



UNIDAD DIDÁCTICA 4: ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

Las numeraciones indicadas entre páginas se refieren a las páginas del libro de matemáticas aplicadas a las ciencias sociales I, de primero de bachillerato de la editorial Anaya, Andalucía, cuyos autores son J. Colera, R. García y M.J.Oliveira

Página 106

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

PARA PRACTICAR

Ecuaciones

1 Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba la solución:

$$a) \frac{x^2}{3} - 2 = 3x + \frac{x^2 - 12}{6}$$

$$b) \frac{x^2 + 2}{3} - \frac{x^2 + 1}{4} = 1 - \frac{x + 7}{12}$$

$$c) x(x - 3) + (x + 4)(x - 4) = 2 - 3x$$

$$d) (2x + 1)^2 = 1 + (x + 1)(x - 1)$$

$$e) 3x(x + 4) - x(x - 1) = 15$$

$$f) \frac{x}{3}(x - 1) - \frac{x}{4}(x + 1) + \frac{3x + 4}{12} = 0$$

$$a) \frac{x^2}{3} - 2 = 3x + \frac{x^2 - 12}{6}$$

$$2x^2 - 12 = 18x + x^2 - 12$$

$$x^2 - 18x = 0$$

$$x(x - 18) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 18$$



$$b) \frac{x^2 + 2}{3} - \frac{x^2 + 1}{4} = 1 - \frac{x + 7}{12}$$

$$4x^2 + 8 - (3x^2 + 3) = 12 - (x + 7)$$

$$x^2 + 5 = 12 - x - 7$$

$$x^2 + x = 0$$

$$x(x + 1) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = -1$$

$$c) x(x - 3) + (x + 4)(x - 4) = 2 - 3x$$

$$x^2 - 3x + x^2 - 16 = 2 - 3x$$

$$2x^2 = 18$$

$$x_1 = 3, x_2 = -3$$



d) $(2x + 1)^2 = 1 + (x + 1)(x - 1)$

$$4x^2 + 1 + 4x = 1 + x^2 - 1$$

$$3x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{6} \begin{cases} x_1 = \frac{-4 + 2}{6} = -\frac{1}{3} \\ x_2 = \frac{-4 - 2}{6} = -1 \end{cases}$$

$$x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = -1$$

e) $3x(x + 4) - x(x - 1) - 15$

$$3x^2 + 12x - x^2 + x = 15$$

$$2x^2 + 13x - 15 = 0$$

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{169 + 120}}{4} \begin{cases} x_1 = \frac{-13 + 17}{4} = 1 \\ x_2 = \frac{-13 - 17}{4} = -\frac{15}{2} \end{cases}$$

$$x_1 = 1, x_2 = -\frac{15}{2}$$

f) $\frac{x}{3}(x - 1) - \frac{x}{4}(x + 1) + \frac{3x + 4}{12} = 0$

$$\frac{x^2 - x}{3} - \frac{x^2 + x}{4} + \frac{3x + 4}{12} = 0$$

$$4x^2 - 4x - 3x^2 - 3x + 3x + 4 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2}; x = 2$$



2 Resuelve estas ecuaciones incompletas de segundo grado sin aplicar la fórmula general:

a) $(x + 1)^2 - (x - 2)^2 = (x + 3)^2 + x^2 - 20$

b) $\frac{x^2 - 2x + 5}{2} - \frac{x^2 + 3x}{4} = \frac{x^2 - 4x + 15}{6}$

c) $\frac{3x + 1}{3} - \frac{5x^2 + 3}{2} = \frac{x^2 - 1}{2} - \frac{x + 2}{3}$

d) $\frac{3x^2 - 1}{4} + \frac{1}{2} \left[x^2 - 2 - \frac{1}{2}x \right] = \frac{x^2 - 5}{4}$

a) $x^2 + 1 + 2x - x^2 - 4 + 4x = x^2 + 9 + 6x + x^2 - 20$

$$6x - 3 = 2x^2 + 6x - 11$$

$$8 = 2x^2$$

$$x_1 = 2, x_2 = -2$$

b) $6x^2 - 12x + 30 - 3x^2 - 9x = 2x^2 - 8x + 30$

$$x^2 - 13x = 0$$

$$x(x - 13) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 13$$

c) $6x + 2 - 15x^2 - 9 = 3x^2 - 3 - 2x - 4$

$$0 = 18x^2 - 8x$$

$$2x(9x - 4) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 4/9 \end{cases}$$

d) $\frac{3x^2 - 1}{4} + \frac{x^2}{2} - 1 - \frac{x}{4} = \frac{x^2 - 5}{4}$

$$3x^2 - 1 + 2x^2 - 4 - x = x^2 - 5$$

$$4x^2 - x = 0$$

$$x(4x - 1) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ 4x - 1 = 0 \rightarrow x_2 = 1/4 \end{cases}$$



