

PROGRESIONES GEOMETRICAS

- 1.- Hallar el término décimo de la progresión: 2, 4, 8, ...
Sol: $a_{10} = 2^{10}$
- 2.- Determinar los seis primeros términos de una progresión geométrica si los dos primeros valen 5 y 3, respectivamente.
Sol: 5, 3, $9/5$, $27/25$, $81/125$, $243/625$
- 3.- En una progresión geométrica $a_{10} = 64$ y la razón es $1/2$. Hallar el término octavo.
Sol: $a_8 = 256$
- 4.- Dos términos consecutivos de una progresión geométrica son 54 y 81, respectivamente. Hallar el lugar que ocupan en la progresión, si el primer término vale 24.
Sol: puestos 3 y 4
- 5.- En una progresión geométrica $a_5 = 2$ y $a_7 = 8$. Hallar la razón y los primeros 5 términos.
Sol: a) $r = 2$; b) $1/8, 1/4, 1/2, 1, 2$
- 6.- Halla el primer término de una progresión geométrica sabiendo que la razón es $1/2$ y el octavo término es $17/64$.
Sol: 34
- 7.- Calcula la razón de una progresión geométrica donde el primer término es 5 y el quinto es 405.
Sol: 3
- 8.- Halla el primer término de una progresión geométrica de razón 3 y cuyo sexto término es 27.
Sol: $1/9$
- 9.- Interpolar 6 términos entre 64 y $1/2$ de modo que formen progresión geométrica.
Sol: $r = 1/2$. 32, 16, 8, 4, 2, 1
- 10.- Halla la suma de los diez primeros términos de la progresión geométrica: 768, 384, 192...
Sol: $3069/2$
- 11.- Halla la suma de los seis primeros términos de la progresión geométrica: $1/4, 1/8, 1/16$...
Sol: $63/128$
- 12.- Halla la suma de los términos de las siguientes progresiones decrecientes e ilimitadas:
a) 18, 6, 2, $2/3$... b) 27, 9, 3, 1, ...
Sol: a) 27; b) $81/2$
- 13.- ¿Cuál es la suma de los 10 primeros términos de la sucesión: 2, 10, 50...?
Sol: 4882812
- 14.- ¿Cuánto es la suma de los infinitos términos de la sucesión: 6, 3, $3/2, 3/4$...?
Sol: 12
- 15.- Tres números en progresión geométrica suman 155 y su producto vale 15625. Calcular dichos números.
Sol: 5, 25, 125

PROBLEMAS

16.- Un padre proyecta colocar en un baúl 1 € el día que su hijo cumpla un año, e ir duplicando la cantidad sucesivamente en todos los cumpleaños. ¿Cuánto tendrá que colocar el día que su hijo cumpla 18 años? ¿Cuánto habrá en el baúl?

Sol: a) 131072 €, b) 262143 €

17.- Una máquina costó 9000 €. Se calcula que al final de cada año sufre una depreciación igual al 15 % del valor que tiene al principio de ese año. ¿Cuál será su valor al cabo de 5 años?

Sol: 3993,35 €

18.- El número de bacterias de un cultivo está aumentando un 25 % cada hora. Si al principio había 300000 ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de 5 horas?

Sol: 915527,34

19.- El valor de un auto se deprecia 18 % cada año. Su precio original fue 19000 €. ¿Cuánto valdrá al cabo de 9 años?

Sol: 3184,77 €

20.- Una ciudad tiene 600000 habitantes. La tasa de crecimiento de esa población es 8 % anual. ¿Cuántos habitantes tendrá dentro de tres años?

Sol: 755827,2

21.- El valor de una mercadería se deprecia 4 % cada año. Su precio original fue de 19000\$. ¿Cuánto valdrá al cabo de 4 años?

Sol: 16137,58\$

22.- La población de una ciudad aumenta en 35 % cada 10 años. Si su población en 1940 era de 40000 habitantes, ¿cuál será su población en el año 2000?

