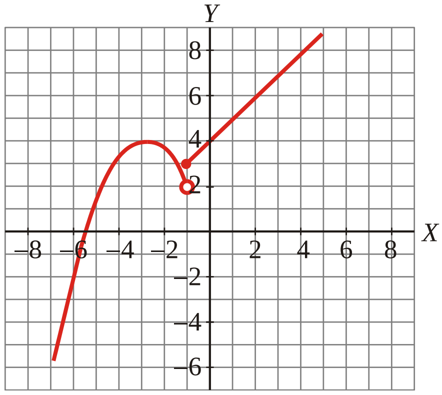
# EJERCICIOS DE LÍMITES DE FUNCIONES

***Ejercicio nº 1.-***

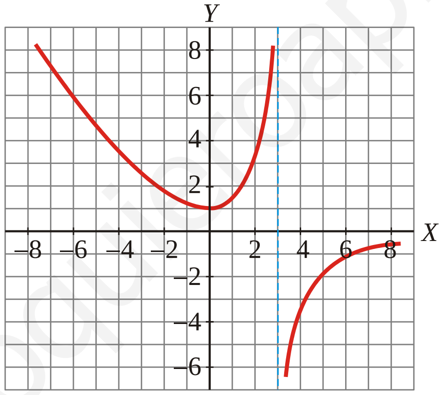
**A partir de la gráfica de *f(x)*, calcula:**




a) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \to -1^-} f(x)$ d) $\lim_{x \to -1^+} f(x)$ e) $\lim_{x \to -5} f(x)$

***Ejercicio nº 2.-***

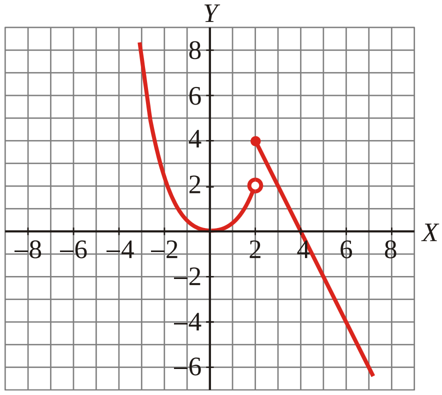
**La siguiente gráfica corresponde a la función *f(x)*. Sobre ella, calcula los límites:**




a) $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \to 3^-} f(x)$ d) $\lim_{x \to 3^+} f(x)$ e) $\lim_{x \to 0} f(x)$

***Ejercicio nº 3.-***

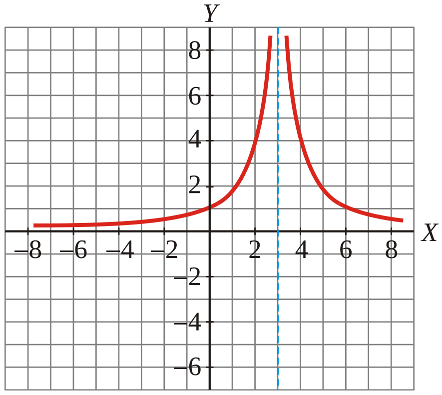
**Dada la siguiente gráfica de *f(x)*, calcula los límites que se indican:**




a) $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \to 2^-} f(x)$ d) $\lim_{x \to 2^+} f(x)$ e) $\lim_{x \to 0} f(x)$

**_Ejercicio nº 4.-_**

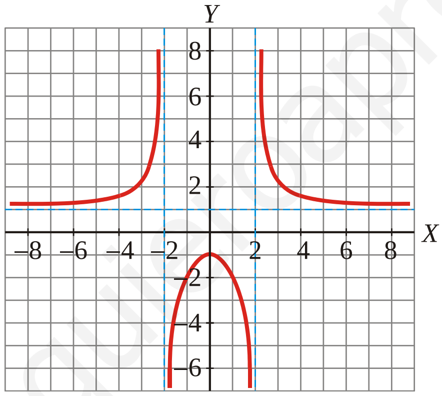
**Calcula los siguientes límites a partir de la gráfica de _f(x)_:**




**a)** $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ **b)** $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ **c)** $\lim_{x \to 3^-} f(x)$ **d)** $\lim_{x \to 3^+} f(x)$ **e)** $\lim_{x \to 0} f(x)$

**_Ejercicio nº 5.-_**

**Sobre la gráfica de _f(x),_ halla :**




**a)** $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ **b)** $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ **c)** $\lim_{x \to 2^-} f(x)$ **d)** $\lim_{x \to 2^+} f(x)$ **e)** $\lim_{x \to 0} f(x)$

**_Ejercicio nº 6.-_**

**Representa gráficamente los siguientes resultados:**

**a)** $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ **b)** $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$

**_Ejercicio nº 7.-_**

**Para la función** $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$, **sabemos que :**

$$\lim_{x \to 3^+} \frac{x+1}{x-3} = +\infty \quad \text{y} \quad \lim_{x \to 3^-} \frac{x+1}{x-3} = -\infty$$

**Representa gráficamente estos dos límites.**

***Ejercicio nº 8.-***

**Representa gráficamente:**

a) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$

b) $\lim_{x \to -1} g(x) = 0$

***Ejercicio nº 9.-***

**Representa los siguientes límites:**

$\lim_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \to 2^-} f(x) = +\infty$