3 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(3x + 1)(2x - 3) - (x - 3)(6x + 4) = 9x$

b) $\frac{x^2 - 1}{4} - \frac{2}{3}(x + 1) = \frac{(2x - 3)^2 - (13x - 5)}{16}$

c) $\frac{1}{6} \left[(13 - 2x) - 2(x - 3)^2 \right] = -\frac{1}{3}(x + 1)^2$

d) $\frac{x^2 - 1}{3} + (x - 2)^2 = \frac{x^2 + 2}{2}$

e) $0,5(x - 1)^2 - 0,25(x + 1)^2 = 4 - x$

f) $(0,5x - 1)(0,5x + 1) = (x + 1)^2 - 9$

a) $6x^2 - 9x + 2x - 3 - 6x^2 - 4x + 18x + 12 = 9x$

$$2x = 9$$

$$x = \frac{9}{2}$$

b) $\frac{x^2 - 1}{4} - \frac{(2x + 2)}{3} = \frac{4x^2 + 9 - 12x - 13x + 5}{16}$

$$12x^2 - 12 - 32x - 32 = 12x^2 + 27 - 36x - 39x + 15$$

$$-44 - 32x = 42 - 75x$$

$$43x = 86$$

$$x = 2$$



$$c) \frac{1}{6}(13 - 2x - 2x^2 - 18 + 12x) = -\frac{x^2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$$

$$\frac{1}{6}(-2x^2 + 10x - 5) = -\frac{x^2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$$

$$-\frac{2x^2}{6} + \frac{10x}{6} - \frac{5}{6} = -\frac{x^2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$$

$$-2x^2 + 10x - 5 = -2x^2 - 2 - 4x$$

$$14x = 3$$

$$x = \frac{3}{14}$$

$$d) 2x^2 - 2 + 6x^2 + 24 - 24x = 3x^2 + 6$$

$$5x^2 - 24x + 16 = 0$$

$$x = \frac{24 \pm \sqrt{576 - 320}}{10}$$

$$x = \frac{24 \pm 16}{10} \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 4/5 \end{cases}$$

$$e) \frac{1}{2}(x^2 + 1 - 2x) - \frac{1}{4}(x^2 + 1 + 2x) = 4 - x$$

$$\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} - x - \frac{x^2}{4} - \frac{1}{4} - \frac{x}{2} = 4 - x$$

$$2x^2 + 2 - 4x - x^2 - 1 - 2x = 16 - 4x$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$f) \left(\frac{x}{2} - 1\right)\left(\frac{x}{2} + 1\right) = x^2 + 1 + 2x - 9$$

$$\frac{x^2}{4} - 1 = x^2 + 1 + 2x - 9$$

$$x^2 - 4 = 4x^2 + 4 + 8x - 36$$

$$0 = 3x^2 + 8x - 28$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 336}}{6} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -14/3 \end{cases}$$

4 Comprueba que estas ecuaciones son de primer grado y que una de ellas no tiene solución y otra tiene infinitas:

$$a) \frac{(x+1)^2}{16} - \frac{1+x}{2} = \frac{(x-1)^2}{16} - \frac{2+x}{4}$$

$$b) 0,2x + 0,6 - 0,25(x-1)^2 = 1,25x - (0,5x + 2)^2$$



c) $(5x - 3)^2 - 5x(4x - 5) = 5x(x - 1)$

d) $\frac{2x + 1}{7} - \frac{(x + 1)(x - 2)}{2} = \frac{x - 2}{2} - \frac{(x - 2)^2}{2}$

a) $x^2 + 1 + 2x - 8 - 8x = x^2 + 1 - 2x - 8 - 4x$

$$0 = 0$$

Tiene infinitas soluciones.

b) $\frac{x}{5} + \frac{3}{5} - \frac{(x^2 + 1 - 2x)}{4} = \frac{5x}{4} - \frac{x^2}{4} - 4 - 2x$

$$4x + 12 - 5x^2 - 5 + 10x = 25x - 5x^2 - 80 - 40x$$

$$29x = -87$$

$$x = -\frac{87}{29}$$

$$x = -3$$

c) $25x^2 + 9 - 30x - 20x^2 + 25x = 5x^2 - 5x$

$$9 = 0$$

No tiene solución.

d) $4x + 2 - 7x^2 + 14x - 7x + 14 = 7x - 14 - 7x^2 - 28 + 28x$

$$-7x^2 + 11x + 16 = -7x^2 + 35x - 42$$

$$x = \frac{58}{24} = \frac{29}{12}$$

5 Algunas de las siguientes ecuaciones no tienen solución. Búscalas y resuelve las otras.

a) $x + 2 + 3x^2 = \frac{5x^2 + 6x}{2}$

b) $(x + 2)^2 - 3 = 4x$

c) $(x + 4)^2 - (2x - 1)^2 = 8x$

d) $2(2 - x)(3x + 1) - (1 - 2x)(x + 3) + 24 = 0$

e) $\frac{(x - 1)^2 - 3x + 1}{15} + \frac{x + 1}{5} = 0$

a) $2x + 4 + 6x^2 = 5x^2 + 6x$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2}$$

$$x = 2$$



b) $x^2 + 4 + 4x - 3 = 4x$

$$x^2 + 1 = 0$$

No tiene solución.

c) $x^2 + 16 + 8x - 4x^2 - 1 + 4x = 8x$

$$0 = 3x^2 - 4x - 15$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 180}}{6} \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -5/3 \end{cases}$$

d) $12x + 4 - 6x^2 - 2x - x - 3 + 2x^2 + 6x + 24 = 0$

$$-4x^2 + 15x + 25 = 0$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 400}}{-8} \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -5/4 \end{cases}$$

e) $x^2 + 1 - 2x - 3x + 1 + 3x + 3 = 0$

$$x^2 - 2x + 5 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 20}}{2}$$

No tiene solución.

