1 = 3; x_2 = -2, y_2 = -1$



Sistema compatible determinado.

- b)  $x_1 = 4, y_1 = 1; x_2 = -4, y_2 = -1$



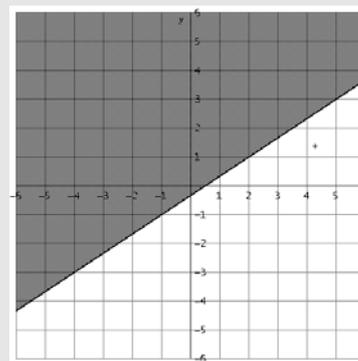
Sistema compatible determinado.

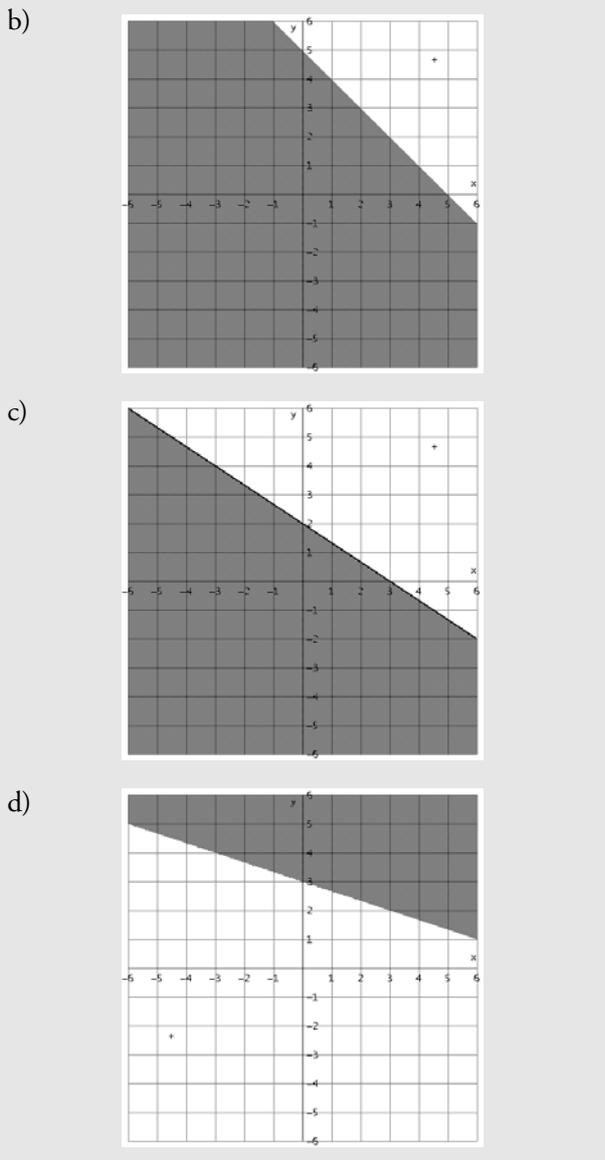
114. Resuelve gráficamente las siguientes inecuaciones:

- a)  $2x - 3y \leq 1$                       b)  $x + y < 5$   
 c)  $2x + 3y \leq 6$                       d)  $x + 3y > 9$

**Solución:**

a)

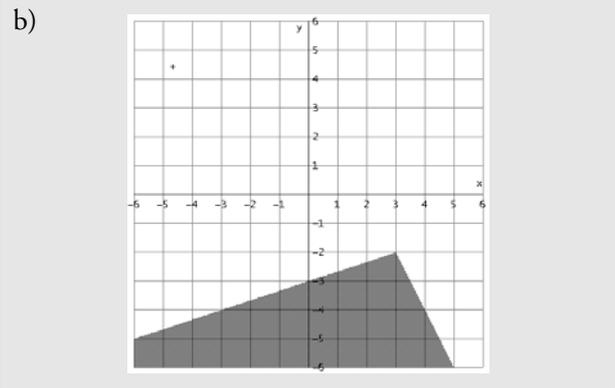
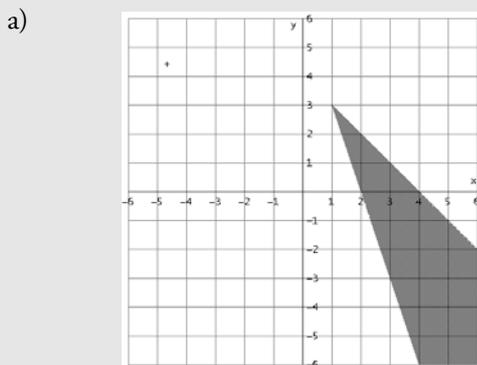




115. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} x + y \leq 4 \\ 3x + y \geq 6 \end{array} \right\} \\ \text{b) } \left. \begin{array}{l} 2x + y < 4 \\ x - 3y \geq 9 \end{array} \right\} \end{array}$$

**Solución:**



Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de *Wiris* o *DERIVE*:

116. Un rectángulo tiene  $15 \text{ cm}^2$  de área y su diagonal mide  $\sqrt{34}$ . Calcula las dimensiones del rectángulo.

**Solución:**

$$xy = 15$$

$$x^2 + y^2 = 34$$

El rectángulo mide 5 cm de largo y 3 cm de ancho.

117. Se han invertido 10 000 € en tres productos financieros. Entre el segundo y el tercero son los  $\frac{2}{3}$  del primero, y entre el primero y el tercero, el 70% del total de la inversión. Calcula la cantidad que se ha invertido en cada producto.

**Solución:**

$$x + y + z = 10\,000$$

$$y + z = \frac{2x}{3}$$

$$x + z = 7\,000$$

$$x = 6\,000 \text{ €}, y = 3\,000 \text{ €}, z = 1\,000 \text{ €}$$