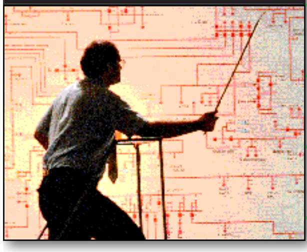
UNIDAD 2

ARITMÉTICA MERCANTIL



Página 52

1. ***Vamos a calcular en cuánto se transforma una cantidad C al sufrir un aumento del 12%:***

$$C + \frac{12}{100}\,C = C + 0{,}12\,C = 1{,}12\,C$$

Conclusión:

Si C aumenta el 12%, se transforma en 1,12 C (la cantidad más 12 centésimas).

- **¿En cuánto se transforman 250 euros si aumentan el 12%?**
- **Calcula en cuánto se transforma un capital C si sufre un aumento del:**

a) 10%	**b) 20%**	**c) 6%**
d) 6,5%	**e) 1%**	**f) 0,3%**

- 250 · 1,12 = 280 €
- a) 1,10 C; b) 1,20 C; c) 1,06 C; d) 1,065 C; e) 1,01 C; f) 1,003 C

2. ***Vamos a calcular en cuánto se transforma una cantidad C al sufrir una disminución del 12%:***

$$C - \frac{12}{100}\,C = C - 0{,}12\,C = 0{,}88\,C$$

Conclusión:

Si C disminuye el 12%, se transforma en 0,88 C (la cantidad menos 12 centésimas).

- **¿En cuánto se transforman 250 euros si disminuyen el 12%?**
- **Calcula en cuánto se transforma un capital C si sufre una disminución del:**

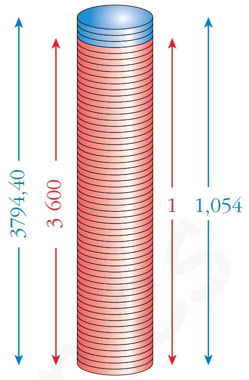
a) 10%	**b) 20%**	**c) 50%**
d) 6%	**e) 6,5%**	**f) 0,8%**

- 250 · 0,88 = 220 €
- a) 0,90 C; b) 0,80 C; c) 0,50 C; d) 0,94 C; e) 0,935 C; f) 0,992 C

www.yoquieroaprobar.es

Página 53

3. ***Pusimos un capital de 3 600 euros en el banco. Un año después se había transformado en 3 794,4 euros. ¿Qué tanto por ciento ha aumentado?***



1ª RESOLUCIÓN

El capital ha aumentado 3 794,40 – 3 600 = 194,40 €.

$$\frac{194{,}40}{3\,600} \cdot 100 = 5{,}4$$

El aumento ha sido del 5,4%.

2ª RESOLUCIÓN

$$\frac{3\,794{,}40}{3\,600} = 1{,}054$$

1,054 significa: la cantidad más 5,4 centésimas.

El aumento es, por tanto, del 5,4%.

NOTA: Debemos acostumbrarnos a esta segunda resolución, para lo cual hemos de saber interpretar las expresiones del tipo anterior. Por ejemplo:

$C \to 1{,}054\ C$: **Aumento del 5,4%** $\to (1{,}054 - 1) \cdot 100 = 5{,}4$

$C \to 1{,}235\ C$: **Aumento del 23,5%** $\to (1{,}235 - 1) \cdot 100 = 23{,}5$

$C \to 0{,}93\ C$: **Disminución del 7%** $\to (1 - 0{,}93) \cdot 100 = 7$

$C \to 0{,}765\ C$: **Disminución del 23,5%** $\to (1 - 0{,}765) \cdot 100 = 23{,}5$