6 **Resuelve:** $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

☛ *Es una ecuación bicuadrada. Haz $x^2 = z$.*

$$x^2 = z$$

$$4z^2 - 17z + 4 = 0$$

$$z = \frac{-17 \pm \sqrt{289 - 64}}{8} \begin{cases} z_1 = 4 \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases} \\ z_2 = \frac{1}{4} \begin{cases} x_3 = 1/2 \\ x_4 = -1/2 \end{cases} \end{cases}$$

7 **Resuelve:** $9x^4 - x^2 = 0$

☛ *Aunque es una ecuación bicuadrada, es más eficaz resolverla sacando factor común.*

$$x^2(9x^2 - 1) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x^2 = \frac{1}{9} \rightarrow x_2 = \frac{1}{3}, x_3 = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

8 **Resuelve estas ecuaciones bicuadradas:**

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

c) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

d) $x^4 - 9x^2 + 8 = 0$



a) $x^2 = z$

$$z^2 - 5z + 4 = 0$$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} \begin{cases} z = 4 & \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases} \\ z = 1 & \begin{cases} x_3 = 1 \\ x_4 = -1 \end{cases} \end{cases}$$

b) $x^2 = z$

$$z^2 + 3z - 4 = 0$$

$$z = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} \begin{cases} z = -4 & \text{(no vale)} \\ z = 1 & \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{cases} \end{cases}$$

c) $x^2 = z$

$$z^2 + 3z + 2 = 0$$

$$z = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} \begin{cases} z = -2 & \text{(no vale)} \\ z = -1 & \text{(no vale)} \end{cases} \text{ (no tiene solución)}$$

d) $x^2 = z$

$$z^2 - 9z + 8 = 0$$

$$z = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{2} \begin{cases} z = 8 & \begin{cases} x_1 = 2\sqrt{2} \\ x_2 = -2\sqrt{2} \end{cases} \\ z = 1 & \begin{cases} x_3 = 1 \\ x_4 = -1 \end{cases} \end{cases}$$

9 Resuelve y comprueba las soluciones:

a) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

b) $x^4 - 5x^2 + 36 = 0$

c) $9x^4 - 46x^2 + 5 = 0$

d) $x^4 - 4x^2 = 0$

a) $x^2 = z$

$$z^2 - 10z + 9 = 0$$

$$z = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} \begin{cases} z = 9 & \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -3 \end{cases} \\ z = 1 & \begin{cases} x_3 = 1 \\ x_4 = -1 \end{cases} \end{cases}$$

b) $x^2 = z$

$$z^2 - 5z + 36 = 0$$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 144}}{2} \text{ (no tiene solución)}$$



c) $x^2 = z$

$$9z^2 - 46z + 5 = 0$$

$$z = \frac{46 \pm \sqrt{2116 - 180}}{18}$$

$$\begin{aligned} z = 90/18 = 5 & \begin{cases} x_1 = \sqrt{5} \\ x_2 = -\sqrt{5} \end{cases} \\ z = 2/18 = 1/9 & \begin{cases} x_3 = 1/3 \\ x_4 = -1/3 \end{cases} \end{aligned}$$

d) $x^2(x^2 - 4) = 0$

$$x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -2$$

10 Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $(2x^2 + 1)(x^2 - 3) = (x^2 + 1)(x^2 - 1) - 8$

b) $\frac{1}{4}(3x^2 - 1)(x^2 + 3) - (2x^2 + 1)(x^2 - 3) = 4x^2$

a) $2x^4 - 6x^2 + x^2 - 3 = x^4 - x^2 + x^2 - 1 - 8$

$$x^4 - 5x^2 + 6 = 0$$

$$x^2 = z$$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$$\begin{aligned} z = 3 & \begin{cases} x_1 = \sqrt{3} \\ x_2 = -\sqrt{3} \end{cases} \\ z = 2 & \begin{cases} x_3 = \sqrt{2} \\ x_4 = -\sqrt{2} \end{cases} \end{aligned}$$

b) $\frac{3x^4 + 9x^2 - x^2 - 3}{4} - 2x^4 + 6x^2 - x^2 + 3 = 4x^2$

$$3x^4 + 8x^2 - 3 - 8x^4 + 20x^2 + 12 = 16x^2$$

$$-5x^4 + 12x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = z$$

$$z = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 180}}{-10}$$

$$\begin{aligned} z = -3/5 & \text{ (no vale)} \\ z = 3 & \begin{cases} x_1 = \sqrt{3} \\ x_2 = -\sqrt{3} \end{cases} \end{aligned}$$

Página 107

11 Resuelve: $x - \sqrt{2x - 1} = 1 - x$

☛ Deja el radical solo en un miembro y después eleva al cuadrado.

$$2x - 1 = \sqrt{2x - 1}$$

$$(2x - 1)^2 = 2x - 1$$

$$4x^2 + 1 - 4x = 2x - 1$$

$$4x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{8}$$

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 1/2 \end{cases}$$



12 Resuelve: $\sqrt[3]{x^2 - 28} + 3 = 0$

☛ *Aísla el radical y eleva al cubo.*

$$\sqrt[3]{x^2 - 28} = -3; \quad x^2 - 28 = -27, \quad x^2 = 1 \rightarrow x_1 = 1, \quad x_2 = -1$$

