

1.- (15 puntos) A) En la fabricación de cierta marca de chocolate se emplea leche, cacao y almendras, siendo la proporción de leche doble que la de cacao y almendras juntas. Los precios de cada kilogramo de los ingredientes son: leche 0,8 €; cacao 4 €; almendras 13 €. En un día se fabricaron 9 000 kg de ese chocolate, con un coste total de 25 800 €. ¿Cuántos kilos se utilizan de cada ingrediente? Resolver el sistema utilizando el método de Gauss

$$\begin{cases} x = 2(y+z) \\ 0,8x + 4y + 13z = 25800 \\ x + y + z = 9000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y - 2z = 0 \\ 8x + 40y + 130z = 258000 \\ x + y + z = 9000 \end{cases} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} E_2 - 8E_1 \\ E_3 - E_1 \end{smallmatrix}]{E_2 - 8E_1} \begin{cases} x - 2y - 2z = 0 \\ 56y + 146z = 258000 \\ 3y + 3z = 9000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y - 2z = 0 \\ y + z = 3000 \\ 56y + 146z = 258000 \end{cases} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} E_3 - 56E_2 \end{smallmatrix}]{E_3 - 56E_2} \begin{cases} x - 2y - 2z = 0 & x = 6000 \\ y + z = 3000 & \Rightarrow y = 2000 \\ 90z = 90000 & z = 1000 \end{cases}$$

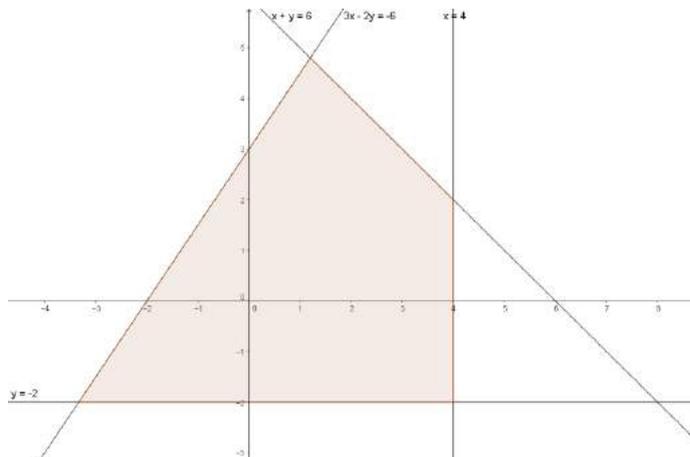
B) En caja registradora encontramos billetes de 50€, 100€ y 200€, siendo el número total de billetes igual a 21, y la cantidad total de dinero 1800€. Sabiendo que el número de billetes de 50€ es el quíntuple de los de 200€, calcular el número de billetes de cada clase. Resolver el sistema utilizando el método de Gauss.

$$\begin{cases} x + y + z = 21 \\ 50x + 100y + 200z = 1800 \\ x = 5z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 21 \\ x + 2y + 4z = 36 \\ x - 5z = 0 \end{cases} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} E_2 - E_1 \\ E_3 - E_1 \end{smallmatrix}]{E_2 - E_1} \begin{cases} x + y + z = 21 \\ y + 3z = 15 \\ -y - 6z = -21 \end{cases} \xrightarrow[\begin{smallmatrix} E_3 + E_2 \end{smallmatrix}]{E_3 + E_2} \begin{cases} x + y + z = 21 & x = 10 \\ y + 3z = 15 & \Rightarrow y = 9 \\ -3z = -6 & z = 2 \end{cases}$$

2.- (10 puntos) Resolver, dando la solución en forma de intervalos, el sistema: $\begin{cases} x^2 - x - 2 > 1 \\ \frac{2 + 7 - 3x}{3} - \frac{4}{1} \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 > 1 \\ \frac{2 + 7 - 3x}{3} - \frac{4}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(x-2) > 0 \\ \frac{-5x + 26}{6} \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} \xrightarrow{+} -1 \xleftarrow{-} \xleftarrow{+} \\ -5 + 26 \geq 6 \Rightarrow x \leq 4 \end{matrix} \Rightarrow \text{sol: } (-\infty, -1) \cup (2, 4]$$

3.- (10 puntos) Determinar la solución del sistema de inecuaciones: $\begin{cases} x + y \leq 6 \\ 3 - 2y \geq -6 \\ y \geq -2 \\ x \leq 4 \end{cases}$



4.- (25 puntos) Calcular los siguientes límites de funciones:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - x^2 + 5x + 3}{x^2 - 3x + 4} = \frac{8 - 4 + 10 + 3}{4 - 6 + 4} = \frac{17}{2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^5 + 4x^2 - 6x + 1}{x^3 + 3x} = \left(\frac{\infty}{\infty} \text{Ind} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5}{x^3} \lim_{x \rightarrow \infty} -3x^2 = -\infty \right)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - \sqrt{x-2}}{x^2 - 9}$$

$$= \left(\frac{0}{0} \text{Ind} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(1 - \sqrt{x-2})(1 + \sqrt{x-2})}{(x^2 - 9)(1 + \sqrt{x-2})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - (x-2)}{(x+3)(x-3)(1 + \sqrt{x-2})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{(x+3)(1 + \sqrt{x-2})} = -\frac{1}{12} \right)$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5} - x) = (\infty - \infty \text{Ind}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 - 5} - x)(\sqrt{x^2 - 5} + x)}{\sqrt{x^2 - 5} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5}{\sqrt{x^2 - 5} + x} = 0$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x^2 - \frac{x^4 + 1}{2x^2 - 1} \right) = (\infty - \infty \text{Ind}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^4 - x^2 - 1}{2x^2 - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{2} = +\infty$$

5.- (10 puntos) Hallar el valor de "k" para que la función $f(x) = \begin{cases} kx + 5 & \text{si } x < -2 \\ k - x^2 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$ sea continua.

$y = kx + 5$, $y = k - x^2$ son continuas en todo \mathbb{R} y para que sea continua en $x = -2$:

$$\left. \begin{array}{l} \odot \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} kx + 5 = -2k + 5 \\ \odot \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} k - x^2 = k - 4 \\ \odot f(-2) = - \end{array} \right\} \Rightarrow -2k + 5 = k - 4 \Rightarrow k = 3$$

6.- (10 puntos) Estudiar y clasificar las discontinuidades si existen de : $g(x) = \begin{cases} 2x^3 - 1 & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x^2}{x-3} & \text{si } -1 < x < 2 \\ 6 - 5x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

$g(x)$ es continua en todo \mathbb{R} , pero hay que estudiarla en los puntos que cambia.

$$\left. \begin{array}{l} \odot x = -1 \quad \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^-} 2x^3 - 1 = -3 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2}{x-3} = -\frac{1}{4} \\ f(-1) = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{discontinuidad no evitable de salto finito.} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \odot x = 2 \quad \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2}{x-3} = -4 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} 6 - 5x = -4 \\ f(2) = \cancel{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{discontinuidad evitable.} \end{array} \right\}$$