

Ejercicio nº 1.-

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{2x}{(x-3)^2}$

b) $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

Solución:

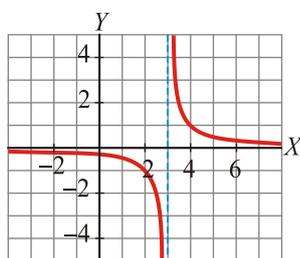
a) $(x-3)^2 = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{3\}$

b) $x-2 > 0 \rightarrow x > 2 \rightarrow \text{Dominio} = (2, +\infty)$

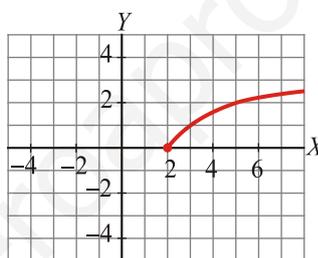
Ejercicio nº 2.-

A partir de la gráfica de las siguientes funciones, indica cuál es su dominio de definición y su recorrido:

a)



b)



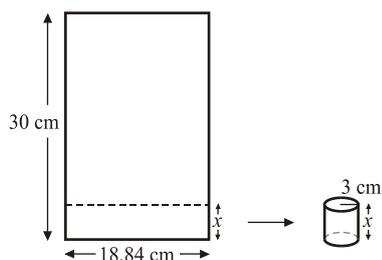
Solución:

a) Dominio = $\mathbb{R} - \{3\}$; Recorrido = $\mathbb{R} - \{0\}$

b) Dominio = $[2, +\infty)$; Recorrido = $[0, +\infty)$

Ejercicio nº 3.-

Tenemos una hoja de papel de base 18,84 cm y altura 30 cm. Si recortamos por una línea paralela a la base, a diferentes alturas, y enrollamos el papel, podemos formar cilindros de radio 3 cm y altura x :



El volumen del cilindro será:

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot x = 28,26 x$$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Solución:

x puede tomar valores entre 0 y 30 cm. Por tanto, Dominio = (0, 30).

Ejercicio nº 4.-

Asocia a cada gráfica su ecuación:

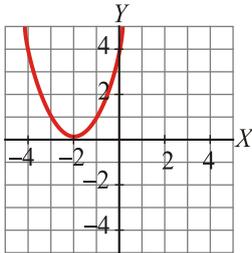
a) $y = -3x + 5$

b) $y = (x + 2)^2$

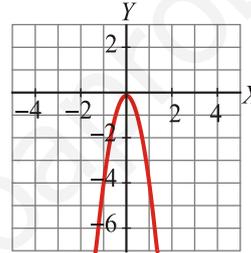
c) $y = -\frac{5}{3}x$

d) $y = -4x^2$

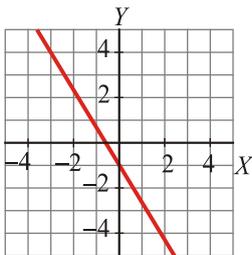
I)



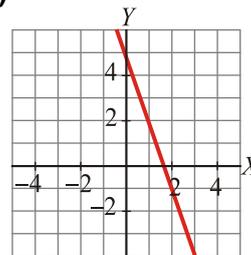
II)



III)



IV)



Solución:

a) IV

b) I

c) III

d) II

Ejercicio nº 5.-

Asocia a cada una de estas gráficas su ecuación:

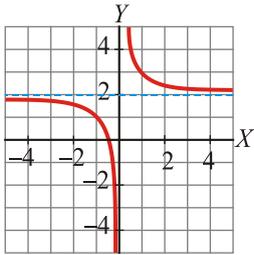
a) $y = \frac{1}{x-4}$

b) $y = \sqrt{2x}$

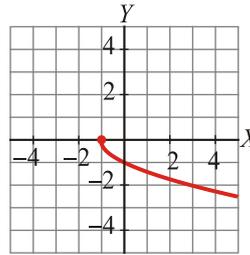
c) $y = \frac{1}{x} + 2$

d) $y = -\sqrt{x+1}$

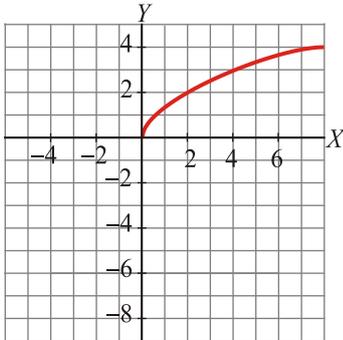
I)



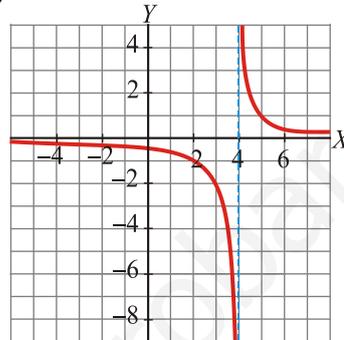
II)



III)



IV)



Solución:

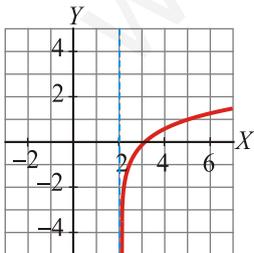
- a) IV
- b) III
- c) I
- d) II

Ejercicio nº 6.-

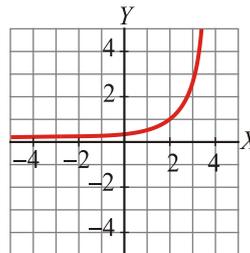
Asocia cada gráfica con su correspondiente ecuación:

- a) $y = 3^{x-2}$
- b) $y = 3^x - 2$
- c) $y = \log_3(x-2)$
- d) $y = \log_3 x$

I)

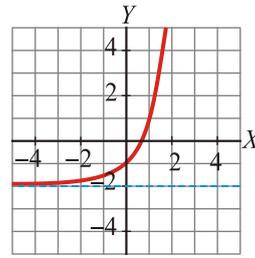
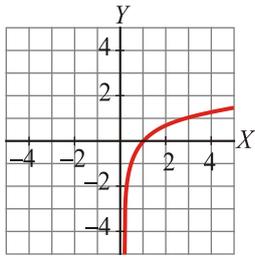


II)



III)

IV)



Solución:

- a) II
- b) IV
- c) I
- d) III

Ejercicio nº 7.-

Halla el valor de estas expresiones en grados:

- a) $y = \arcsen\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- b) $y = \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Solución:

- a) $y = 300^\circ$ o $y = 240^\circ$
- b) $y = 135^\circ$ o $y = 225^\circ$

Ejercicio nº 8.-

Representa gráficamente la siguiente función:

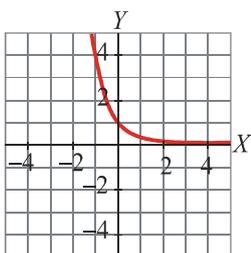
$$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

Solución:

Hacemos una tabla de valores:

x	-2	-1	0	1	2
y	16	4	1	0,25	0,0625

La gráfica es:



Ejercicio nº 9.-

Representa gráficamente la siguiente función:

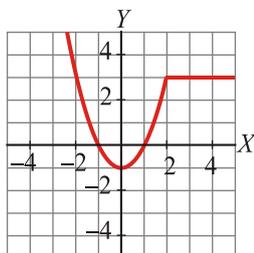
$$y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Solución:

Si $x \leq 2$, es un trozo de parábola.

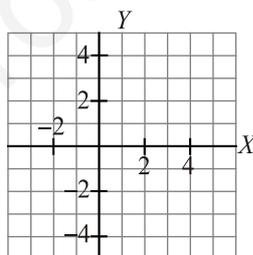
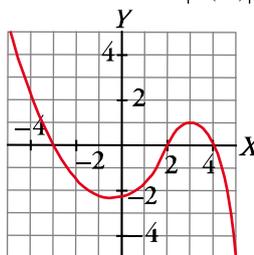
Si $x > 2$, es un trozo de recta horizontal.

La gráfica es:

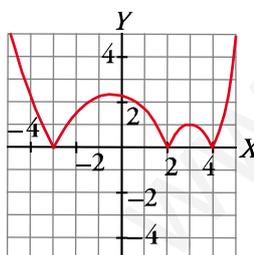


Ejercicio nº 10.-

La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$. Representa, a partir de ella, la función $y = |f(x)|$:



Solución:



Ejercicio nº 11.-

Define como función "a trozos":

$$y = |3x - 2|$$

Solución:

$$y = \begin{cases} -3x + 2 & \text{si } x < \frac{2}{3} \\ 3x - 2 & \text{si } x \geq \frac{2}{3} \end{cases}$$