13 Resuelve:

a) $\frac{1}{\sqrt{5x + 14}} = \frac{1}{7}$ b) $\frac{3}{\sqrt[3]{13 - 5x}} = -1$

a) $7 = \sqrt{5x + 14} \Rightarrow 49 = 5x + 14 \Rightarrow 35 = 5x \Rightarrow x = 7$

b) $-3 = \sqrt[3]{13 - 5x} \Rightarrow -27 = 13 - 5x \Rightarrow 5x = 40 \Rightarrow x = 8$

14 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{5x + 6} = 3 + 2x$

b) $x + \sqrt{7 - 3x} = 1$

c) $\sqrt{2 - 5x} + x\sqrt{3} = 0$

d) $\sqrt{2x} + \sqrt{5x - 6} = 4$

a) $5x + 6 = 9 + 4x^2 + 12x$

$$4x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{8} \begin{cases} x = -3/4 \\ x = -1 \end{cases}$$

b) $7 - 3x = 1 + x^2 - 2x$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} \begin{cases} x = 2 \text{ (no vale)} \\ x = -3 \end{cases}$$

c) $2 - 5x = (-x\sqrt{3})^2$

$$2 - 5x = x^2 \cdot 3$$

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} \begin{cases} x = -2 \\ x = 1/3 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

d) $(\sqrt{5x - 6})^2 = (4 - \sqrt{2x})^2$

$$5x - 6 = 16 + 2x - 8\sqrt{2x}$$

$$(8\sqrt{2x})^2 = (-3x + 22)^2$$

$$64 \cdot 2x = 9x^2 + 484 - 132x$$

$$128x = 9x^2 + 484 - 132x$$

$$0 = 9x^2 - 260x + 484$$

$$x = \frac{260 \pm \sqrt{67\,600 - 17\,424}}{18} \begin{cases} x = 484/18 = 242/9 \text{ (no vale)} \\ x = 2 \end{cases}$$



15 Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{3x+4} + 2x - 4 = 0$ b) $x - \sqrt{7-3x} = 1$
c) $\sqrt{5x+6} - 3 = 2x$ d) $\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x+1} = 0$
e) $\sqrt{x^2+3} - \sqrt{3-x} = 0$

a) $(\sqrt{3x+4})^2 = (4-2x)^2$
 $3x+4 = 16 + 4x^2 - 16x$
 $4x^2 - 19x + 12 = 0$
 $x = \frac{19 \pm \sqrt{361-192}}{8} \begin{cases} x = 4 \text{ (no vale)} \\ x = 6/8 = 3/4 \end{cases}$

b) $(x-1)^2 = (\sqrt{7-3x})^2$
 $x^2 + 1 - 2x = 7 - 3x$
 $x^2 + x - 6 = 0$
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \begin{cases} x_1 = -3 \text{ (no vale)} \\ x_2 = 2 \end{cases}$

c) $(\sqrt{5x+6})^2 = (2x+3)^2$
 $5x+6 = 4x^2 + 9 + 12x$
 $4x^2 + 7x + 3 = 0$
 $x = \frac{-7 \pm \sqrt{49-48}}{8} \begin{cases} x_1 = -3/4 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

d) $(\sqrt{x^2+x})^2 = (\sqrt{x+1})^2$
 $x^2 = 1$
 $x_1 = 1, x_2 = -1$

e) $(\sqrt{x^2+3})^2 = (\sqrt{3-x})^2$
 $x^2 + x = 0$
 $x(x+1) = 0$
 $x_1 = 0, x_2 = -1$

16 Sacar factor común y resolver:

a) $5x^3 - 3x^2 = 0$ b) $x^4 + 4x^2 = 0$
c) $4x^3 - x = 0$ d) $2x^4 - 3x^3 = 0$
a) $x^2(5x-3) = 0$ b) $x^2(x^2+4) = 0$
 $x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{5}$ $x = 0$



$$c) x(4x^2 - 1) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x^2 = \frac{1}{4} \begin{cases} x_2 = 1/2 \\ x_3 = -1/2 \end{cases} \end{cases}$$

$$d) x^3(2x - 3) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{2}$$

17 Resuelve las siguientes ecuaciones igualando a cero cada factor:

$$a) (2x - 7)(x + 3)^2 = 0 \begin{cases} 2x - 7 = 0; x = \dots \\ (x + 3)^2 = 0; x = \dots \end{cases}$$

$$b) x(x^2 - 4)(3x + 12) = 0$$

$$c) (x + 2)^2(x - 1)^2 = 0$$

$$d) 3x(x - 2)^3 = 0$$

$$e) (x - 5)(x^2 + 1) = 0$$

$$a) x_1 = \frac{7}{2}, x_2 = -3$$

$$b) x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -2, x_4 = -4$$

$$c) x_1 = -2, x_2 = 1$$

$$d) x_1 = 0, x_2 = 2$$

$$e) x = 5$$

18 Descompón en factores y resuelve:

$$a) x^3 + x^2 - 6x = 0$$

$$c) x^3 - 9x = 0$$

$$e) 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$g) x^3 - 5x^2 + 7x - 3 = 0$$

$$a) x(x - 2)(x + 3) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -3$$

$$c) x(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 3, x_3 = -3$$

$$e) 2(x - 1)^2 \left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2}$$

$$g) (x - 1)^2(x - 3) = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = 3$$

$$b) x^4 - 2x^3 + x^2 = 0$$

$$d) x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$$

$$f) -x^3 + 13x - 12 = 0$$

$$h) x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$$

$$b) x^2(x - 1)^2 = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 1$$

$$d) (x - 1)(x + 2)(x + 3) = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = -3$$

$$f) -(x + 4)(x - 1)(x - 3) = 0$$

$$x_1 = -4, x_2 = 1, x_3 = -3$$

$$h) (x - 2)(x + 2)^2 = 0$$

$$x_1 = 2, x_2 = -2$$



19 Resuelve la ecuación:

$$\frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} = \frac{6}{x^2-9}$$

☛ *Multiplica los dos miembros de la ecuación por el m.c.m. de los denominadores: $(x+3)(x-3)$.*

$$x^2 + 3x + 2x^2 - 6x = 6$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{6} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