***Ejercicio nº 10.-***

**Representa en cada caso los siguientes resultados:**

a) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$

b) $\lim_{x \to -\infty} g(x) = +\infty$

***Ejercicio nº 11.-***

**Calcula:**

a) $\lim_{x \to -2} (3 - x)^2$

b) $\lim_{x \to -8} \left(1 + \sqrt{-2x}\right)$

c) $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x$

***Ejercicio nº 12.-***

**Halla los límites siguientes:**

a) $\lim_{x \to 2} \frac{x - 3}{x^2 + x + 1}$

b) $\lim_{x \to -1} \sqrt{6 - 3x}$

c) $\lim_{x \to 1} \log x$

***Ejercicio nº 13.-***

**Resuelve:**

a) $\lim_{x \to 2} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{4}\right)$

b) $\lim_{x \to -2} 3^{x+1}$

c) $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} tg\, x$

***Ejercicio nº 14.-***

**Calcula el límite de la función** $f(x) = -\frac{x^4}{3} + \frac{x}{2}$ **en** $x = 1$ **y en** $x = 3$**.**

***Ejercicio nº 15.-***

**Calcula los siguientes límites:**

**a)** $\lim_{x \to 3} \frac{4}{x^2 + 2x + 3}$

**b)** $\lim_{x \to 3} \sqrt{x^2 - 9}$

**c)** $\lim_{x \to 0} \cos x$

***Ejercicio nº 16.-***

**Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función por la izquierda y por la derecha de** $x = 2$**:**

$$\lim_{x \to 2} \frac{x + 1}{(x - 2)^2}$$

***Ejercicio nº 17.-***

**Dada la función** $f(x) = \frac{x + 1}{x^2 - 5x + 6}$**, calcula el límite de** $f(x)$ **en** $x = 2$**. Representa la información que obtengas.**

***Ejercicio nº 18.-***

**Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función a la izquierda y a la derecha de** $x = 3$**:**

$$\lim_{x \to 3} \frac{1}{x^2 - 9}$$

***Ejercicio nº 19.-***

**Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función por la izquierda y por la derecha de** $x = 0$**:**

$$\lim_{x \to 0} \frac{2x + 1}{x^2 + 2x}$$

***Ejercicio nº 20.-***

**Calcula el límite de la siguiente función en el punto** $x = 3$ **y estudia su comportamiento por la izquierda y por la derecha:**

$$f(x) = \frac{1}{x - 3}$$

***Ejercicio nº 21.-***

**Calcula el límite cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$ de la siguiente función y representa la información que obtengas:**

$$f(x) = \frac{1 - 2x^2 + 4x}{3}$$

***Ejercicio nº 22.-***

**Halla el límite cuando $x \to +\infty$ de las siguientes funciones y representa gráficamente la información que obtengas:**

**a)** $f(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2} + 1$

**b)** $f(x) = \frac{-3x^2 + 2x^3}{5}$

***Ejercicio nº 23.-***

**Calcula los siguientes límites y representa la información que obtengas:**

**a)** $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(2 - x - x^4\right)$

**b)** $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x\right)$

***Ejercicio nº 24.-***

**Calcula los siguientes límites y representa el resultado que obtengas:**

**a)** $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{x}{3} - \frac{x^2}{4} + x\right)$

**b)** $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\frac{x}{3} - \frac{x^4}{4} + x\right)$

***Ejercicio nº 25.-***

**Halla los siguientes límites y representa gráficamente los resultados obtenidos:**

**a)** $\lim\limits_{x \to +\infty} (4 - x)^2$

**b)** $\lim\limits_{x \to -\infty} (4 - x)^2$

***Ejercicio nº 26.-***

**Calcula y representa gráficamente la información obtenida**

$$\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 2x + 1}$$

***Ejercicio nº 27.-***

**Halla el límite siguiente y representa la información obtenida:**

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$$

***Ejercicio nº 28.-***

**Resuelve el siguiente límite e interprétalo gráficamente.**

$$\lim_{x \to -3} \frac{2x^2 + 12x + 18}{x^2 + x - 6}$$

***Ejercicio nº 29.-***

**Calcula el siguiente límite y representa gráficamente los resultados obtenidos:**

$$\lim_{x \to 0} \frac{2x^2}{x^4 - 2x^3}$$

***Ejercicio nº 30.-***

**Calcula el siguiente límite e interprétalo gráficamente:**

$$\lim_{x \to -2} \frac{x^2 - 4}{2x + 4}$$

***Ejercicio nº 31.-***

**Resuelve los siguientes límites y representa los resultados obtenidos**

**a)** $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{(1 - x)^3}$

**b)** $\lim_{x \to -\infty} \frac{3 - x^3}{x^2}$

***Ejercicio nº 32.-***

**Halla los siguientes límites y representa gráficamente los resultados que obtengas:**

**a)** $\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2 + 1}{(2 - x)^3}$

**b)** $\lim_{x \to -\infty} \frac{2 - x^3}{x^2 - 1}$

***Ejercicio nº 33.-***

**Calcula los siguientes límites y representa los resultados que obtengas:**

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-x^4 + 2x}{4 - 3x^4}$

b) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1 + x^3}$

***Ejercicio nº 34.-***

**Halla el límite cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$ de la siguiente función, y representa los resultados que obtengas:**

$$f(x) = \frac{x + 2}{(1 - x)^3}$$

***Ejercicio nº 35.-***

**Calcula los siguientes límites y representa las ramas que obtengas:**

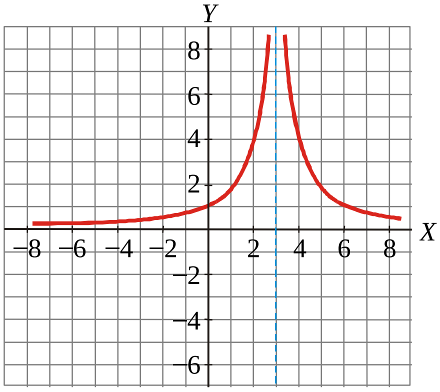
a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3x}{5 + 3x}$

b) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3x}{5 + 3x}$

# Continuidad

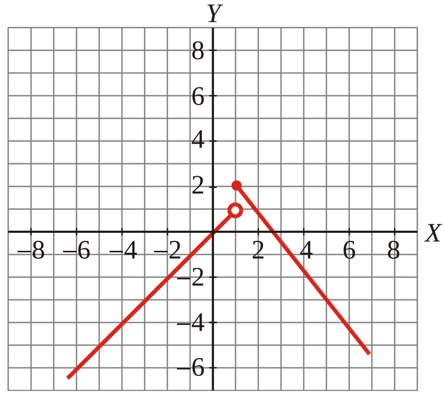
***Ejercicio nº 36.-***

**A partir de la gráfica de $f(x)$ señala si es continua o no en $x = 0$ y en $x = 3$. En el caso de no ser continua, indica la causa de la discontinuidad.**