- **Di cuál es la variación porcentual que corresponde a cada una de las siguientes transformaciones:**

  a) $C \to 1{,}15\ C$ b) $C \to 1{,}2\ C$ c) $C \to 1{,}042\ C$

  d) $C \to 0{,}85\ C$ e) $C \to 0{,}8\ C$ f) $C \to 0{,}958\ C$

- **Di cuál es la variación porcentual que corresponde a cada una de las siguientes transformaciones:**

  a) 8 000 € → 9 360 €

  b) 12 560 € → 11 932 €

  c) 12 000 personas → 10 320 personas

  d) 23 500 personas → 31 725 personas

- a) Aumento del 15% b) Aumento del 20%

  c) Aumento del 4,2% d) Disminución del 15%

  e) Disminución del 20% f) Disminución del 4,2%

- a) Ha aumentado un 17% b) Ha disminuido un 5%

  c) Ha disminuido un 14% d) Ha aumentado un 35%

Página 54

1. Una raqueta de tenis valía, al comienzo de temporada, 28 euros. A lo largo del año sufrió las siguientes variaciones: subió un 20%, bajó un 25%, subió un 5%, bajó un 12%. ¿Cuánto vale al final de temporada? ¿Cuál ha sido su índice de variación total?

Precio final = $28 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}75 \cdot 1{,}05 \cdot 0{,}88 = 23{,}2848$ €

Índice de variación = $1{,}2 \cdot 0{,}75 \cdot 1{,}05 \cdot 0{,}88 = 0{,}8316$ (baja el precio un 16,84%)

Página 55

1. Después de subir un 20%, un artículo vale 45,60 euros. ¿Cuánto valía antes de la subida?

$1{,}2x = 45{,}60 \Rightarrow x = 38$ €

2. Después de rebajarse en un 35%, un artículo vale 81,90 euros. ¿Cuánto valía antes de la rebaja?

$0{,}65x = 81{,}90 \Rightarrow x = 126$ €

Página 56

1. ¿En cuánto se transforma un capital de 50 000 €, colocados al 12% anual, en 1, 2, 3, 4 y 5 años? ¿Cuántos años se necesitan para que se duplique?

En 1 año se transforma en $50\,000 \cdot 1{,}12 = 56\,000$ €

En 2 años se transforma en $50\,000 \cdot 1{,}12^2 = 62\,720$ €

En 3 años se transforma en $50\,000 \cdot 1{,}12^3 = 70\,246{,}4$ €

En 4 años se transforma en $50\,000 \cdot 1{,}12^4 = 78\,675{,}97$ €

En 5 años se transforma en $50\,000 \cdot 1{,}12^5 = 88\,117{,}08$ €

Hacen falta 7 años para que se duplique.

Página 57

2. Averigua en cuánto se transforma un capital de 100 000 € al 6% anual durante 4 años si los periodos de capitalización son:

a) años **b) meses** **c) días** **d) trimestres**

a) $100\,000 \cdot 1{,}06^4 = 126\,247{,}70$ €

b) $100\,000 \cdot 1{,}005^{48} = 127\,049{,}92$ €

c) $100\,000 \cdot \left(1 + \dfrac{6}{36\,500}\right)^{1\,460} = 127\,122{,}41$ €

d) $100\,000 \cdot 1{,}015^{16} = 126\,898{,}55$ €

Página 58

1. Un banco nos concede un préstamo de 10 000 € al 12% anual. En el momento de la formalización nos cobra unos gastos de 500 €. Realizamos un solo pago al cabo de un año, tomando periodos de capitalización mensuales. ¿Cuál es la T.A.E.? (Ten en cuenta que nos dieron 9 500 € y que hemos de devolver $10\,000 \cdot 1{,}01^{12}$.)

Nos dieron 9 500 € y hemos de devolver 11 268,25 €. Por tanto, la T.A.E. será del 18,6%.

Página 60

1. Comprueba que podemos amortizar 10 000 € al 10% anual mediante cuatro pagos trimestrales de 2 658,18 € cada uno.

10% anual = 2,5% trimestral

PAGO TRIMESTRAL	DEUDAS ANTES DEL PAGO	INTERESES PENDIENTES	PAGO	CANTIDAD AMORTIZADA	DEUDA PENDIENTE
1	10 000	250	2 658,18	2 408,18	7 591,82
2	7 591,82	189,80	2 658,18	2 468,38	5 123,44
3	5 123,44	128,09	2 658,18	2 530,09	2 593,35
4	2 593,35	64,83	2 658,18	2 593,35	0

Página 61

1. Depositamos 100 000 euros el día 1 de enero en un banco al 8% anual. ¿Qué valor tienen al final de cada trimestre del año?