20 Resuelve: $\frac{2x}{x+2} = \frac{3x+2}{2x}$

☛ *Haz producto de medios igual a producto de extremos.*

$$4x^2 = 3x^2 + 2x + 6x + 4$$

$$x^2 - 8x - 4 = 0$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 16}}{2} \begin{cases} x_1 = 4 + 2\sqrt{5} \\ x_2 = 4 - 2\sqrt{5} \end{cases}$$

21 Resuelve:

a) $\frac{x}{x+1} = \frac{4}{x+4}$ b) $\frac{3}{x+3} = \frac{x+2}{2-x}$

a) $x^2 + 4x = 4x + 4$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = -2$$

b) $6 - 3x = x^2 + 3x + 2x + 6$

$$x^2 + 8x = 0$$

$$x(x+8) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = -8$$

22 Resuelve:

a) $\frac{x+2}{x} + 3x = \frac{5x+6}{2}$

b) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x} = \frac{x}{3} - 1$

c) $\frac{600}{x} + 80 = \frac{600}{x-2}$

d) $\frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1$

a) $2x + 4 + 6x^2 = 5x^2 + 6x$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2}$$

$$x = 2$$

b) $3 + 6 + 9 = x^2 - 3x$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{2} \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$



c) $600x - 1200 + 80x^2 - 160x = 600x$

$$80x^2 - 160x - 1200 = 0$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

d) $8x - 48 + 12x - x^2 + 72 - 6x = x^2 - 36$

$$2x^2 - 14x - 60 = 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 + 480}}{4} = \begin{cases} x_1 = (14 + 26)/4 = 10 \\ x_2 = (14 - 26)/4 = -3 \end{cases}$$

23 Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $\frac{8-x}{2} - \frac{2x-11}{x-3} = \frac{x+6}{2}$ b) $\frac{10}{3} + \frac{5-x}{x+5} = \frac{x+5}{x-5}$

a) $8x - 24 - x^2 + 3x - 4x + 22 = x^2 + 6x - 3x - 18$

$$2x^2 - 4x - 16 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 128}}{4} = \begin{cases} x_1 = (4 + 12)/4 = 4 \\ x_2 = (4 - 12)/4 = -2 \end{cases}$$

b) $10x^2 - 250 + 15x - 3x^2 - 75 + 15x = 3x^2 + 15x + 15x + 75$

$$4x^2 = 400$$

$$x^2 = 100 = \begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = -10 \end{cases}$$

24 Resuelve estas ecuaciones de grado superior a dos en las que puedes despejar la incógnita:

a) $\frac{3x}{5} + \frac{25}{9x^2} = 0$

b) $\frac{x}{8} - \frac{2}{81x^3} = 0$

c) $\frac{x}{2} - \frac{1}{x^2} = 0$

d) $\frac{12}{5x} - \frac{3x^3}{20} = 0$

a) $27x^3 + 125 = 0$

$$x = \sqrt[3]{\frac{-125}{27}}$$

$$x = \frac{-5}{3}$$

b) $81x^4 - 16 = 0$

$$x = \pm \sqrt[4]{\frac{16}{81}}$$

$$x_1 = \frac{2}{3}, \quad x_2 = -\frac{2}{3}$$

c) $x^3 - 2 = 0$

$$x = \sqrt[3]{2}$$

d) $48 - 3x^4 = 0$

$$x = \pm \sqrt[4]{\frac{48}{3}} = \pm \sqrt[4]{16} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$



Página 108

Sistemas de ecuaciones

25 Resuelve los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} 2x - 11y = -11 \\ 23x + y = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x + 5 = 2y + 1 \\ x - 9 = 1 - 5y \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{x+1}{3} + y = 1 \\ \frac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$$

$$a) y = 1 - 23x$$

$$2x - 11 + 23x = -11$$

$$0 = 255x$$

$$x = 0, y = 1$$

$$b) x = 10 - 5y$$

$$30 - 15y + 5 = 2y + 1$$

$$34 = 17y$$

$$y = \frac{34}{17}, y = 2$$

$$x = 0, y = 2$$

$$c) \begin{cases} x + 1 + 3y = 3 \\ x - 3 + 8y = 4 \end{cases} \begin{cases} x + 3y = 2 \\ x + 8y = 7 \end{cases}$$

$$x = 2 - 3y$$

$$2 - 3y + 8y = 7; 5y = 5; y = 1$$

$$x = -1, y = 1$$

$$d) \begin{cases} 2x - 3y = 24 \\ 2x - y = 8 \end{cases} \begin{cases} -2x + 3y = -24 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$

$$2y = -16; y = -8$$

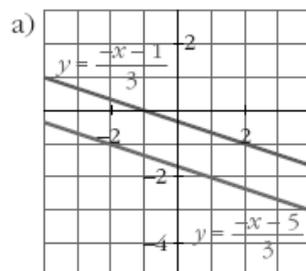
$$x = 0, y = -8$$

26 Representa gráficamente estos sistemas de ecuaciones y di cuáles no tienen solución:

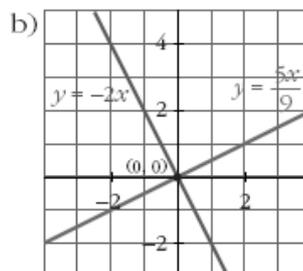
$$a) \begin{cases} x - 3y = 2x + 1 \\ 4x + 3y = 3x - 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x + 4 = 4 - y \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases}$$