Sol: 242137,8

23.- Una persona deposita 900 euros en una cuenta bancaria que le produce un 6 % de interés compuesto anual. ¿Qué cantidad tendrá al cabo de 10 años?

Sol: 1611,76 €

24.- Durante los últimos diez años se ha realizado un censo forestal que consiste en contar cada año el número de árboles de un bosque, obteniéndose los siguientes resultados:

12545, 13172, 13831, 14522, 15249, 16011, 16811, 17652, 18535, 19461

a) Indica de qué tipo es la sucesión.

b) Suponiendo que sigue esta tendencia, ¿cuántos árboles tendrá el bosque el próximo año? ¿Y dentro de cinco años?

Sol: a) Es una progresión geométrica de razón 1,05; b) $a_{11} = 20434$ árboles; $a_{15} = 25067$ árboles.

25.- Alicia ha depositado en un banco 15000 € a un tipo de interés compuesto del 5% anual. ¿Qué cantidad tendrá Begoña al cabo de 8 años? ¿Qué beneficios habrá obtenido en dicho periodo de tiempo?

Sol: 22161,83 €; 7161,83 €

26.- A dos personas a las nueve de la mañana les han contado un secreto con la advertencia de que no se lo cuenten a nadie. Cada uno de ellos, al cuarto de hora, se lo ha contado solamente a tres amigos, por supuesto, de toda confianza, que no lo sabían y que un cuarto de hora después, se lo han contado, cada uno de ellos, a otros tres amigos. Cada uno de éstos, a su vez, lo vuelve a contar a otros tres. Y así sucesivamente cada cuarto de hora. ¿Cuánta gente lo sabía a las dos de la tarde?

Sol: 6973568802 personas

27.- En una playa encontramos un puesto de alquiler de bicicletas con el siguiente anuncio: **Primera hora: 4,5 €. Cada una de las siguientes horas: dos tercios de lo que costó la hora anterior.**

Si quieres alquilar una bicicleta desde las 10 de la mañana a las siete de la tarde, ¿cuánto has de pagar?

Sol: 13,266 €

28.- Al comienzo de un año y del siguiente se depositan en un banco 6010 euros y al comienzo del tercer año se retiran 12020 euros. ¿Qué cantidad de dinero queda en la cuenta si se había puesto a un 3 % de interés compuesto?

Sol: 546,3 euros

29.- Un comerciante coloca 20000 euros en el banco. Al cabo de 10 meses retira 21250 euros. ¿Cuál ha sido el interés?

Sol: 7,3 % anual

30.- Tomar un folio de papel de seda que tenga un espesor de 0,1 mm; doblar el folio por la mitad, con lo que se obtienen dos cuartillas; doblar nuevamente, y se obtienen 4 octavillas con un grosor cuádruplo al folio. Suponiendo que la hoja inicial fuese tan grande que se pudiese repetir la operación 47 veces, ¿podríamos alcanzar la Luna?(distancia de la Tierra a la Luna es de aproximadamente 384 000 Km.)

31.- Una depuradora de aguas residuales recibe el agua con 50 gramos por litro de impurezas. En cada ciclo de depuración se eliminan los tres quintos de los residuos existentes en el agua. ¿Cuántos ciclos son necesarios para reducir la cantidad de impurezas a menos de 2 gramos/litro?

RECUERDA:

Progresiones aritméticas: cada término se obtiene a partir del anterior sumando una cantidad fija llamada diferencia. Conseguimos así una fórmula sencilla para el cálculo del término general y de la suma de n términos consecutivos:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \text{ ya}$$
$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$
$$S_n = \frac{a_1 r^{n-1} - a_1}{r - 1}$$

Progresiones geométricas: cada término se obtiene a partir del anterior, multiplicándolo por una cantidad fija llamada razón. Las formulas anteriores quedan ahora:

$$S = \frac{a_1}{1-r}$$

Si la razón de la progresión es menor que 1, se puede aspirar a sumar todos los términos de la progresión geométrica mediante la siguiente fórmula: