

1ºMACS. Fracciones algebraicas

1.- Hallar el valor numérico de las siguientes fracciones para el valor indicado:

a) $\frac{x^3-1}{x-1}$ para $x = 1$

b) $\frac{x^2-7x+12}{x^3-4x^2+x+6}$ para $x = 3$

Sol: a) 2; b) $-\frac{1}{4}$

2.- Realiza las operaciones siguientes simplificando al máximo:

a) $\frac{2}{x-1} + \frac{x-3}{x^2+x+1} - \frac{3x^2}{x^3-1}$

b) $x : \left(1 - \frac{1-x}{1+x}\right)$

c) $\left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2}\right) \left(\frac{1}{x} - 1\right)$

d) $\left(\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}\right) : \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}\right)$

e) $\left(\frac{x-3}{x^2+2x-15}\right) \left(\frac{x-7}{x^2-2x-35}\right) \left(\frac{x^2+10x+25}{x+5}\right)$

Sol: a) $\frac{-2x+5}{x^3-1}$; b) $\frac{1+x}{2}$; c) $\frac{1}{x}$; d) -1 ; e) $\frac{1}{x+5}$

3.- Simplificar las expresiones siguientes:

a) $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$

b) $\frac{81x^4y^3}{54x^2y^2}$

c) $\frac{x^3-3x^2+3x-1}{x^3-2x^2+x}$

d) $\frac{x^2-4}{x^3+x^2-4x-4}$

Sol: a) $\frac{x+1}{x-1}$; b) $\frac{3}{2}x^2y$; c) $\frac{x-1}{x}$; d) $\frac{1}{x+1}$

4.- Operar las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\left(\frac{x^2+2x+1}{(x-1)^2}\right) \cdot \left(\frac{(x-1)^2}{x+1}\right)$

b) $\frac{3(x+1)}{x^2-1} - \frac{x+1}{1-x} + \frac{x^2+1}{x^2-2x+1}$

c) $\frac{x+1}{9x-x^3} + \frac{1}{x^2+6x+9} - \frac{1}{6x^2-9x-x^3}$

d) $\left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x+1}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)$

Sol: a) $x+1$; b) $\frac{2x^2+3x-3}{(x-1)^2}$; c) $\frac{24x-6x^2+9}{x(x+3)^2(x-3)^2}$; d) $\frac{3x+1}{x}$

5.- Operar las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x+2} + \frac{3}{x+3}\right) : \left(\frac{x}{x+2} + \frac{x}{x+3} + \frac{6}{x^2+5x+6}\right)$

b) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-3} - \frac{x-1}{x^2-4x+3}$

Sol: a) 1; b) $\frac{1}{x-1}$

6.- Cada una de las fracciones A, B, C es equivalente a una de las fracciones I, II, III. Asocia cada una con su equivalente:

$$A = \frac{(x^2-1)(x-2)}{(x^2-4)(x+1)}$$

$$I = \frac{x-1}{x+1}$$

$$B = \frac{x-2}{2-x}$$

$$II = \frac{x-1}{x+2}$$

$$C = \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$$

$$III = -1$$

Sol: A = II; B = III; C = I

7.- Indicar si es verdadera o falsa cada una de la igualdades siguientes, indicando en cada caso que no sea cierta cual es el error:

$$a) \frac{a}{b+c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$$

$$b) \frac{ax+by}{x+y} = a+b$$

$$c) \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$d) \frac{2a}{2a} = 0$$

8.- Completa las siguientes igualdades de modo que obtengas fracciones equivalentes:

$$a) \frac{3x}{2x-5} = \frac{?}{6x-15}$$

$$b) \frac{x^2-4}{?} = \frac{x-2}{2}$$

$$c) \frac{2x}{x+1} = \frac{?}{x^2+x}$$

$$d) \frac{1}{5-x} = \frac{x}{?}$$

Sol: a) $9x$; b) $2x+4$; c) $2x^2$; d) $5x-x^2$

9.- Expresa el resultado de las siguientes divisiones en la forma $\frac{D}{d} = C + \frac{R}{d}$:

$$a) \frac{x+9}{x+6}$$

$$b) \frac{x+6}{x+9}$$

$$c) \frac{2x+3}{2x}$$

$$d) \frac{x^2+2x+5}{x^2+2x+2}$$

$$e) \frac{3x^2-4}{x+1}$$

$$f) \frac{x^3-x^2+2x+1}{x^2+5x-2}$$

Sol: a) $= 1 + \frac{3}{x+6}$; b) $= 1 + \frac{-3}{x+9}$; c) $= 1 + \frac{3}{2x}$

d) $= 1 + \frac{3}{x^2+2x+2}$; e) $= 3x-3 + \frac{-1}{x+1}$; f) $= x-6 + \frac{34x-11}{x^2+5x-2}$

10.- Demuestra las siguientes igualdades:

$$a) \left(\frac{1}{1+x} - \frac{2x}{1-x^2} \right) \cdot \left(\frac{1}{x} - 1 \right) = \frac{1}{x}$$

$$b) \left(\frac{x-2}{x-3} - \frac{x-3}{x-2} \right) \cdot \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} \right) = 2x-5$$

11.- Haz las operaciones indicadas y simplifica. Comprueba que en cada caso obtienes como resultado un número:

$$a) \left(\frac{2a-b}{2a+b} - \frac{2a+b}{2a-b} \right) \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{4a} \right)$$

$$b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{3a-2b}{ab} \right) \cdot \frac{3ab}{3-2a}$$

$$c) \left(\frac{a+2}{a-2} - \frac{a-2}{a+2} \right) \cdot \left(a - \frac{4}{a} \right)$$

$$d) \frac{a^2-1}{a^2-3a+2} : \frac{a^2+2a+1}{a^2-a-2}$$

Sol: a) -2; b) 3; c) 8; d) 1

12.- Opera y simplifica:

$$a) \frac{x}{x-2} - \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x^2-3x+2}$$

$$b) \frac{1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{x+3 + \frac{2}{x}} \cdot \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}$$

$$c) \frac{1}{x^2-1} + \frac{2x}{x+1} - \frac{x}{x-1}$$

$$d) \frac{2x-3(x-1)}{x^2-3x} - \frac{x-(3x+1)}{x+2} + \frac{10+(5-x)(x-3)-(x-1)(x+2)}{x^2-x-6}$$

Sol: a) 0; b) $\frac{x+1}{(x-1)(x+2)}$; c) $\frac{x^2-3x+1}{x^2-1}$; d) $\frac{x-2}{x(x+2)}$