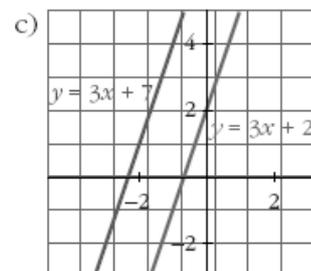
$$c) \begin{cases} 3x + 2 = y - 5 \\ 6x + 1 = 2y - 3 \end{cases}$$



Rectas paralelas.
El sistema no tiene solución.



Las rectas se cortan en (0, 0).
La solución es $x = 0, y = 0$.



Rectas paralelas.
El sistema no tiene solución.



27 Resuelve:

$$a) \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+1}{4} = 1 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{2y+1}{6} = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x+3}{2} + \frac{y+3}{4} = 1 \\ \frac{1-x}{2} - \frac{2-y}{6} = 1 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 2x + -2 + y + 1 = 4 \\ 6x - 3 - 2y - 1 = 6 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 2x + y = 5 \\ 6x - 2y = 10 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 5 \\ \hline 5x = 10; \quad x = 2, \quad y = 1 \end{array}$$

$$b) \begin{cases} 2x + 6 + y + 3 = 4 \\ 3 - 3x - 2 + y = 6 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 2x + y = -5 \\ -3x + y = 5 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 2x + y = -5 \\ 3x - y = -5 \\ \hline 5x = -10; \quad x = -2, \quad y = -1 \end{array}$$

28 Resuelve los siguientes sistemas de segundo grado:

$$a) \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y = 1 \\ xy + 2y = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x(x - y) = 2(y^2 - 4) \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ xy - y^2 = 0 \end{cases}$$

$$a) x = y - 3$$

$$\begin{array}{r} (y-3)^2 + y^2 = 5 \\ y^2 + y^2 + 9 - 6y = 5 \\ 2y^2 - 6y + 4 = 0 \end{array}$$

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{4}$$

$$y_1 = 2, \quad y_2 = 1$$

$$x_1 = -1, \quad y_1 = 2, \quad x_2 = -2, \quad y_2 = 1$$

$$b) y = 1 - x$$

$$x - x^2 + 2 - 2x = 2$$

$$x^2 + x = 0$$

$$x(x + 1) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad y_1 = 1, \quad x_2 = -1, \quad y_2 = 2$$



$$c) x = -\frac{2y}{3}$$

$$-\frac{2y}{3} \left(-\frac{2y}{3} - y \right) = 2(y^2 - 4)$$

$$\frac{4y^2}{9} + \frac{2y^2}{3} = 2y^2 - 8$$

$$4y^2 + 6y^2 = 18y^2 - 72$$

$$8y^2 = 72$$

$$y^2 = 9 \begin{cases} y = 3 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$x_1 = -2, y_1 = 3, x_2 = 2, y_2 = -3$$

$$d) y = 3 - 2x$$

$$x(3 - 2x) - (3 - 2x)^2 = 0$$

$$3x - 2x^2 - 9 - 4x^2 + 12x = 0$$

$$0 = 6x^2 - 15x + 9$$

$$0 = 2x^3 - 5x + 3$$

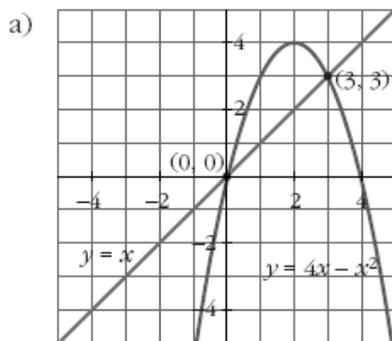
$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4} = \begin{cases} 3/2 \\ 1 \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{3}{2}, y_1 = 0, x_2 = 1, y_2 = 1$$

29 Interpreta gráficamente estos sistemas:

$$a) \begin{cases} y = 4x - x^2 \\ y = x \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} y = x^2 + 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$$



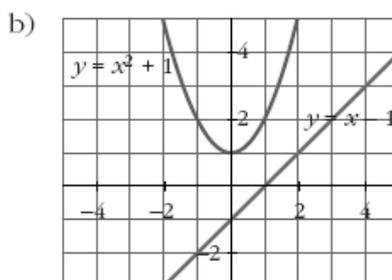
Sistema compatible.

Tiene dos soluciones, pues la recta y la parábola se cortan en dos puntos.

Los puntos son (0, 0) y (3, 3).

Las soluciones serán:

$$x_1 = 0, y_1 = 0, x_2 = 3, y_2 = 3$$



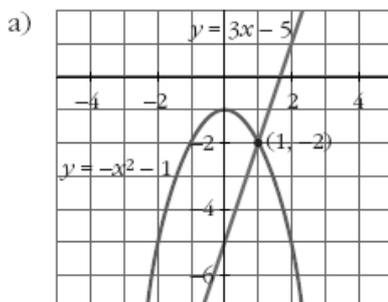
Sistema incompatible.