***Ejercicio nº 37.-***

**La siguiente gráfica corresponde a la función $f(x)$:**

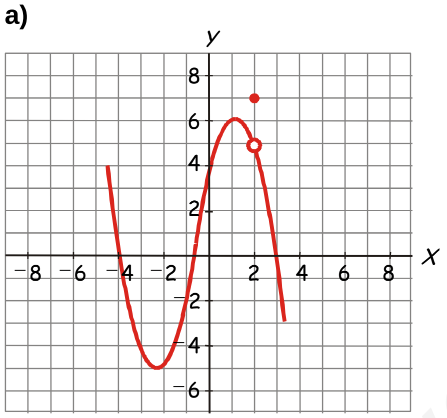



**Di si es continua o no en $x = 1$ y en $x = 2$. Si en alguno de los puntos no es continua, indica cuál es la causa de la discontinuidad.**

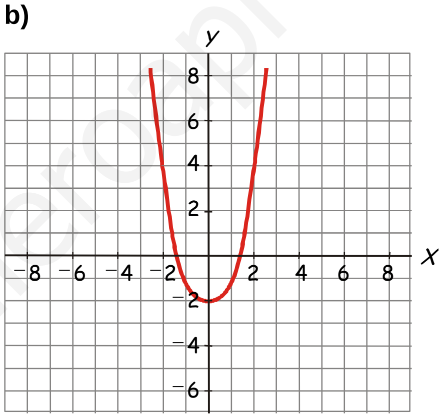
***Ejercicio nº 38.-***

**¿Son continuas las siguientes funciones en $x = 2$?**

**a)**



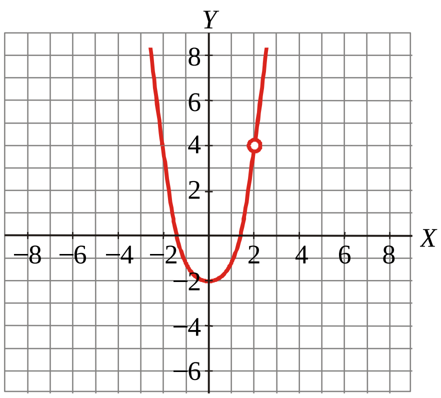

**b)**




**Si alguna de ellas no lo es, indica la razón de la discontinuidad.**

***Ejercicio nº 39.-***

**Dada la gráfica de $f(x)$:**



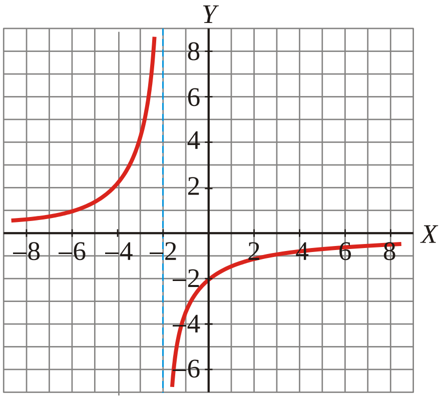

**a) ¿Es continua en $x = 1$?**

**b) ¿Y en $x = 2$?**

**Si no es continua en alguno de los puntos, indica cuál es la razón de la discontinuidad.**

***<u>Ejercicio nº 40.-</u>***

**Esta es la gráfica de la función $f(x)$:**




**a) ¿Es continua en $x = -2$?**
**b) ¿Y en $x = 0$?**

**Si no es continua en alguno de los puntos, indica la causa de la discontinuidad.**

***<u>Ejercicio nº 41.-</u>***

**Halla el valor de $k$ para que $f(x)$ sea continua en $x = 1$:**

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ k & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

***<u>Ejercicio nº 42.-</u>***

**Estudia la continuidad de:**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si} \quad x \leq 1 \\ 3x - 1 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

***<u>Ejercicio nº 43.-</u>***

**Comprueba si la siguiente función es continua en $x = 0$**

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{si} \quad x < 0 \\ \dfrac{x - 2}{2} & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

***Ejercicio nº 44.-***

**Averigua si la siguiente función es continua en $x = 2$:**

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si} \quad x \leq 2 \\ x + 2 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

***Ejercicio nº 45.-***

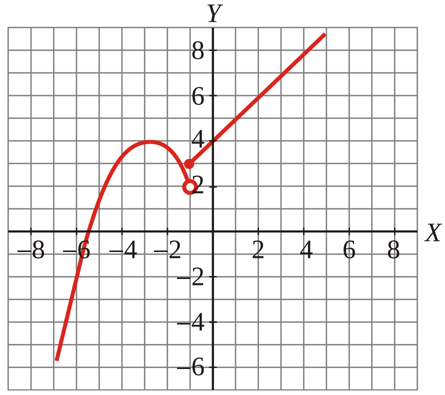
**Estudia la continuidad de la función:**

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x - 1}{3} & \text{si} \quad x \leq 4 \\ x^2 - 15 & \text{si} \quad x > 4 \end{cases}$$

# SOLUCIONES EJERC. LÍMITES DE FUNCIONES

***Ejercicio nº 1.-***

**A partir de la gráfica de *f(x)*, calcula:**



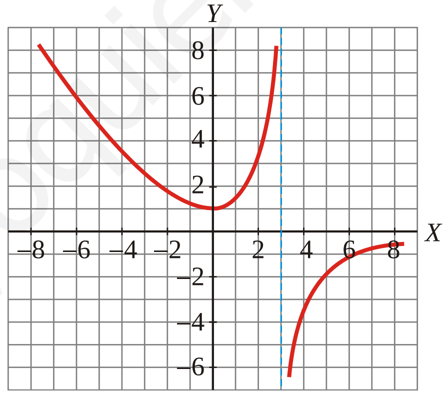

**a)** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ **b)** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ **c)** $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$ **d)** $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$ **e)** $\lim\limits_{x \to -5} f(x)$