Ejercicio nº 12.-

Las funciones f y g están definidas por $f(x) = \frac{x^2}{3}$ y $g(x) = x + 1$. Calcula :

- a) $(f \circ g)(x)$
- b) $(g \circ g \circ f)(x)$

Solución:

a) $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[x + 1] = \frac{(x + 1)^2}{3} = \frac{x^2 + 2x + 1}{3}$

b) $(g \circ g \circ f)(x) = g[g[f(x)]] = g\left[g\left(\frac{x^2}{3}\right)\right] = g\left(\frac{x^2}{3} + 1\right) = \frac{x^2}{3} + 1 + 1 = \frac{x^2}{3} + 2$

Ejercicio nº 13.-

Explica cómo se pueden obtener por composición las funciones $p(x)$ y $q(x)$ a partir de $f(x)$ y $g(x)$, siendo:

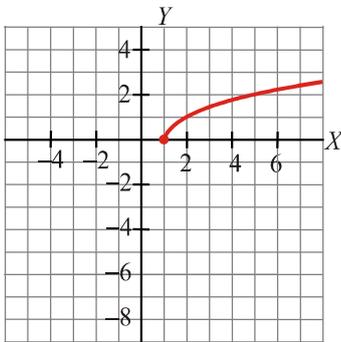
$f(x) = 2x - 3$, $g(x) = \sqrt{x - 2}$, $p(x) = 2\sqrt{x - 2} - 3$ y $q(x) = \sqrt{2x - 5}$

Solución:

$p(x) = (f \circ g)(x)$ $q(x) = (g \circ f)(x)$

Ejercicio nº 14.-

Esta es la gráfica de la función $y = f(x)$:

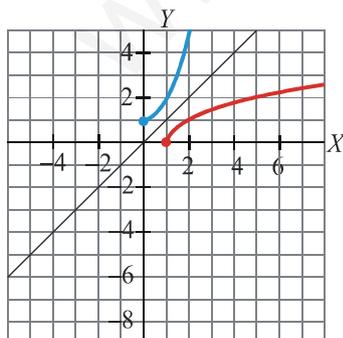


- a) Calcula $f^{-1}(0)$ y $f^{-1}(2)$.
- b) Representa en los mismos ejes $f^{-1}(x)$ a partir de la gráfica de $f(x)$.

Solución:

- a) $f^{-1}(0) = 1$ porque $f(1) = 0$
 $f^{-1}(2) = 5$ porque $f(5) = 2$

b)



Ejercicio nº 15.-

Calcula la función inversa de:

$$f(x) = \frac{-2x - 1}{5}$$

Solución:

Cambiamos x por y , y despejamos la y :

$$x = \frac{-2y - 1}{5} \Rightarrow 5x = -2y - 1 \Rightarrow 2y = -5x - 1 \Rightarrow y = \frac{-5x - 1}{2}$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x) = \frac{-5x - 1}{2}$$

Ejercicio nº 16.-

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{1}{x^2 - 9}$

b) $y = \sqrt{-x - 2}$

Solución:

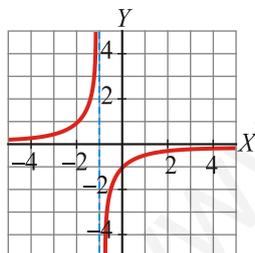
a) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$

b) $-x - 2 \geq 0 \Rightarrow -x \geq 2 \Rightarrow x \leq -2 \rightarrow \text{Dominio} = (-\infty, -2]$

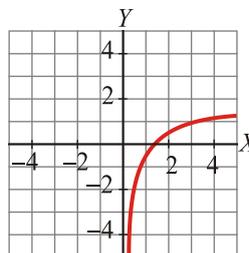
Ejercicio nº 17.-

Observando la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición y su recorrido:

a)



b)



Solución:

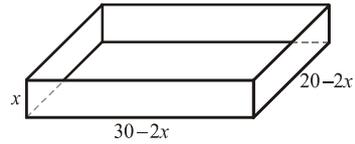
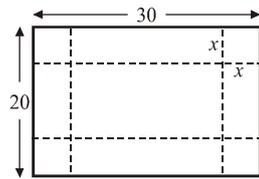
a) Dominio = $\mathbb{R} - \{-1\}$; Recorrido = $\mathbb{R} - \{0\}$

b) Dominio = $(0, +\infty)$; Recorrido = \mathbb{R}

Ejercicio nº 18.-

A una hoja de papel de 30 cm \times 20 cm le cortamos cuatro cuadrados (uno en cada esquina) y, plegando convenientemente, formamos una caja cuyo volumen es:

$$V = x(20 - 2x)(30 - 2x)$$



¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Solución:

x puede tomar valores entre 0 y 10 cm. Por tanto, Dominio = $(0, 10)$.