La recta y la parábola no se cortan, luego el sistema no tiene solución.



30 Resuelve analítica y gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones:

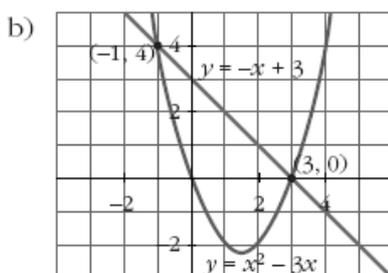
a) $\begin{cases} y - 3x = -5 \\ x^2 + y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = x^2 - 3x \\ y + x - 3 = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2 - 4x + y = 5 \\ -8x + y = 9 \end{cases}$



La recta y la parábola se cortan en $(1, -2)$ y en $(-4, -17)$.

Las soluciones del sistema serán:

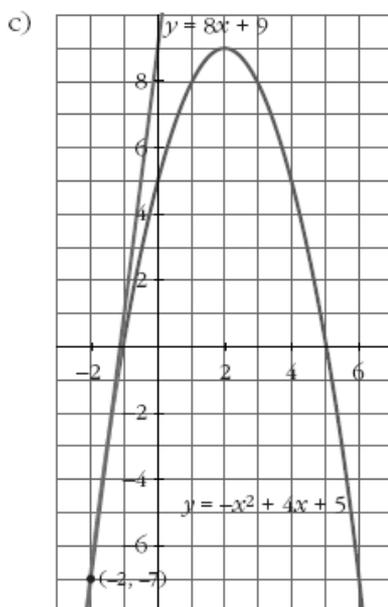
$$x_1 = 1, y_1 = -2, x_2 = -4, y_2 = -17$$



La recta y la parábola se cortan en $(3, 0)$ y en $(-1, 4)$.

Las soluciones del sistema serán:

$$x_1 = 3, y_1 = 0, x_2 = -1, y_2 = 4$$



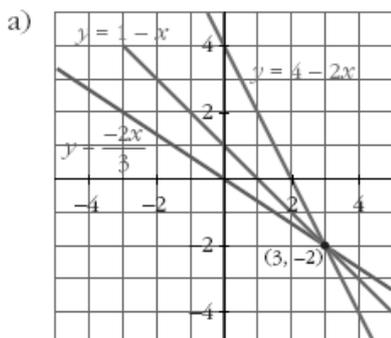
La recta y la parábola se cortan en $(-2, -7)$.

La solución del sistema será:

$$x = -2, y = -7$$

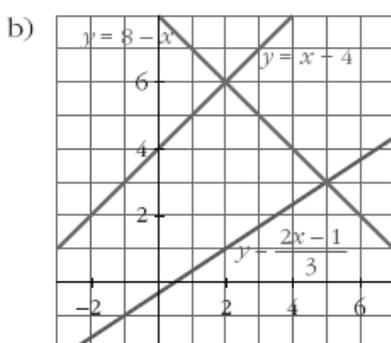
31 Resuelve gráficamente los siguientes sistemas y comprueba la solución del que es compatible:

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 4 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = -4 \\ x + y = 8 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$



Las tres rectas se cortan en $(3, -2)$.

La solución del sistema será: $x = 3$, $y = -2$.



No hay ningún punto común a las tres rectas.

El sistema no tiene solución.

32 Resuelve estos sistemas:

$$a) \begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ x - y - z = -10 \\ 2x - y + z = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x + 4y - z = 3 \\ 3x - 3y + z = -8 \\ x - y + 2z = -6 \end{cases}$$

☛ *Despeja una incógnita en una de las ecuaciones y sustitúyela en las otras dos. Así obtendrás un sistema de dos ecuaciones.*

$$a) \begin{cases} z = 9 - 2y - x \\ x - y - (9 - 2y - x) = -10 \\ 2x - y + 9 - 2y - x = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y = -1 \\ x - 3y = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -2x - 1 \\ x - 3(-2x - 1) = -4 \end{cases}$$

$$x + 6x + 3 = -4$$

$$x = -1, \quad y = 1, \quad z = 8$$

$$b) \begin{cases} z = 3x + 4y - 3 \\ 3x - 3y + 3x + 4y - 3 = -8 \\ x - y + 6x + 8y - 6 = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x + y = -5 \\ 7x + 7y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -5 - 6x \\ x + y = 0 \end{cases}$$

$$y = -x; \quad -5 - 6x = -x$$

$$-5x = 5$$

$$x = -1, \quad y = 1, \quad z = -2$$



33 Resuelve por sustitución:

$$\text{a) } \begin{cases} (x^2 + 1)y^2 = 5 \\ 4x - y = 0 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} (x^2 + 1)y^2 = 5 \\ 4x - y = 0 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = 4x \\ (x^2 + 1)16x^2 = 5 \end{array} \right\}$$

$$16x^4 + 16x^2 - 5 = 0$$

$$x^2 = \frac{-16 \pm 24}{32} = \begin{cases} 1/4 \rightarrow x = 1/2 \\ -5/4 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}, y_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{2}, y_2 = -2$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = 6 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{6}{x} \\ x^2 - \frac{36}{x^2} = 5; x^4 - 5x^2 - 36 = 0 \end{array} \right.$$

$$x^2 = \frac{5 \pm 13}{2} = \begin{cases} 9 \rightarrow x = \pm 3 \\ -4 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