***Solución:***

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ b) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ c) $\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = 2$ d) $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = 3$ e) $\lim\limits_{x \to -5} f(x) = 0$

***Ejercicio nº 2.-***

**La siguiente gráfica corresponde a la función *f(x)*. Sobre ella, calcula los límites:**



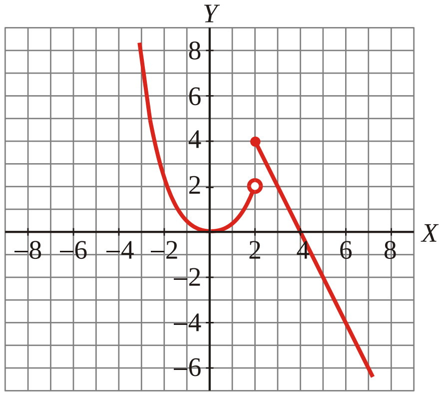

**a)** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ **b)** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ **c)** $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x)$ **d)** $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x)$ **e)** $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

***Solución:***

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ b) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ c) $\lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = +\infty$ d) $\lim\limits_{x \to 3^+} f(x) = -\infty$ e) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 1$

***Ejercicio nº 3.-***

**Dada la siguiente gráfica de *f(x),* calcula los límites que se indican:**



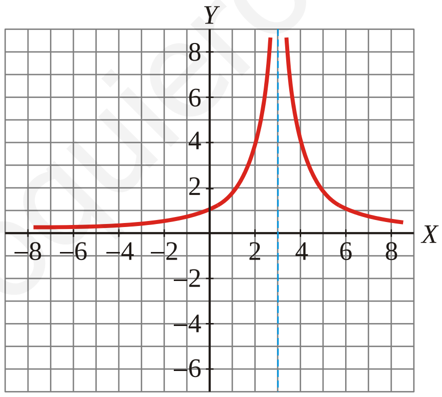

**a)** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ **b)** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ **c)** $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ **d)** $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ **e)** $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

***Solución:***

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ c) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=2$ d) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=4$ e) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$

***Ejercicio nº 4.-***

**Calcula los siguientes límites a partir de la gráfica de *f(x)*:**



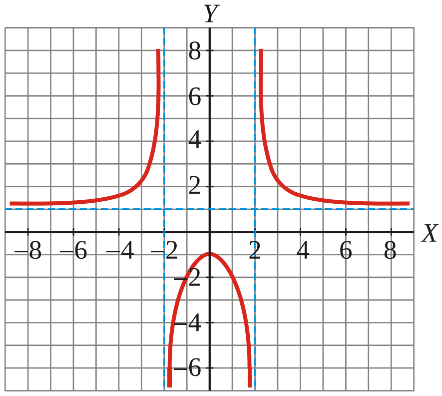

**a)** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ **b)** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ **c)** $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$ **d)** $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$ **e)** $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

***Solución:***

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ c) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=+\infty$ d) $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=+\infty$ e) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=1$

***Ejercicio nº 5.-***

**Sobre la gráfica de *f(x),* halla :**




**a)** $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ **b)** $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ **c)** $\lim_{x \to 2^-} f(x)$ **d)** $\lim_{x \to 2^+} f(x)$ **e)** $\lim_{x \to 0} f(x)$

***Solución:***

a) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$ b) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$ c) $\lim_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$ d) $\lim_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$ e) $\lim_{x \to 0} f(x) = -1$

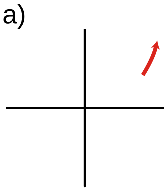
***Ejercicio nº 6.-***

**Representa gráficamente los siguientes resultados:**

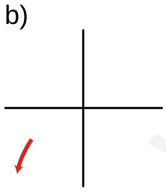
**a)** $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ **b)** $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$

***Solución:***

a)



b)



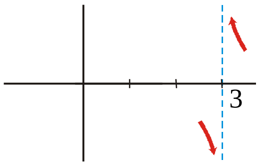
***Ejercicio nº 7.-***

**Para la función** $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$**, sabemos que :**

$$\lim_{x \to 3^+} \frac{x+1}{x-3} = +\infty \quad \text{y} \quad \lim_{x \to 3^-} \frac{x+1}{x-3} = -\infty$$

**Representa gráficamente estos dos límites.**

***Solución:***




***Ejercicio nº 8.-***

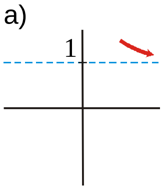
**Representa gráficamente:**

**a)** $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$

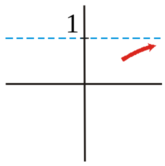
**b)** $\lim_{x \to -1} g(x) = 0$

***Solución:***

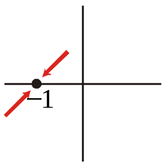
a)




o bien




b) Por ejemplo:

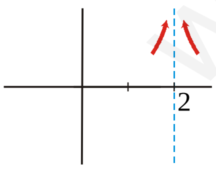



***Ejercicio nº 9.-***

**Representa los siguientes límites:**

$\lim_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$ $\qquad$ $\lim_{x \to 2^-} f(x) = +\infty$

***Solución:***




***Ejercicio nº 10.-***

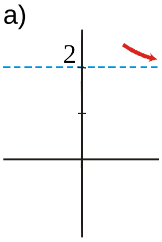
**Representa en cada caso los siguientes resultados:**

**a)** $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$

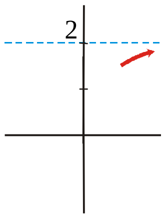
**b)** $\lim_{x \to -\infty} g(x) = +\infty$