Estas cantidades están en progresión geométrica. ¿Cuál es la razón?

8% anual = 2% trimestral

Al final del primer trimestre vale $100\,000 \cdot 1{,}02 = 102\,000$ €

Al final del segundo trimestre vale $100\,000 \cdot 1{,}02^2 = 104\,040$ €

Al final del tercer trimestre vale $100\,000 \cdot 1{,}02^3 = 106\,120{,}8$ €

Al final del cuarto trimestre vale $100\,000 \cdot 1{,}02^4 = 108\,243{,}22$ €

La razón es $r = 1{,}02$

Página 62

2. Al comienzo de cada año depositamos 6 000 euros en un banco al 7% anual. ¿Cuánto dinero recogeremos al finalizar el 10º año?

Por el primer ingreso acumulamos $6\,000 \cdot 1{,}07^{10}$

Por el segundo ingreso acumulamos $6\,000 \cdot 1{,}07^{9}$

… …

Por el décimo ingreso acumulamos $6\,000 \cdot 1{,}07$

En total, tendremos $S_{10} = \dfrac{6\,000 \cdot 1{,}07^{11} - 6\,000 \cdot 1{,}07}{1{,}07 - 1} = 88\,701{,}60$ €

Página 65

1. Averigua la mensualidad que hay que pagar para amortizar en 3 años (36 pagos) una deuda de 24 000 euros al 9% anual.

$$i = \frac{9}{1\,200} = 0{,}0075$$

$$m = 24\,000 \cdot \frac{1{,}0075^{36} \cdot 0{,}0075}{1{,}0075^{36} - 1} = 763{,}19 \text{ €}$$

Página 68

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

PARA PRACTICAR

Porcentajes

1 **Una entrada de un cine costaba el año pasado 3,30 € y este año 4,10. ¿Cuál ha sido el índice de variación? ¿Y el porcentaje de subida?**

Índice de variación $= \dfrac{4{,}10}{3{,}30} = 1{,}\widehat{24}$

Porcentaje de subida = 24,24%

2 **La cantidad de agua de un embalse ha disminuido en un 35% respecto a lo que había el mes pasado. Ahora contiene 74,25 millones de litros. ¿Cuántos litros tenía el mes pasado?**

$0{,}65x = 74{,}25 \;\Rightarrow\; x = 114{,}23$ millones de litros.

3 **Averigua el índice de variación del precio de un televisor que costaba 450 €, después de subirlo un 15% y rebajarlo en un 25%. ¿Cuál es el precio actual?**

Índice de variación $= 1{,}15 \cdot 0{,}75 = 0{,}8625$

Precio actual $= 450 \cdot 0{,}8625 = 388{,}125$ €

4 **He pagado 11,80 € por un libro que estaba rebajado un 20%. ¿Cuál era su precio antes de la rebaja?**

$0{,}80x = 11{,}80 \;\Rightarrow\; x = 14{,}75$ €

5 **En un examen de francés han aprobado el 60% de los estudiantes. En la recuperación de los suspendidos, aprueban el 30%. En total son 18 los aprobados. ¿Cuál es el porcentaje de aprobados? ¿Cuántos estudiantes son?**

www.yoquieroaprobar.es

☛ ***Ten en cuenta que solo el 40% se presenta a la recuperación. Suma los porcentajes de los que aprueban.***

Porcentaje de aprobados = 60% + 0,3 · 40% = 72%

$0{,}72x = 18 \Rightarrow x = 25$ estudiantes hay en total.

6 **En un centro escolar, por cada 5 alumnos que aprueban todas las asignaturas hay 4 que suspenden alguna.**

¿Qué fracción y qué porcentaje del total supone cada uno de los dos tipos?

Aprueban todas $\frac{5}{9}$ del total, un 55,56%.

Suspenden alguna $\frac{4}{9}$ del total, un 44,44%.

7 **Si el precio de un artículo ha pasado de 35 € a 100 € en unos años, ¿cuál es el índice de variación? ¿Cuál ha sido el aumento expresado en porcentajes?**

Índice de variación $= \frac{100}{35} = 2{,}8571$

Ha aumentado un 185,71%.