Ejercicio nº 19.-

Asocia cada ecuación con la gráfica correspondiente:

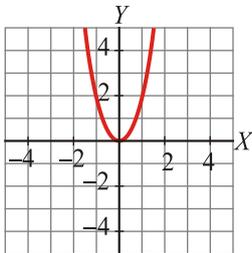
a) $y = 2x + 2$

b) $y = 2x^2$

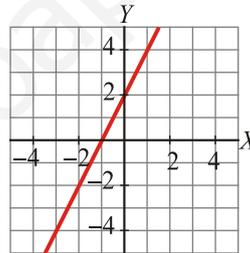
c) $y = 0,25x$

d) $y = 0,25x^2$

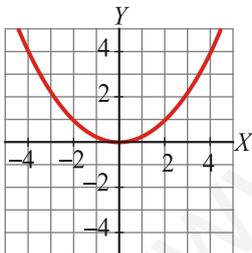
I)



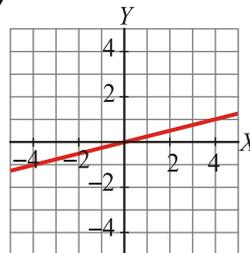
II)



III)



IV)



Solución:

- a) II
- b) I
- c) IV
- d) III

Ejercicio nº 20.-

Asocia cada ecuación con su correspondiente gráfica:

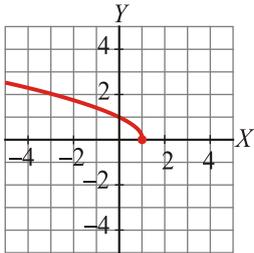
a) $y = \frac{1}{x+2}$

b) $y = \sqrt{x+1}$

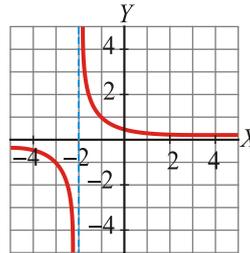
c) $y = \frac{1}{x-2}$

d) $y = \sqrt{1-x}$

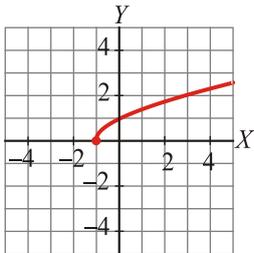
I)



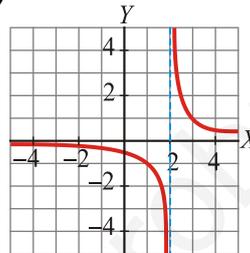
II)



III)



IV)



Solución:

- a) II
- b) III
- c) IV
- d) I

Ejercicio nº21.-

Asocia a cada gráfica su ecuación:

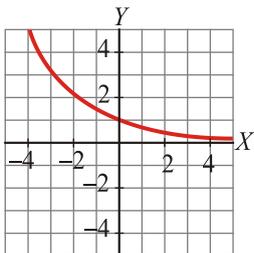
a) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

b) $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

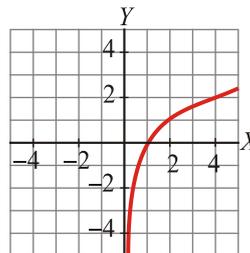
c) $y = \log_2 x$

d) $y = \log_{1/2} x$

I)

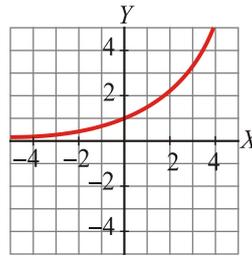
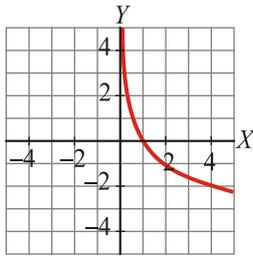


II)



III)

IV)



Solución:

- a) I
- b) IV
- c) II
- d) III

Ejercicio nº 22.-

Obtén el valor de estas expresiones en grados:

- a) $y = \arcsen \frac{1}{2}$
- b) $y = \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$

Solución:

- a) $y = 30^\circ$ o $y = 150^\circ$
- b) $y = 45^\circ$ o $y = 315^\circ$

Ejercicio nº 23.-

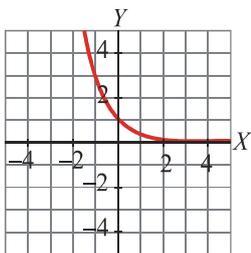
Haz la gráfica de la función $y = 3^{-x}$.

