

TEMA 2 – MATEMÁTICAS FINANCIERAS

EJERCICIO 1 : Por un artículo que estaba rebajado un 12% hemos pagado 26,4 euros. ¿Cuánto costaba antes de la rebaja?

Solución: El índice de variación es: $IV = \left(1 - \frac{12}{100}\right) = 0,88$.

Por tanto: $C_F = C_i \cdot IV \Rightarrow 26,4 = C_i \cdot 0,88 \Rightarrow C_i = 30 \Rightarrow$ Antes de la rebaja costaba 30 euros.

EJERCICIO 2 : Un ordenador cuesta 1 036 euros sin I.V.A. Sabiendo que se aplica un 16% de I.V.A., ¿cuál será su precio con I.V.A.?

Solución: El índice de variación que corresponde a un aumento del 16% es: $IV = \left(1 + \frac{16}{100}\right) = 1,16$.

Por tanto: $C_F = C_i \cdot IV = 1036 \cdot 1,16 = 1201,76 \Rightarrow$ El precio con I.V.A. es de 1 201,76 euros

EJERCICIO 3 : El precio de un litro de leche (con I.V.A.) es de 0,6 euros. Sabiendo que el IVA en alimentación es del 7%, ¿cuál será su precio sin I.V.A.?

Solución: El índice de variación para un aumento del 7% es: $IV = \left(1 + \frac{7}{100}\right) = 1,07$.

$C_F = C_i \cdot IV \Rightarrow 0,6 = C_i \cdot 1,07 \Rightarrow C_i = 0,56 \Rightarrow$ El precio sin I.V.A. es de 0,56 euros.

EJERCICIO 4 : En un pueblo que tenía 200 habitantes, ahora viven solamente 80 personas. ¿Qué porcentaje representa la disminución de la población?

Solución: $C_F = C_i \cdot IV \Rightarrow 80 = 200 \cdot IV \Rightarrow IV = 0,4 = \left(1 - \frac{r}{100}\right) \Rightarrow r = 60 \Rightarrow$ Una disminución del 60%.

EJERCICIO 5 : Un contrato de alquiler ha subido un 2% anual durante los tres últimos años. Calcula el precio mensual que tendremos que pagar actualmente, sabiendo que hace 3 años pagábamos 420 euros al mes.

Solución: $C_F = 420 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^3 = 445,70736 \approx 445,71$ euros

EJERCICIO 6 : El precio de una raqueta de tenis subió un 20% y después la rebajaron un 15%. Si su precio actual es de 110,16 euros, ¿cuánto costaba antes de la subida? Di cuál es el índice de variación y explica su significado.

Solución: Índice de variación: $IV = \left(1 + \frac{20}{100}\right) \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 1,20 \cdot 0,85 = 1,02$

$C_F = C_i \cdot IV \Rightarrow 110,16 = C_i \cdot 1,02 \Rightarrow C_i = 108$ euros \Rightarrow Precio actual 108 euros

El índice de variación es $1,02 = \left(1 + \frac{r}{100}\right) \Rightarrow r = 2 \Rightarrow$ Ha subido un 2 %

EJERCICIO 7 : Un artículo que costaba inicialmente 60 euros fue rebajado en diciembre un 12%. En el mes de enero tuvo una segunda rebaja de un 15%; y, en febrero, se rebajó otro 10%.

a) Calcula el precio final después de las tres rebajas. b) ¿Cuál es el porcentaje total de rebaja?

Solución:

a) Calculamos el índice de variación total: $IV = \left(1 - \frac{12}{100}\right) \left(1 - \frac{15}{100}\right) \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 0,88 \cdot 0,85 \cdot 0,90 = 0,6732$

Por tanto, el precio final fue: $C_F = C_i \cdot IV = 60 \cdot 0,6732 = 40,39$ euros

b) El índice de variación obtenido, $0,6732 = \left(1 + \frac{r}{100}\right) \Rightarrow r = 32,68\% \Rightarrow$ Un 32,68 % total de rebaja

EJERCICIO 8 : El precio de un artículo ha aumentado en un 2%; pero, después, ha tenido una rebaja de un 5%. Calcula el índice de variación total y la disminución porcentual del precio.

Solución:

$$\text{El índice de variación total será: } IV = \left(1 + \frac{2}{100}\right) \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 1,02 \cdot 0,95 = 0,969$$

$$0,969 = 1 - \frac{r}{100} \Rightarrow r = 3,1 \Rightarrow \text{Un } 3,1 \% \text{ de bajada.}$$

EJERCICIO 9 : El precio sin I.V.A. de un determinado medicamento es de 15 euros.

a) Sabiendo que el I.V.A. es del 4%, ¿cuanto costará con I.V.A.?

b) Con receta médica solo pagamos el 40% del precio total. ¿Cuánto nos costaría este medicamento si lo compráramos con receta?