8 **El precio de un ordenador ha bajado durante los últimos años, pasando de costar 3 750 € a 1 560 €. Calcula el índice de variación y la disminución porcentual del precio.**

Índice de variación $= \frac{1\,560}{3\,750} = 0{,}416$

Ha bajado su precio un 58,4%.

9 **Hace 10 años un chicle costaba 2 PTA y hoy cuesta 5 eurocent (1 € ≈ 166,4 PTA). ¿Cuál es el índice de variación? Calcula el aumento porcentual.**

$\frac{5 \cdot 166{,}4}{100} = 8{,}32$ PTA

Índice de variación $= \frac{8{,}32}{2} = 4{,}16$

Aumento porcentual = 316%

10 **Si el precio del alquiler de un apartamento sube un 10% cada año, ¿cuántos años tardaría en duplicarse?**

$1{,}1^x = 2 \Rightarrow x \approx 8$ años.

Intereses

11 **Un banco paga el 10% del dinero que se deposita en él, siempre que se mantenga sin sacar nada durante un año. ¿Cuánto te darán al cabo de un año si depositas 18 500 €? ¿Y si lo dejas durante 5 años sin sacar nada?**

Al cabo de un año nos darán 1 850 € de intereses; es decir, tendremos 20 350 €

Al cabo de cinco años tendremos $18\,500 \cdot 1{,}1^5 = 29\,794{,}44$ €; es decir, 11 294,44 € de intereses.

12 **Calcula en cuánto se transforman 5 000 euros en un año al 10% si los periodos de capitalización son: a) semestres; b) trimestres; c) meses.**

Di, en cada caso, cuál es la T.A.E. correspondiente.

☛ ***a) 10% anual → 5% durante 2 semestres → T.A.E.: $(1 + 5/100)^2$ → 10,25%.***

a) 10% anual = 5% semestral

$5\,000 \cdot 1{,}05^2 = 5\,000 \cdot 1{,}1025 = 5\,512{,}5$ € → T.A.E. del 10,25%

b) 10% anual = 2,5% trimestral

$5\,000 \cdot 1{,}025^4 = 5\,000 \cdot 1{,}1038 = 5\,519{,}06$ € → T.A.E. del 10,38%

c) 10% anual = $\frac{10}{12}$% mensual = $\frac{5}{6}$% mensual

$$5\,000 \cdot \left(1 + \frac{5}{600}\right)^{12} = 5\,000 \cdot (1{,}008\widehat{3})^{12} = 5\,000 \cdot 1{,}1047 = 5\,523{,}56 \text{ €} \rightarrow$$

→ T.A.E. del 10,47%

13 **Halla en cuánto se transforma un capital de 10 000 euros al 5% anual durante 2 años y 3 meses si el periodo de capitalización es:**

a) Anual.

b) Mensual.

a) 2 años y 3 meses = 2,25 años

$10\,000 \cdot (1{,}05)^{2{,}25} = 11\,160{,}30$ €

b) 2 años y 3 meses = 27 meses; 5% anual = $\frac{5}{12}$% mensual

$$10\,000 \cdot \left(1 + \frac{5}{1\,200}\right)^{27} = 11\,188{,}11 \text{ €}$$

14 **¿En cuánto se transforma un capital de 3 500 € depositados durante tres meses al 8,5% anual?**

¿Y si se mantiene 5 años con periodos de capitalización trimestrales?

www.yoquieroaprobar.es

En tres meses:

$$8{,}5\%\ \text{anual} \rightarrow \frac{8{,}5}{4} = 2{,}125\ \text{trimestral}$$

$$3\ 500 \cdot 1{,}02125 = 3\ 574{,}375\ €$$

En cinco años: (20 trimestres)

$$3\ 500 \cdot 1{,}02125^{20} = 5\ 329{,}782\ €$$

15 **Un comerciante pide un préstamo de 5 000 euros para devolver en un solo pago a los tres meses. ¿A cuánto debe ascender ese pago si el precio del dinero está al 12% anual?**

12% anual es un 3% trimestral. El pago será de:

$$5\ 000 \cdot 1{,}03 = 5\ 150\ €$$

16 **Recibimos un préstamo de 8 500 € al 15% anual, que hemos de devolver en un solo pago. ¿Cuántos años han transcurrido si al liquidarlo pagamos 14 866,55 €?**