Solución:

Hacemos una tabla de valores:

x	-2	-1	0	1	2
y	9	3	1	1/3	1/9

La gráfica es:



Ejercicio nº 24.-

Representa la siguiente función:

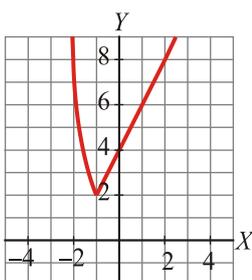
$$y = \begin{cases} 2x^2 & \text{si } x < -1 \\ 2x + 4 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

Solución:

Si $x < -1$, tenemos un trozo de parábola.

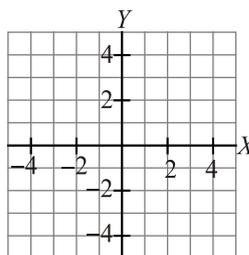
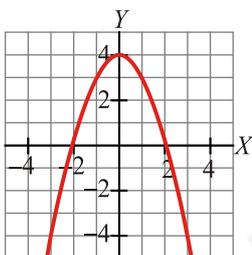
Si $x \geq -1$, tenemos un trozo de recta.

La gráfica es:

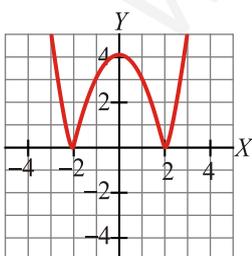


Ejercicio nº 25.-

Representa gráficamente la función $y = |f(x)|$, sabiendo que la gráfica de $y = f(x)$ es la siguiente:



Solución:



Ejercicio nº 26.-

Obtén la expresión analítica en intervalos de la función $y = |-x + 3|$.

Solución:

$$y = \begin{cases} -x + 3 & \text{si } x < 3 \\ x - 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

Ejercicio nº 27.-

Sabiendo que $f(x) = x - x^2$ y $g(x) = \text{sen } x$, halla :

a) $(g \circ f)(x)$

b) $(g \circ g)(x)$

Solución:

a) $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g[x - x^2] = \text{sen}(x - x^2)$

b) $(g \circ g)(x) = g[g(x)] = g[\text{sen } x] = \text{sen}(\text{sen } x)$

Ejercicio nº 28.-

Sabiendo que:

$$f(x) = 3x^2 \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{1}{x+2}$$

Explica cómo se pueden obtener por composición, a partir de ellas, las siguientes funciones:

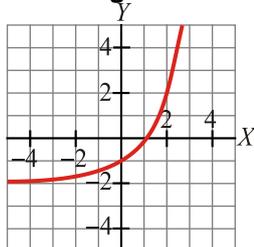
$$p(x) = \frac{3}{(x+2)^2} \quad q(x) = \frac{1}{3x^2 + 2}$$

Solución:

$$p(x) = (f \circ g)(x) \quad q(x) = (g \circ f)(x)$$

Ejercicio nº 29.-

Dada la gráfica de la función $y = f(x)$:



a) Calcula $f^{-1}(-1)$ y $f^{-1}(0)$.

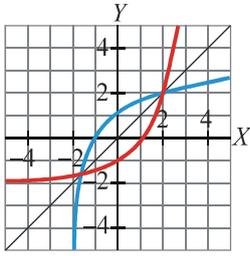
b) Representa gráficamente en los mismos ejes $f^{-1}(x)$, a partir de la gráfica de $f(x)$.

Solución:

a) $f^{-1}(-1) = 0$ porque $f(0) = -1$

$f^{-1}(0) = 1$ porque $f(1) = 0$

b)



Ejercicio nº 30.-

Obtén la función inversa de:

$$f(x) = \frac{2-3x}{4}$$

Solución:

Cambiamos x por y y despejamos la y :

$$x = \frac{2-3y}{4} \Rightarrow 4x = 2-3y \Rightarrow 3y = 2-4x \Rightarrow y = \frac{2-4x}{3}$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x) = \frac{2-4x}{3}$$