Solución:

a) El índice de variación para un aumento del 4% es de 1,04.

Por tanto, el medicamento con I.V.A. costará: $15 \cdot 1,04 = 15,6$ euros

b) Para calcular el 40% multiplicamos por 0,4: $15,6 \cdot 0,4 = 6,24 \Rightarrow$ El precio con receta sería de 6,24 euros.

EJERCICIO 10 : Un capital de 4 000 euros colocado al 8% anual se ha convertido en 5 441,96 euros. ¿Cuántos años han transcurrido? (Los periodos de capitalización son anuales).

$$\text{Solución: } C_F = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \Rightarrow 5441,96 = 4000 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^n \Rightarrow 1,36049 = 1,08^n \Rightarrow \log 1,36049 = \log 1,08^n \Rightarrow$$

$$\log 1,36049 = n \cdot \log 1,08 \Rightarrow n = \frac{\log 1,36049}{\log 1,08} = 4,000009933 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow \text{Habrán transcurrido 4 años.}$$

EJERCICIO 11 : Halla en cuánto se transforman 3 000 euros depositados durante un año al 8% anual si los periodos de capitalización son trimestrales.

$$\text{Solución: } C_F = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{400}\right)^n \Rightarrow C_F = 3000 \cdot \left(1 + \frac{8}{400}\right)^4 = 3.247,30 \text{ euros}$$

EJERCICIO 12 : Calcula en cuánto se transforma un capital de 2 500 euros depositado durante 4 meses al 7% anual (los periodos de capitalización son mensuales).

$$\text{Solución: } C_F = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{1200}\right)^n \Rightarrow C_F = 2500 \cdot \left(1 + \frac{7}{1200}\right)^4 = 2558,85 \text{ euros}$$

EJERCICIO 13 : Calcula en cuánto se transforman 800 euros al 10% anual, en un año, si los periodos de capitalización son mensuales.

$$\text{Solución: } C_F = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{1200}\right)^n \Rightarrow C_F = 800 \cdot \left(1 + \frac{10}{1200}\right)^{12} = 883,77 \text{ euros}$$

EJERCICIO 14 : Un capital de 2 000 euros se ha transformado en 2 247,2 euros al cabo de 2 años. Calcula el tanto por ciento anual al que se ha colocado.

$$\text{Solución: } 2247,2 = 2000 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 \Rightarrow \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = \frac{2247,2}{2000} \Rightarrow \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = 1,1236 \Rightarrow 1 + \frac{r}{100} = \sqrt{1,1236} \Rightarrow$$

$$1 + \frac{r}{100} = 1,06 \rightarrow \frac{r}{100} = 0,06 \rightarrow r = 6\% \Rightarrow \text{Por tanto, se ha colocado al } 6\% \text{ anual.}$$

EJERCICIO 15 : Hemos decidido ahorrar ingresando en un banco 1 000 euros al principio de cada año. Calcula la cantidad que tendremos ahorrado a finales del octavo año, sabiendo que el banco nos da un 6% de interés.

Solución: Como vamos varias veces al banco y cada vez ingresamos la misma cantidad es una suma, Como pagamos al principio de cada año y recogemos al final: $a_1 = 1\,000 \cdot (1,06)$

$$S_8 = \frac{1000 \cdot (1,06)(1,06)^8 - 1000(1,06)}{1,06 - 1} = 10\,491,32 \text{ euros.} \Rightarrow \text{ Al final de los ocho años tendremos } 10\,491,32 \text{ euros.}$$

EJERCICIO 16 : Una persona ingresa, al principio de cada año, la cantidad de dinero que viene reflejada en la siguiente tabla:

	CANTIDAD DEPOSITADA (en euros)
1 ^{er} AÑO	1000
2 ^o AÑO	1500
3 ^{er} AÑO	2000

Calcula cuál será el capital acumulado al cabo de los tres años (al final del año), sabiendo que el rédito es del 6% anual.

Solución:

- Los 1 000 euros del primer año se transforman, al cabo de tres años, en: $1\,000 \cdot (1,06)^3$ euros
- Los 1 500 euros del segundo año se transforman, al cabo de dos años, en: $1\,500 \cdot (1,06)^2$ euros
- Los 2 000 euros del tercer años se transforman, al cabo de un año, en: $2\,000 \cdot (1,06)$
- Por tanto, el total acumulado al cabo de los tres años será:

$$1\,000 \cdot (1,06)^3 + 1\,500 \cdot (1,06)^2 + 2\,000 \cdot (1,06) = 4\,996,42 \text{ euros}$$

EJERCICIO 17 : Calcula la cantidad total que tendremos si pagamos al final de cada año una anualidad de 1 500 euros durante 10 años, al 8% anual.

