

PROBLEMAS SOBRE RADICALES.

1º) Ordena de menor a mayor los siguientes radicales, reduciéndolos a índice común:
 $\sqrt[3]{16}, \sqrt[8]{5^7}, \sqrt{3}$.

Solución: $\sqrt{3} < \sqrt[3]{16} < \sqrt[8]{5^7}$.

2º) Realizar las siguientes sumas de radicales:

a) $3\sqrt{2} - 5\sqrt{8} + 7\sqrt{32}$

b) $5\sqrt{48} - \sqrt{\frac{3}{64}}$

c) $\sqrt{\frac{8}{27}} + \sqrt{\frac{32}{75}}$.

Solución: a) $21\sqrt{2}$, b) $\frac{159}{8}\sqrt{3}$, c) $\frac{22}{15}\sqrt{\frac{2}{3}}$.

3º) Simplificar las expresiones:

a) $\sqrt{\frac{2\sqrt{7}+1}{2\sqrt{7}-1}}$

b) $\frac{\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{9}}{-15 - \sqrt{3}}$

c) $\frac{\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{16}}{3\sqrt[3]{16} - 3\sqrt[3]{54}}$

Solución: a) $\frac{2\sqrt{21} + \sqrt{3}}{9}$, b) -1, c) 3.

4º) Racionalizar:

a) $\frac{2}{\sqrt{15} + \sqrt{5}}$, b) $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt{5} - 1}$, c) $\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$, d) $\frac{5}{1 - \sqrt{3}}$, e) $\frac{7}{\sqrt{5} + 4}$, f) $\frac{3 - \sqrt{7}}{\sqrt{2} + 1}$, g) $\frac{2}{\sqrt{5}}$, h) $\frac{2}{\sqrt[3]{7}}$,

i) $\frac{1}{\sqrt{2} - 1}$, j) $\frac{1}{\sqrt[4]{5} - 2}$, k) $\frac{8}{\sqrt{2} - 5 + \sqrt{3}}$, l) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3}}$

Solución: a) $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{5}$, b) $\frac{\sqrt[6]{5^5} + \sqrt[3]{5}}{4}$, c) $-3 + 2\sqrt{2}$, d) $\frac{-5 - 5\sqrt{3}}{2}$, e) $\frac{28 - 7\sqrt{5}}{11}$,

f) $-3 + 3\sqrt{2} + \sqrt{7} - \sqrt{14}$, g) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$, h) $\frac{2\sqrt[3]{49}}{7}$, i) $\sqrt{2} + 1$, j) $\frac{-\sqrt[4]{125} - 2\sqrt[4]{25} - 4\sqrt[4]{5} - 8}{11}$,

k) $\frac{47\sqrt{2} + 4\sqrt{3} + 10\sqrt{6}}{23}$, l) $\sqrt[5]{3}$.

PROBLEMAS SOBRE RADICALES.

5º) Simplificar:

a) $2\sqrt{45} + \sqrt{500} - 3\sqrt{245}$

b) $\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16}$

c) $3a\sqrt{a^3b} - \sqrt{ab^3} + \sqrt{a^5b}$

d) $\sqrt{\frac{2}{9}} + \sqrt{\frac{8}{25}} - \sqrt{\frac{2}{225}}$

e) $\frac{(3\sqrt{8} - \sqrt{50} + \sqrt{72})\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}$

f) $\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{180} - \sqrt{80})\sqrt{5}}{\sqrt[3]{4}}$

g) $\frac{\sqrt[4]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{b}{a}}}{\sqrt[12]{\frac{a}{b}}}$

Solución: a) $-5\sqrt{5}$, b) 0, c) $(4a^2 - b)\sqrt{ab}$, d) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$, e) $\frac{14\sqrt[3]{9}}{3}$, f) $6\sqrt[20]{\frac{5^{15}}{4^4}}$, g) $\sqrt[6]{\frac{b}{a}}$.

6º) Demuestra que los siguientes números son enteros:

a) $\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$

b) $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}$

c) $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$

Pista: Dale nombre a cada número, por ejemplo x, y resolver la ecuación con radicales resultante. Tener cuidado al llegar a la solución pues al elevar los dos miembros de una ecuación a un número, se pueden introducir soluciones no válidas.

Solución: a) $x=4$, b) $x=2$, c) $x=4$.

7º) Hallar dos números racionales positivos m y n tales que verifiquen:

a) $\sqrt{11+\sqrt{112}} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$

b) $\sqrt{11-4\sqrt{6}} = \sqrt{m} - \sqrt{n}$

Solución: a) $m=7$ y $n=4$, ó $m=4$ y $n=7$. b) $m=8$, $n=3$.