***Solución:***

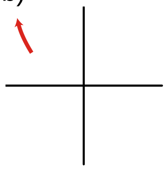
a)




o bien




b)



***Ejercicio nº 11.-***

**Calcula:**

**a)** $\lim_{x\to -2} (3-x)^2$

**b)** $\lim_{x\to -8} \left(1+\sqrt{-2x}\right)$

**c)** $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x$

***Solución:***

a) $\lim_{x\to -2} (3-x)^2 = 5^2 = 25$

b) $\lim_{x\to -8} \left(1+\sqrt{-2x}\right) = 1+\sqrt{16} = 1+4 = 5$

c) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x = \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} = 1$

***Ejercicio nº 12.-***

**Halla los límites siguientes:**

**a)** $\lim_{x\to 2} \frac{x-3}{x^2+x+1}$

**b)** $\lim_{x\to -1} \sqrt{6-3x}$

**c)** $\lim_{x\to 1} \log x$

***Solución:***

**a)** $\lim_{x\to 2} \frac{x-3}{x^2+x+1} = \frac{-1}{4+2+1} = \frac{-1}{7}$

**b)** $\lim_{x\to -1} \sqrt{6-3x} = \sqrt{6+3} = \sqrt{9} = 3$

**c)** $\lim_{x\to 1} \log x = \log 1 = 0$

***Ejercicio nº 13.-***

**Resuelve:**

**a)** $\displaystyle \lim_{x\to 2}\left(-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{4}\right)$

**b)** $\displaystyle \lim_{x\to -2} 3^{x+1}$

**c)** $\displaystyle \lim_{x\to \frac{\pi}{4}} tg\, x$

***Solución:***

a) $\displaystyle \lim_{x\to 2}\left(-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{4}\right)=-2+2=0$

b) $\displaystyle \lim_{x\to -2} 3^{x+1}=3^{-1}=\frac{1}{3}$

c) $\displaystyle \lim_{x\to \frac{\pi}{4}} tg\, x = tg\,\frac{\pi}{4}=1$

***Ejercicio nº 14.-***

**Calcula el límite de la función** $\displaystyle f(x)=-\frac{x^4}{3}+\frac{x}{2}$ **en** $x=1$ **y en** $x=3$**.**

***Solución:***

$$\lim_{x\to 1}\left(-\frac{x^4}{3}+\frac{x}{2}\right)=\frac{-1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

$$\lim_{x\to 3}\left(-\frac{x^4}{3}+\frac{x}{2}\right)=-27+\frac{3}{2}=-\frac{51}{2}$$

***Ejercicio nº 15.-***

**Calcula los siguientes límites:**

**a)** $\displaystyle \lim_{x\to 3}\frac{4}{x^2+2x+3}$

**b)** $\displaystyle \lim_{x\to 3}\sqrt{x^2-9}$

**c)** $\displaystyle \lim_{x\to 0} cos\, x$

***Solución:***

a) $\displaystyle \lim_{x\to 3}\frac{4}{x^2+2x+3}=\frac{4}{9+6+3}=\frac{4}{18}=\frac{2}{9}$

b) $\displaystyle \lim_{x\to 3}\sqrt{x^2-9}=\sqrt{9-9}=\sqrt{0}=0$

c) $\displaystyle \lim_{x\to 0} cos\, x = cos\, 0 = 1$

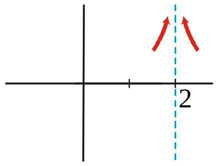
***Ejercicio nº 16.-***

**Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función por la izquierda y por la derecha de $x = 2$:**

$$\lim_{x \to 2} \frac{x+1}{(x-2)^2}$$

***Solución:***

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{x+1}{(x-2)^2} = \lim_{x \to 2^+} \frac{x+1}{(x-2)^2} = \lim_{x \to 2} \frac{x+1}{(x-2)^2} = +\infty$$




***Ejercicio nº 17.-***

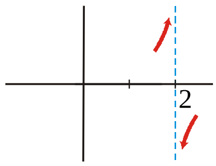
**Dada la función $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6}$, calcula el límite de $f(x)$ en $x = 2$. Representa la información que obtengas.**

***Solución:***

$$\frac{x+1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{x+1}{(x-2)(x-3)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{x+1}{(x-2)(x-3)} = +\infty \qquad \lim_{x \to 2^+} \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6} = -\infty$$




***Ejercicio nº 18.-***

**Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función a la izquierda y a la derecha de $x = 3$:**

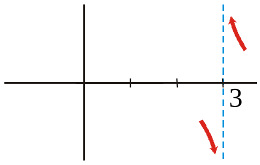
$$\lim_{x \to 3} \frac{1}{x^2 - 9}$$

***Solución:***

$$\lim_{x \to 3} \frac{1}{x^2 - 9} = \lim_{x \to 3} \frac{1}{(x-3)(x+3)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 3^-}\frac{1}{x^2-9}=-\infty \qquad \lim_{x\to 3^+}\frac{1}{x^2-9}=+\infty$$




***Ejercicio nº 19.-***

**Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función por la izquierda y por la derecha de $x=0$:**

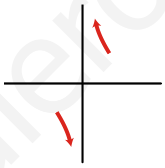
$$\lim_{x\to 0}\frac{2x+1}{x^2+2x}$$

***Solución:***

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x+1}{x^2+2x}=\lim_{x\to 0}\frac{2x+1}{x(x+2)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{2x+1}{x^2+2x}=-\infty \qquad \lim_{x\to 0^+}\frac{2x+1}{x^2+2x}=+\infty$$



***Ejercicio nº 20.-***

**Calcula el límite de la siguiente función en el punto $x=3$ y estudia su comportamiento por la izquierda y por la derecha:**