Solución: Como vamos varias veces al banco y cada vez ingresamos la misma cantidad es una suma, Como pagamos al final de cada año: $a_1 = 1\,500$.

El décimo término es $a_{10} = 1\,500 \cdot (1,08)^9$.

$$S = \frac{1\,500 \cdot (1,08)^{10} - 1\,500}{1,08 - 1} = 21\,729,84 \text{ euros} \Rightarrow \text{ Al final de los años 10 años tendremos un total de } 21\,729,84 \text{ euros.}$$

EJERCICIO 18 : Una persona ingresa en un banco, al principio de cada año, 400 euros, durante 6 años. Calcula el dinero que habrá acumulado al final del sexto año sabiendo que el banco le da un 5% de interés anual.

Solución: Como vamos varias veces al banco y cada vez ingresamos la misma cantidad es una suma. Como pagamos al principio de cada año y recogemos al final: $a_1 = 400 \cdot (1,05)$

$$S = \frac{400 \cdot (1,05)(1,05)^6 - 400 \cdot (1,05)}{1,05 - 1} = 2\,856,80 \text{ euros} \Rightarrow \text{ Al final del sexto año tendremos } 2\,856,80 \text{ euros.}$$

EJERCICIO 19 : Durante 4 años, depositamos al principio de cada año 1 000 euros al 5% con pago anual de intereses. ¿Cuánto dinero tendremos acumulado al final del cuarto año?

Solución: Como vamos varias veces al banco y cada vez ingresamos la misma cantidad es una suma. Como pagamos al principio de cada año y recogemos al final $a_1 = 1\,000 \cdot (1,05)$

El cuarto término es $a_4 = 1\,000 \cdot (1,05)^4$

$$S = \frac{1\,000 \cdot (1,05)(1,05)^4 - 1\,000 \cdot (1,05)}{1,05 - 1} = 4\,525,63 \text{ euros.} \Rightarrow \text{ Al final del cuarto año tendremos } 4\,525,63 \text{ euros.}$$

EJERCICIO 20 : Nos han concedido un préstamo hipotecario (para comprar un piso) por valor de 80 000 euros. Lo vamos a amortizar en 180 mensualidades con un interés del 5% anual. ¿Cuál es el valor de cada mensualidad que tendremos que pagar?

Solución: La mensualidad será: $m = C \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 80\,000 \frac{\left(1 + \frac{5}{1200}\right)^{180} \cdot \frac{5}{1200}}{\left(1 + \frac{5}{1200}\right)^{180} - 1} = 632,63 \text{ euros}$

Cada mes tendremos que pagar 632,63 euros.

EJERCICIO 21 : Un coche cuesta 12 000 euros. Nos conceden un préstamo para pagarlo en 48 mensualidades con un interés del 6% anual. ¿Cuál será la cuota mensual que tendremos que pagar?

Solución: $m = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 12\,000 \cdot \frac{(1,005)^{48} \cdot 0,005}{(1,005)^{48} - 1} = 281,82$ euros \Rightarrow Cada mes tendremos que pagar 281,82 euros.

EJERCICIO 22 : Halla la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 40 000 euros en 5 años al 12% anual.

Solución: $a = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 40\,000 \cdot \frac{(1,12)^5 \cdot 0,12}{(1,12)^5 - 1} = 11\,096,39$ euros \Rightarrow Cada año se deben pagar 11 096,39 euros.

EJERCICIO 23 : Calcula el valor de la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 25 000 euros en 6 años al 10% de interés anual.

Solución: $a = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} = 25\,000 \cdot \frac{(1,1)^6 \cdot 0,1}{(1,1)^6 - 1} = 5\,740,18$ euros \Rightarrow Cada año se deben pagar 5740,18 euros.

EJERCICIO 24 : Tenemos que amortizar 30 000 euros en 3 años, con un 8% de interés anual, de modo que cada año pagaremos la tercera parte del capital total más los intereses del capital pendiente. Calcula lo que hay que pagar cada año.

Solución:

- Hagamos una tabla:

	CAPITAL PENDIENTE	PAGO DE INTERESES + PAGO DE CAPITAL = PAGO ANUAL	DEUDA PENDIENTE
1 ^{er} AÑO	30 000	$30\,000 \cdot 0,08 + 10\,000 = 12\,400$	20 000
2 ^o AÑO	20 000	$20\,000 \cdot 0,08 + 10\,000 = 11\,600$	10 000
3 ^{er} AÑO	10 000	$10\,000 \cdot 0,08 + 10\,000 = 10\,800$	0

- El primer año habrá que pagar 12 400 euros, el segundo año 11 600 euros y, el tercer año, 10 800 euros.

EJERCICIO 25 : Un artículo que costaba 300 euros sufrió un aumento del 25% en su precio. Después tuvo un segundo aumento del 15% y luego se rebajó un 20%.

- a) Calcula el índice de variación total. b) ¿Cuál es el precio final?