$8\ 500 \cdot (1{,}15)^t = 14\ 866{,}55 \Rightarrow t = 4$ años

17 **Se pide un préstamo de 4 000 € al 6,5% de interés semestral con el compromiso de devolverlo, en un solo pago, al cabo de dos años. ¿A cuánto ascenderá ese pago?**

$4\ 000 \cdot (1{,}065)^4 = 5\ 145{,}87$ €

18 **Un capital colocado al 15% anual durante cuatro años, se ha convertido en 5 596,82 €. ¿A cuánto ascendía ese capital?**

$C \cdot (1{,}15)^4 = 5\ 596{,}82 \Rightarrow C = 3\ 200$ €

19 **Un banco paga el 2% trimestral. ¿Cuántos años tienen que estar depositados 2 000 euros para convertirse en 2 536,48 €?**

$2\ 000 \cdot (1{,}02)^t = 2\ 536{,}48 \Rightarrow t = 12$ trimestres $= 3$ años

20 **Calcula el tanto por ciento anual al que se han de colocar 600 € para que en dos años se conviertan en 699,84 €.**

$600 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = 699{,}84 \Rightarrow r = 8\%$

Página 69

21 **Calcula la T.A.E. para un rédito anual del 10% con pagos mensuales de intereses.**

10% anual = $\frac{10}{12}$ % mensual

Un capital C se transforma en un año en $C \cdot \left(1 + \frac{10}{1\,200}\right)^{12}$

Es decir, $C \cdot 1{,}1047$.

Por tanto, la T.A.E. será del 10,47%.

Amortización de préstamos

22 **Hemos de amortizar 50 000 € en 5 años, con un interés del 15%, de modo que cada año se paguen los intereses del capital pendiente más la quinta parte del capital total.**

Calcula lo que hay que pagar cada año.

	CAPITAL PENDIENTE	PAGO DE INTERESES + PAGO DE CAPITAL = PAGO ANUAL	DEUDA PENDIENTE
1^er^ AÑO	50 000	50 000 · 0,15 + 10 000 = 17 500	40 000
2º AÑO	40 000	40 000 · 0,15 + 10 000 = 16 000	30 000
3^er^ AÑO	30 000	30 000 · 0,15 + 10 000 = 14 500	20 000
4º AÑO	20 000	20 000 · 0,15 + 10 000 = 13 000	10 000
5º AÑO	10 000	10 000 · 0,15 + 10 000 = 11 500	0

23 **Hemos de amortizar 4 500 € al 12% anual en 6 plazos mensuales. En cada uno de los plazos pagaremos la sexta parte del capital prestado más los intereses mensuales del capital pendiente de pago.**

Calcula el importe de cada pago.

	CAPITAL PENDIENTE	PAGO DE INTERESES + PAGO DE CAPITAL = PAGO MENSUAL	DEUDA PENDIENTE
1^er^ MES	4 500	45 + 750 = 795	3 750
2º MES	3 750	37,5 + 750 = 787,5	3 000
3^er^ MES	3 000	30 + 750 = 780	2 250
4º MES	2 250	22,5 + 750 = 772,5	1 500
5º MES	1 500	15 + 750 = 765	750
6º MES	750	7,5 + 750 = 757,5	0

www.yoquieroaprobar.es

24 **Calcula el importe de la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 50 000 € en 5 años al 15%. ¿Y si se paga en mensualidades?**

$$\text{Anualidad} = a = 50\ 000 \cdot \frac{1{,}15^5 \cdot 0{,}15}{1{,}15^5 - 1} = 14\ 915{,}78 \text{ €}$$

$$\text{Mensualidad} = m = 50\ 000 \cdot \frac{1{,}0125^{60} \cdot 0{,}0125}{1{,}0125^{60} - 1} = 1\ 189{,}50 \text{ €}$$