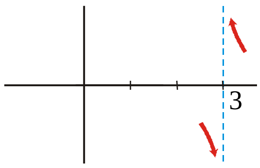
$$f(x)=\frac{1}{x-3}$$

***Solución:***

$x-3=0 \quad \Rightarrow \quad x=3$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 3^-}\frac{1}{x-3}=-\infty \qquad \lim_{x\to 3^+}\frac{1}{x-3}=+\infty$$



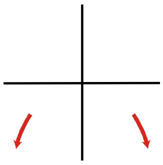
***Ejercicio nº 21.-***

**Calcula el límite cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$ de la siguiente función y representa la información que obtengas:**

$$f(x) = \frac{1 - 2x^2 + 4x}{3}$$

***Solución:***

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1 - 2x^2 + 4x}{3} = -\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} \frac{1 - 2x^2 + 4x}{3} = -\infty$$



***Ejercicio nº 22.-***

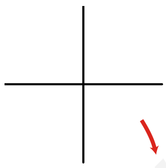
**Halla el límite cuando $x \to +\infty$ de las siguientes funciones y representa gráficamente la información que obtengas:**

**a)** $f(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2} + 1$

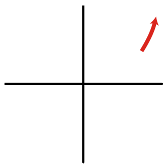
**b)** $f(x) = \frac{-3x^2 + 2x^3}{5}$

***Solución:***

a) $\lim_{x \to +\infty} \left( \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2} + 1 \right) = -\infty$



b) $\lim_{x \to +\infty} \frac{-3x^2 + 2x^3}{5} = +\infty$



***Ejercicio nº 23.-***

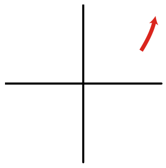
**Calcula los siguientes límites y representa la información que obtengas:**

**a)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2-x-x^4\right)$

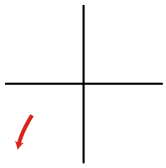
**b)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right)$

***Solución:***

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2-x-x^4\right)=-\infty$



b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right)=-\infty$



***<u>Ejercicio nº 24.-</u>***

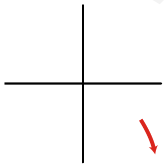
**Calcula los siguientes límites y representa el resultado que obtengas:**

**a)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{3}-\frac{x^2}{4}+x\right)$

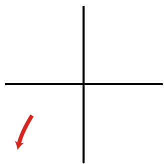
**b)** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x}{3}-\frac{x^4}{4}+x\right)$

***Solución:***

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{3}-\frac{x^2}{4}+x\right)=-\infty$



b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x}{3}-\frac{x^4}{4}+x\right)=-\infty$



***Ejercicio nº 25.-***

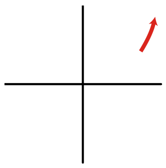
**Halla los siguientes límites y representa gráficamente los resultados obtenidos:**

**a)** $\lim\limits_{x \to +\infty} (4 - x)^2$

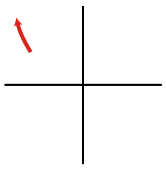
**b)** $\lim\limits_{x \to -\infty} (4 - x)^2$

***Solución:***

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} (4 - x)^2 = +\infty$



b) $\lim\limits_{x \to -\infty} (4 - x)^2 = +\infty$



***Ejercicio nº 26.-***

**Calcula y representa gráficamente la información obtenida**

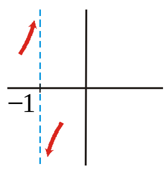
$$\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 2x + 1}$$

***Solución:***

$$\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 2x + 1} = \lim_{x \to -1} \frac{(x+1)(x-4)}{(x+1)^2} = \lim_{x \to -1} \frac{x-4}{x+1}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \to -1^-} \frac{x-4}{x+1} = +\infty \qquad \lim_{x \to -1^+} \frac{x-4}{x+1} = -\infty$$



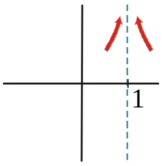
***Ejercicio nº 27.-***

**Halla el límite siguiente y representa la información obtenida:**

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$$

***Solución:***

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x+5)}{(x-1)^3} = \lim_{x \to 1} \frac{(x+5)}{(x-1)^2} = +\infty$$



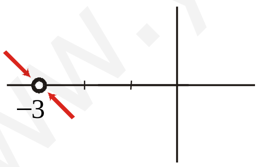

***Ejercicio nº 28.-***

**Resuelve el siguiente límite e interprétalo gráficamente.**

$$\lim_{x \to -3} \frac{2x^2 + 12x + 18}{x^2 + x - 6}$$

***Solución:***

$$\lim_{x \to -3} \frac{2x^2 + 12x + 18}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \to -3} \frac{2(x+3)^2}{(x+3)(x-2)} = \lim_{x \to -3} \frac{2(x+3)}{(x-2)} = 0$$




***Ejercicio nº 29.-***

**Calcula el siguiente límite y representa gráficamente los resultados obtenidos:**

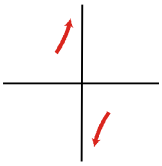
$$\lim_{x \to 0} \frac{2x^2}{x^4 - 2x^3}$$

***Solución:***

$$\lim_{x \to 0} \frac{2x^2}{x^4 - 2x^3} = \lim_{x \to 0} \frac{2x^2}{x^3(x-2)} = \lim_{x \to 0} \frac{2}{x(x-2)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{2}{x(x-2)} = +\infty \qquad \lim_{x \to 0^+} \frac{2}{x(x-2)} = -\infty$$



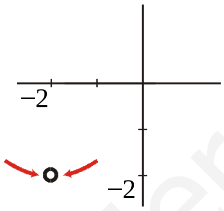
***Ejercicio nº 30.-***

**Calcula el siguiente límite e interprétalo gráficamente:**

$$\lim_{x \to -2} \frac{x^2-4}{2x+4}$$

***Solución:***

$$\lim_{x \to -2} \frac{x^2-4}{2x+4} = \lim_{x \to -2} \frac{(x+2)(x-2)}{2(x+2)} = \lim_{x \to -2} \frac{x-2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$




