

Ejercicio 1.

El presupuesto del estado en educación alcanzó su nivel álgido en el año 2010, desde entonces ha tenido la siguiente evolución: año 2011 (-8,05%), año 2012 (-20,12%), año 2013 (-14,35%), año 2014 (+10,54%)

- ¿Cuál ha sido la variación porcentual acumulada del presupuesto en educación durante el quinquenio 2010 – 2014?
- Si el presupuesto para 2014 ha sido de 2.150 millones de euros, ¿cuál fue el presupuesto en los años anteriores?

Solución:

Llamamos P al presupuesto de educación del año 2010

$$\begin{array}{ccccccc} 2010 & & 2011 & & 2012 & & 2013 & & 2014 \\ P & \xrightarrow{-8,05\%} & 0,9195 \cdot P & \xrightarrow{-20,12\%} & (0,7988 \cdot 0,9195) \cdot P & \xrightarrow{-14,35\%} & (0,8565 \cdot 0,7988 \cdot 0,9195) \cdot P & \xrightarrow{+10,54\%} & (1,1054 \cdot 0,8565 \cdot 0,7988 \cdot 0,9195) \cdot P \end{array}$$

Entonces, el presupuesto para el año 2014 es $0,6954 \cdot P = 69,54\%$ de P , por tanto, durante el quinquenio 2010–2014, el presupuesto en educación **ha descendido un 30,46%**. ($1 - 0,6954 = 0,3046$)

Como $0,6954 \cdot P = 2150 \Rightarrow P \approx 3092 \Rightarrow$ el presupuesto del **año 2010 fue de 3092 millones de euros**.

$0,9195 \cdot 3092 = 2843 \Rightarrow$ en **2011 fueron 2843 millones de euros**.

$0,7988 \cdot 2843 = 2271 \Rightarrow$ en **2012 fueron 2271 millones de euros**.

$0,8565 \cdot 2271 = 1945 \Rightarrow$ en **2013 fueron 1945 millones de euros**.

Ejercicio 2.

Durante cuánto tiempo debemos mantener 15.000 € en una cuenta, al 2% de interés anual y con abono de intereses trimestral, para que se conviertan en 17.421 €.

Solución:

15.000€ han de convertirse en 17.421€, a un 2% de interés anual y con periodos de capitalización trimestrales.

$$\text{Por tanto } 17421 = 15000 \cdot \left(1 + \frac{2}{400}\right)^n, \text{ siendo } n \text{ el número de trimestres} \Rightarrow 17421 = 15000 \cdot (1,005)^n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{17421}{15000} = (1,005)^n \Rightarrow \log \frac{17421}{15000} = \log(1,005)^n \Rightarrow \log(17421) - \log(15000) = n \cdot \log(1,005) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log(17421) - \log(15000)}{\log(1,005)} = 29,9999 \Rightarrow \text{son necesarios 30 trimestres, es decir, } \textit{siete años y medio}.$$

Ejercicio 3.

Encontrar la cuota mensual adecuada para amortizar, en 5 años, un préstamo de 30.000 € con un interés anual del 8,5 %.

Solución:

Si el capital prestado hubiese que devolverlo en un único pago, al final de los 5 años y con periodos de capitalización

mensuales, se habría convertido en $30000 \cdot \left(1 + \frac{8,5}{1200}\right)^{60} = 45819,02 \text{ €}$

Si llamamos c a la cuota mensual válida para amortizar el préstamo, tenemos que la primera cuota estará produciendo intereses durante 59 meses, la segunda 58 y así sucesivamente, con lo que las cuotas pagadas hasta el vencimiento acumulan

el valor: $c + c \cdot \left(1 + \frac{8,5}{1200}\right) + c \cdot \left(1 + \frac{8,5}{1200}\right)^2 + \dots + c \cdot \left(1 + \frac{8,5}{1200}\right)^{58} + c \cdot \left(1 + \frac{8,5}{1200}\right)^{59} = c \cdot \frac{\left(1 + \frac{8,5}{1200}\right)^{60} - 1}{\left(1 + \frac{8,5}{1200}\right) - 1} \approx c \cdot 74,44$

Ese valor acumulado, de algo más de 74 cuotas ($74,44 \cdot c$), debe ser igual a la cantidad que tendría que recibir el banco. $74,44 \cdot c = 45819,02 \Rightarrow c = 615,50$, la cuota mensual será de 615,50€.

Ejercicio 4.

Qué porcentaje de beneficio aplica un comerciante a cierto producto si sabemos que el precio franco fábrica de ese producto es 115 € y, que tras aplicar el IVA correspondiente (21 %) y un descuento de cliente del 12 %, lo vende por 214,29 €.

Solución:

precio fábrica precio de venta precio de venta precio de venta
sin impuestos con impuestos con descuento

$$115\text{€} \xrightarrow{+\% \text{ de beneficio}} x \cdot 115 \xrightarrow{+21\% \text{ de IVA}} (1,21 \cdot x) \cdot 115 \xrightarrow{-12\% \text{ de descuento}} (0,88 \cdot 1,21 \cdot x) \cdot 115 = 214,29$$

$$(0,88 \cdot 1,21 \cdot x) \cdot 115 = 214,29 \Rightarrow 122,452 \cdot x = 214,29 \Rightarrow x = \frac{214,29}{122,452} = 1,74999 \approx 1,75$$

El beneficio que aplica el comerciante a ese producto es un incremento del 75%

Ejercicio 5.

Juan se ha planteado seguir un plan de ahorro personal durante 4 años y para ello ha contratado una cuenta de ahorro remunerada, al 2,5 % de interés anual, con abono de intereses mensual. Al contratar la cuenta efectúa un ingreso de 2.500 € y acuerda con el banco que, al inicio de cada mes, se haga un traspaso automático de 150 € desde su cuenta corriente a la cuenta de ahorro, efectuando el primero de ellos en ese mismo instante. ¿Cuánto dinero tendrá en la cuenta al finalizar el periodo de 4 años?

Solución:

Los 2.500€ iniciales van a estar en la cuenta 4 años, a un 2,5% de interés anual y con periodos de capitalización mensuales con lo que al final de los 4 años se habrán convertido en:

$$2500 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^{48} = 2762,64 \text{ €}$$

Por otro lado, las aportaciones mensuales de 150€ van a estar en cuenta tiempos diferentes, desde la primera, que estará 48 meses, hasta la última, que estará 1 mes. Esas aportaciones, en 4 años, acumularán un valor:

$$\begin{aligned} & 150 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^{48} + 150 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^{47} + \dots + 150 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^2 + 150 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right) = \frac{150 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^{49} - 150 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)}{\left(1 + \frac{2,5}{1200}\right) - 1} = \\ & = 150 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{1200}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{2,5}{1200}\right)^{48} - 1}{\frac{2,5}{1200}} = 7579,79 \text{ €} \Rightarrow \text{Al finalizar los 4 años, en cuenta tendrá } 2762,64 + 7579,79 = 10.342,43 \text{ €} \end{aligned}$$