Solución:

- a) El índice de variación total será: $IV = 1,25 \cdot 1,15 \cdot 0,8 = 1,15$ (que corresponde a un 15% de aumento en el precio).
 b) El precio final es: $300 \cdot 1,15 = 345$ euros

EJERCICIO 26 : El precio de un piso subió un 15% en el año 1998 y bajó un 20% en el 1999. Si su precio en el 2000 es de 225 000 euros, ¿cuál era su precio hace dos años? Di cuál es el índice de variación y explica su significado.

Solución: Índice de variación: $1,15 \cdot 0,80 = 0,92$

Precio hace dos años: $\frac{225\,000}{0,92} = 244\,565,22$ euros

El índice de variación, 0,92, representa una disminución del 8% en el precio del piso.

EJERCICIO 27 : El precio de un ordenador que costaba 1 200 euros fue rebajado en un 8%. Posteriormente, se le aplicó otra rebaja del 10%.

- a) ¿Qué porcentaje de rebaja supone en total? b) ¿Cuánto costaba después de las dos rebajas?

Solución:

- a) El índice de variación total es: $0,92 \cdot 0,9 = 0,828$, que corresponde a una rebaja del 17,2%.
 b) El precio final será: $1\,200 \cdot 0,828 = 993,6$ euros

EJERCICIO 28 : Durante un curso escolar el número de alumnos matriculados en un colegio fue de 500. El curso siguiente, este número se redujo en un 5% y, el siguiente, aumentó un 12%.

- a) ¿Qué variación total de alumnos ha habido en esos años?
 b) ¿Cuál es el número de alumnos matriculados que había después de las dos variaciones?

Solución:

- a) El índice de variación total es: $0,95 \cdot 1,12 = 1,064$ que corresponde a un aumento del 6,4%.
 b) El número final de alumnos será: $500 \cdot 1,064 = 532$

EJERCICIO 29 : El número de habitantes de una cierta población aumentó hace tres años en un 2%. El año siguiente, el aumento fue del 3%; y, el siguiente, del 4%.

- a) ¿Cuál ha sido el porcentaje total de aumento?
 b) Si inicialmente eran 6 000 habitantes, ¿cuántos había después de los tres años de aumento?

Solución:

- a) El índice de variación total es: $1,02 \cdot 1,03 \cdot 1,04 = 1,0926$ que corresponde a un 9,26% de aumento.
 b) Después de los tres años habrá: $6\ 000 \cdot 1,0926 = 6\ 555,6 \approx 6\ 556$ habitantes

EJERCICIO 30 : Halla el tanto por ciento anual de interés al que debe colocarse un capital de 3 000 euros para que en dos años se transforme en 3 307,5 euros.

Solución:

Si se coloca al $r\%$ anual durante dos años, se transforma en: $3000 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = 3307,5$ euros.

$$\left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = \frac{3307,5}{3000}$$

Despejamos r : $\left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = 1,1025$

$$1 + \frac{r}{100} = \sqrt{1,1025}$$

$$1 + \frac{r}{100} = 1,05 \rightarrow \frac{r}{100} = 0,05 \rightarrow r = 5\%$$

EJERCICIO 31 : Hemos colocado un capital de 6 500 euros al 5% anual, y al cabo de un tiempo se ha transformado en 8 295,83 euros. Calcula los años transcurridos, sabiendo que los períodos de capitalización han sido anuales.

Solución:

Al cabo de n años tendremos: $6500 \cdot 1,05^n = 8295,83$ euros.

Despejamos n : $1,05^n = \frac{8295,83}{6500}$

$$1,05^n = 1,276 \rightarrow n = 5 \text{ años}$$

EJERCICIO 32 : Halla en cuánto se transforma un capital de 5 000 euros depositado durante 6 meses al 9% anual, si los períodos de capitalización son mensuales.

Solución: Al cabo de seis meses se habrá transformado en: $5000 \cdot \left(1 + \frac{9}{1200}\right)^6 = 5000 \cdot 1,0075^6 = 5229,26$ euros

EJERCICIO 33 : Calcula en cuánto se transforman 3 500 euros depositados durante dos años al 6% anual si los períodos de capitalización son trimestrales.

Solución: Al cabo de los 8 trimestres tendríamos: $3500 \cdot \left(1 + \frac{6}{400}\right)^8 = 3500 \cdot 1,015^8 = 3942,72$ euros

EJERCICIO 34 : Averigua cuál es el capital que colocamos al 6% anual durante 5 años, sabiendo que al final teníamos 2 676,45 euros.

Solución: Llamamos C al capital inicial. Al cabo de los 5 años se transformó en: $C \cdot 1,06^5 = 2\ 676,45$ euros

Por tanto: $C = \frac{2\ 676,45}{1,06^5} = 2\ 000$ euros