25 **Compramos un electrodoméstico de 750 € y lo pagamos en 24 plazos mensuales con un interés del 13%. ¿Cuál será la cuota mensual?**

$$m = 750 \cdot \frac{\left(1 + \frac{13}{1\,200}\right)^{24} \cdot \frac{13}{1\,200}}{\left(1 + \frac{13}{1\,200}\right)^{24} - 1} = 35{,}66 \text{ €}$$

26 **Una persona paga un coche en sesenta mensualidades de 333,67 €. Si el precio del dinero está al 12% anual, ¿cuál sería el precio del coche si se pagara al contado?**

☛ ***Conocemos m y hay que calcular C. Sustituye los datos en la fórmula y despeja C.***

$$C = \frac{1{,}01^{60} - 1}{1{,}01^{60} \cdot 0{,}01} \cdot 333{,}67 \approx 15\ 000 \text{ €}$$

27 **Un ahorrador mete todos los años en la misma fecha 1 500 € en una cuenta que le produce el 6% anual. ¿Qué cantidad habrá acumulado al cabo de 3 años?**

$$C = 1\ 500 \cdot 1{,}06 \cdot \frac{1{,}06^3 - 1}{0{,}06} = 5\ 061{,}92 \text{ €}$$

28 **Un banco nos concede un préstamo al 6%, que hemos de amortizar en 7 anualidades de 14 330,80 € cada una. ¿Cuánto dinero nos prestó?**

$$a = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow C = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

$$C = 14\ 330{,}80 \cdot \frac{1{,}06^7 - 1}{1{,}06^7 \cdot 0{,}06} = 80\ 000 \text{ €}$$

29 **He recibido un préstamo de una financiera por el que tengo que pagar 10 anualidades de 1 413,19 €. ¿Cuál es la cantidad prestada si el rédito es el 10,5%?**

$$C = 1\ 413{,}19 \cdot \frac{1{,}105^{10} - 1}{1{,}105^{10} \cdot 0{,}105} = 8\ 500 \text{ €}$$

www.yoquieroaprobar.es

30 **Comprueba que si pagamos al final de cada año una anualidad de 2 500 € durante 8 años, al 5%, hemos pagado en total 23 872,77 €.**

1ª anualidad: 2 500 en 7 años $\to$ $2\,500 \cdot 1{,}05^7$

2ª anualidad: 2 500 en 6 años $\to$ $2\,500 \cdot 1{,}05^6$

… …

7ª anualidad: 2 500 en 1 año $\to$ $2\,500 \cdot 1{,}05$

8ª anualidad: 2 500 $\to$ 2 500

En total:

$$S = 2\,500\,[1 + 1{,}05 + \ldots + 1{,}05^6 + 1{,}05^7] = 2\,500 \cdot \frac{1{,}05^8 - 1}{1{,}05 - 1} = 23\,872{,}77 \text{ €}$$

31 **Un trabajador ahorra 5 000 € anuales que ingresa en el banco al principio de cada año. Si el banco le da un 9,5% de interés, ¿qué cantidad tendrá al cabo de 10 años?**

$$5\,000 \cdot 1{,}095 \cdot \frac{1{,}095^{10} - 1}{0{,}095} = 85\,192{,}59 \text{ €}$$

32 **Ingreso en un banco 3 500 € al principio de cada año al 8% durante 5 años. ¿Cuánto dinero tendré al final del 5º año?**

1er año $\to$ 3 500 en 5 años se convierte en $3\,500 \cdot 1{,}08^5$

2º año $\to$ 3 500 en 4 años se convierte en $2\,500 \cdot 1{,}08^4$

… …

5º año $\to$ 3 500 en 1 año se convierte en $3\,500 \cdot 1{,}08$

En total, al final del 5º año, tendremos:

$$S = 3\,500\,[1{,}08 + 1{,}08^2 + \ldots + 1{,}08^5] = 3\,500 \cdot \frac{1{,}08^6 - 1{,}08}{1{,}08 - 1} = 22\,175{,}75 \text{ €}$$

CUESTIONES TEÓRICAS

33 **Demuestra que si pagamos al final de cada año una anualidad *a*, durante *n* años al *r*%, la cantidad total que hemos pagado es:**

$$S = a\,\frac{(1+i)^n - 1}{i} \qquad \left(i = \frac{r}{100}\right)$$

☛ ***a* en *n* – 1 años se convierten en $a(1+i)^{n-1}$**

***a* en *n* – 2 años $\to$ $a(1+i)^{n-2}$**

……………………………………………………

***a* en 1 año $\to$ $a(1+i)$**

última anualidad* $\to$ *a

www.yoquieroaprobar.es

Suma los términos de esa progresión.