***Ejercicio nº 31.-***

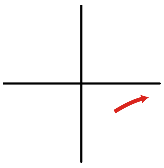
**Resuelve los siguientes límites y representa los resultados obtenidos**

**a)** $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{(1-x)^3}$

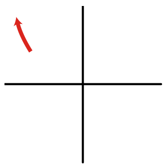
**b)** $\lim_{x \to -\infty} \frac{3-x^3}{x^2}$

***Solución:***

a) $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{(1-x)^3} = 0$



b) $\lim_{x \to -\infty} \frac{3-x^3}{x^2} = +\infty$



***Ejercicio nº 32.-***

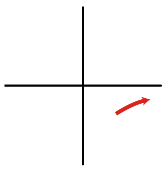
**Halla los siguientes límites y representa gráficamente los resultados que obtengas:**

**a)** $\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2+1}{(2-x)^3}$

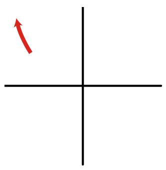
**b)** $\lim_{x \to -\infty} \frac{2-x^3}{x^2-1}$

***Solución:***

a) $$\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2+1}{(2-x)^3} = 0$$



b) $$\lim_{x \to -\infty} \frac{2-x^3}{x^2-1} = +\infty$$



***Ejercicio nº 33.-***

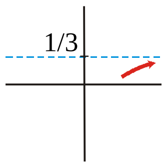
**Calcula los siguientes límites y representa los resultados que obtengas:**

**a)** $\lim_{x \to +\infty} \frac{-x^4+2x}{4-3x^4}$

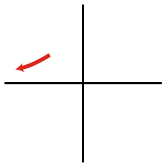
**b)** $\lim_{x \to -\infty} \frac{3x^2-2x+1}{x^2-1+x^3}$

***Solución:***

a) $$\lim_{x \to +\infty} \frac{-x^4+2x}{4-3x^4} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$




b) $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x^2-2x+1}{x^2-1+x^3}=0$



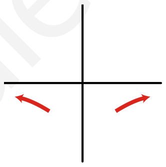
***Ejercicio nº 34.-***

**Halla el límite cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$ de la siguiente función, y representa los resultados que obtengas:**

$$f(x)=\frac{x+2}{(1-x)^3}$$

***Solución:***

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x+2}{(1-x)^3}=0 \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{x+2}{(1-x)^3}=0$$



***Ejercicio nº 35.-***

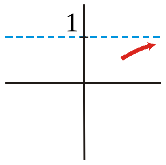
**Calcula los siguientes límites y representa las ramas que obtengas:**

**a)** $\lim_{x\to+\infty} \frac{3x}{5+3x}$

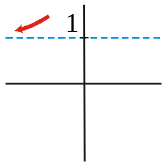
**b)** $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x}{5+3x}$

***Solución:***

a) $\lim_{x\to+\infty} \frac{3x}{5+3x}=\frac{3}{3}=1$



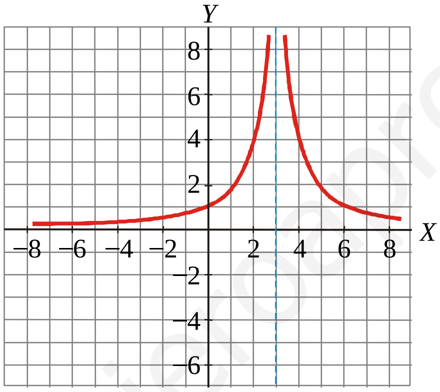
b) $\lim_{x \to -\infty} \frac{3x}{5+3x} = 1$




# Continuidad

***Ejercicio nº 36.-***

**A partir de la gráfica de $f(x)$ señala si es continua o no en $x = 0$ y en $x = 3$. En el caso de no ser continua, indica la causa de la discontinuidad.**

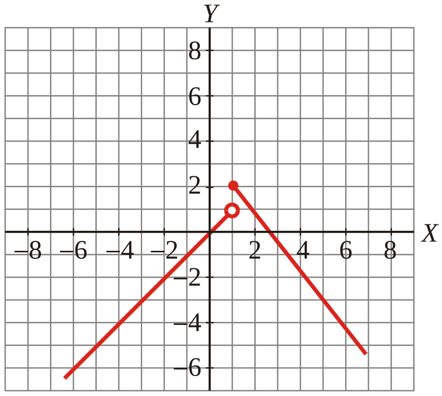



***Solución:***

En $x = 0$, sí es continua.
En $x = 3$ es discontinua porque no está definida, ni tiene límite finito. Tiene una rama infinita en ese punto (una asíntota vertical).

***Ejercicio nº 37.-***

**La siguiente gráfica corresponde a la función $f(x)$:**




**Di si es continua o no en $x = 1$ y en $x = 2$. Si en alguno de los puntos no es continua, indica cuál es la causa de la discontinuidad.**

***Solución:***

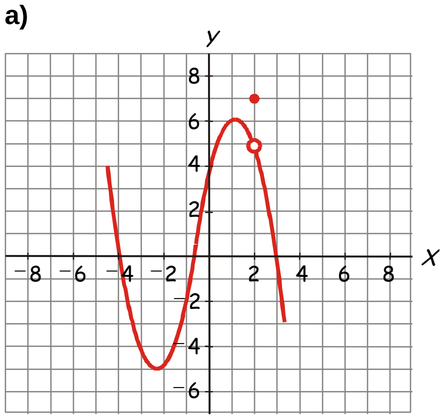
En $x = 1$ no es continua porque presenta un salto en ese punto. Observamos que $\lim_{x \to 1^-} f(x) \neq \lim_{x \to 1^+} f(x)$.

En $x = 2$ sí es continua.