$$S = a + a(1+i) + a(1+i)^2 + \ldots + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1} =$$

$$= a\,[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \ldots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}] =$$

$$= a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{1+i-1} = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

PARA PROFUNDIZAR

34 Una persona inicia un plan de pensiones a los 45 años, con cuotas mensuales de 200 € al 9% anual, con periodos de capitalización mensuales. ¿De qué capital dispondrá a los 65 años?

9% anual = 0,75% mensual

20 años = 240 mensualidades

$$C = 200 \cdot 1{,}0075 \cdot \frac{1{,}0075^{240} - 1}{0{,}0075} = 134\,579{,}20 \text{ €}$$

35 Recibimos un préstamo de 10 000 € al 12% anual que hemos de pagar en un año con plazos mensuales. El banco nos cobra 350 € por la gestión del préstamo en el momento de su concesión. Comprueba que la T.A.E. correspondiente a ese préstamo es de un 16,77%.

☛ ***El banco nos cobra 10 000 € al 1% mensual, pero lo que realmente recibimos es 9 650 €, que al r% anual (r = T.A.E.) será igual a lo que el banco nos cobra. Plantea la ecuación correspondiente y despeja r.***

12% anual = 1% mensual

En realidad, recibimos 9 650 €

Devolvemos $10\,000 \cdot 1{,}01^{12} = 11\,268{,}25$ €

$$\frac{11\,268{,}25}{9\,650} = 1{,}1677 \;\Rightarrow\; \text{La T.A.E. será del } 16{,}77\%$$

PARA PENSAR UN POCO MÁS

36 Un librero compró dos manuscritos antiguos por 2 250 € y después los vendió obteniendo un beneficio del 40%. El primer manuscrito le dejó un beneficio del 25% y el segundo un beneficio del 50%, ¿cuánto pagó por cada manuscrito?

$$\begin{array}{ll} 1^{\circ} \to x & x + y = 2\,250 \\ 2^{\circ} \to y & 1{,}25x + 1{,}5y = 2\,250 \cdot 1{,}4 \end{array} \left.\vphantom{\begin{array}{l} a \\ b \end{array}}\right\} y = 2\,250 - x$$

$1{,}25x + 3\,375 - 1{,}5x = 3\,150; \;\; 225 = 0{,}25x$

$x = 900$ €; $\;y = 1\,350$ €

Por el primero pagó 900 € y por el segundo, 1 350 €.

37 Se ordenan 31 sellos de izquierda a derecha en orden creciente de precios. El precio de cada sello difiere en 2 € de sus dos adyacentes. Por el precio del último sello podríamos comprar el sello central y uno de los que tiene al lado. ¿Cuál de ellos?

Si llamamos p_i al precio del sello que ocupa la posición i-ésima, tenemos una progresión aritmética de diferencia $d = 2$. Así:

$$p_{31} = p_1 + 60. \ \text{El sello central es el } 16^{\underline{o}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \ast\ast \begin{cases} \left.\begin{array}{l} p_{16} = p_1 + 30 \\ p_{15} = p_1 + 28 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Si fuera } p_{31} = p_{16} + p_{15}\text{:} \\ 2p_1 + 58 = p_1 + 60 \ \Rightarrow \ p_1 = 2 \end{array} \\ p_{17} = p_1 + 32 \end{cases} \\ \ast\ast \begin{cases} \text{Si fuera } p_{31} = p_{16} + p_{17}\text{:} \\ 2p_1 + 62 = p_1 + 60 \ \Rightarrow \ p_1 = -2 \ \text{(imposible)} \end{cases} \end{array}\right\} \text{Son el } 15^{\underline{o}} \text{ y el } 16^{\underline{o}}$$

Por tanto, el sello que buscamos es el anterior al central (el que está en la posición $15^{\underline{a}}$).

www.yoquieroaprobar.es