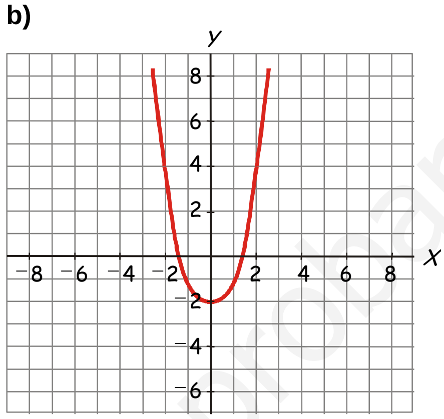
***<u>Ejercicio nº 38.-</u>***

**¿Son continuas las siguientes funciones en $x = 2$?**

**a)**



**b)**



**Si alguna de ellas no lo es, indica la razón de la discontinuidad.**

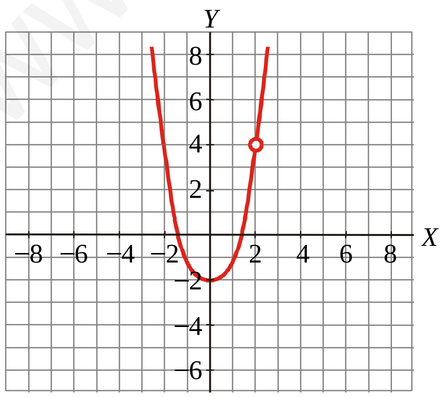
***Solución:***

a) No es continua en $x = 2$; aunque esté definida en $x = 2$, tiene el punto desplazado. Es una discontinuidad evitable porque existe $\lim_{x \to 2} f(x)$.

b) Sí es continua en $x = 2$.

***<u>Ejercicio nº 39.-</u>***

**Dada la gráfica de $f(x)$:**



**a) ¿Es continua en $x = 1$?**
**b) ¿Y en $x = 2$?**

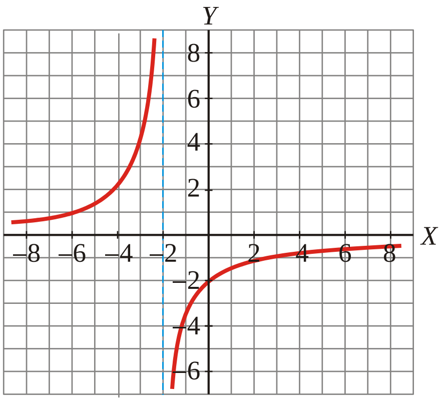
**Si no es continua en alguno de los puntos, indica cuál es la razón de la discontinuidad.**

***Solución:***

a) Sí es continua en $x = -1$.
b) No, en $x = 2$ es discontinua porque no está definida en ese punto. Como sí tiene límite en ese punto, es una discontinuidad evitable.

***Ejercicio nº 40.-***

**Esta es la gráfica de la función $f(x)$:**




**a) ¿Es continua en $x = -2$?**
**b) ¿Y en $x = 0$?**

**Si no es continua en alguno de los puntos, indica la causa de la discontinuidad.**

***Solución:***

a) No es continua en $x = -2$ porque no está definida, ni tiene límite finito en ese punto. Tiene una rama infinita en ese punto (una asíntota vertical).
b) Sí es continua en $x = 0$.

***Ejercicio nº 41.-***

**Halla el valor de $k$ para que $f(x)$ sea continua en $x = 1$:**

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si} \quad x \le 1 \\ k & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

***Solución:***

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} (2x + 1) = 3 \\ \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = k \\ f(1) = 3 \end{array}\right\}$$

Para que sea continua en $x = 1$, $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = f(1)$.

Ha de ser $k = 3$.

***Ejercicio nº 42.-***

**Estudia la continuidad de:**

$$\boldsymbol{f(x)=\begin{cases} x^2-2x & \text{si} \quad x\le 1 \\ 3x-1 & \text{si} \quad x>1 \end{cases}}$$

***Solución:***

Si $x \neq 1$, la función es continua.
Si $x = 1$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}\left(x^2-2x\right) = -1 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+}(3x-1) = 2 \end{array}\right\}$$

No es continua en $x = 1$ porque $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$. Es decir, no tiene límite en ese punto.

***Ejercicio nº 43.-***

**Comprueba si la siguiente función es continua en $x = 0$**

$$\boldsymbol{f(x)=\begin{cases} 2x^2-1 & \text{si} \quad x<0 \\ \dfrac{x-2}{2} & \text{si} \quad x\ge 0 \end{cases}}$$

***Solución:***

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-}\left(2x^2-1\right) = -1 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{x-2}{2}\right) = -1 \\ f(0) = -1 \end{array}\right\} \text{Es continua en } x = 0 \text{ porque } \lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0).$$

***Ejercicio nº 44.-***

**Averigua si la siguiente función es continua en $x = 2$:**

$$\boldsymbol{f(x)=\begin{cases} 2x & \text{si} \quad x\le 2 \\ x+2 & \text{si} \quad x>2 \end{cases}}$$

***Solución:***

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-}(2x) = 4 \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+}(x+2) = 4 \\ f(2) = 4 \end{array}\right\} \text{Es continua en } x = 2 \text{ porque } \lim\limits_{x\to 2} f(x) = f(2).$$

***Ejercicio nº 45.-***

**Estudia la continuidad de la función:**

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{3} & \text{si} \quad x\le 4\\ x^2-15 & \text{si} \quad x>4\end{cases}$$

***Solución:***

Si $x \neq 4$, la función es continua.
Si $x = 4$:

$$\left.\begin{aligned}&\lim_{x\to 4^-} f(x)=\lim_{x\to 4^-}\frac{x-1}{3}=1\\ &\lim_{x\to 4^+} f(x)=\lim_{x\to 4^+}\left(x^2-15\right)=1\\ &f(4)=1\end{aligned}\right\} \text{ También es continua en } x=4 \text{ porque } \lim_{x\to 4} f(x)=f(4).$$