$$x_1 = 3, y_1 = 2, x_2 = -3, y_2 = -2$$

34 Resuelve por reducción:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x^2 - 5y^2 = 30 \\ x^2 - 2y^2 = 7 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} x^2 + y^2 + xy = \frac{3}{4} \\ x^2 - y^2 - xy = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{array}{r} 3x^2 - 5y^2 = 30 \\ -3x^2 + 6y^2 = -21 \\ \hline y^2 = 9; y = \pm 3 \end{array}$$

$$x^2 = 25; x = \pm 5$$

$$x_1 = 5, y_1 = 3; x_2 = -5, y_2 = 3; x_3 = 5, y_3 = -3; x_4 = -5, y_4 = -3$$

$$\text{b) } x^2 + y^2 + xy = \frac{3}{4}$$

$$x^2 - y^2 - xy = -\frac{1}{4}$$

$$2x^2 = \frac{2}{4}; x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{Si } x = \frac{1}{2}: \frac{1}{4} + y^2 + \frac{1}{2}y = \frac{3}{4}$$

$$1 + 4y^2 + 2y = 3$$

$$4y^2 + 2y - 2 = 0; 2y^2 + y - 1 = 0$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{-1 \pm 3}{4} = \begin{cases} 1/2 \\ -1 \end{cases}$$



$$\text{Si } x = -\frac{1}{2}: \quad \frac{1}{4} + y^2 - \frac{1}{2}y = \frac{3}{4}$$

$$1 + 4y^2 - 2y = 3$$

$$4y^2 - 2y - 2 = 0; \quad 2y^2 - y - 1 = 0$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} = \begin{cases} 1 \\ -1/2 \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}, y_1 = -1; \quad x_2 = \frac{1}{2}, y_2 = \frac{1}{2}; \quad x_3 = -\frac{1}{2}, y_3 = 1; \quad x_4 = -\frac{1}{2}, y_4 = -\frac{1}{2}$$

35 Resuelve los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2x-1}{x+1} + \frac{y+3}{y+1} = 3 \\ x(x-2) = y(1-y) \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 65 \\ xy = 28 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} xy = 15 \\ x/y = 5/3 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} (x+y)(x-y) = 7 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\text{a) } \left. \begin{aligned} 2xy + 2x - y - 1 + xy + 3x + y + 3 &= 3(xy + x + y + 1) \\ x^2 - 2x &= y - y^2 \end{aligned} \right\}$$

$$3xy + 5x + 2 = 3xy + 3x + 3y + 3$$

$$2x - 3y = 1; \quad x = \frac{1+3y}{2}$$

$$\frac{1+9y^2+6y}{4} - 1 - 3y = y - y^2$$

$$1+9y^2+6y-4-12y = 4y-4y^2$$

$$13y^2 - 10y - 3 = 0; \quad y = \frac{10 \pm \sqrt{100+156}}{26} = \frac{10 \pm 16}{26} = \begin{cases} 1 \\ -3/13 \end{cases}$$

$$x_1 = 2, y_1 = 1; \quad x_2 = \frac{2}{13}, y_2 = -\frac{3}{13}$$

$$\text{b) } x = \frac{28}{y}$$

$$\left(\frac{28}{y}\right)^2 + y^2 = 65$$

$$784 + y^4 = 65y^2$$

$$y^4 - 65y^2 + 784 = 0; \quad y^2 = z$$

$$z = \frac{65 \pm 33}{2} = \begin{cases} 49 \rightarrow y = \pm 7 \\ 16 \rightarrow y = \pm 4 \end{cases}$$

$$x_1 = 7, y_1 = 4; \quad x_2 = -7, y_2 = -4; \quad x_3 = 4, y_3 = 7; \quad x_4 = -4, y_4 = -7$$



$$c) x = \frac{15}{y}$$

$$\frac{15/y}{y} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{15}{y^2} = \frac{5}{3}; 45 = 5y^2; y^2 = 9 \rightarrow y = \pm 3$$

$$x_1 = 5, y_1 = 3; x_2 = -5, y_2 = -3$$

$$d) \left. \begin{array}{l} x^2 - y^2 = 7 \\ x = \frac{4y}{3} \end{array} \right\}$$

$$\frac{16y^2}{9} - y^2 = 7$$

$$16y^2 - 9y^2 = 63; y^2 = 9$$

$$x_1 = 4, y_1 = 3; x_2 = -4, y_2 = -3$$

Página 109

Inecuaciones

36 Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $2x - 3 < x - 1$

b) $\frac{3x-2}{2} \leq \frac{2x+7}{3}$

c) $-3x - 2 < 5 - \frac{x}{2}$

d) $\frac{3x}{5} - x > -2$

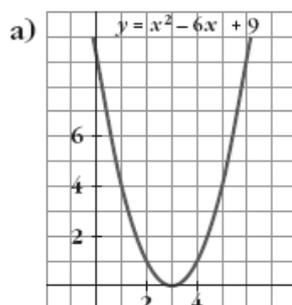
a) $x < 2; (-\infty, 2)$

b) $9x - 6 \leq 4x + 14 \rightarrow 5x \leq 20 \rightarrow x \leq 4; (-\infty, 4]$

c) $-6x - 4 < 10 - x \rightarrow -14 < 5x \rightarrow x > -\frac{14}{5}; \left(-\frac{14}{5}, +\infty\right)$

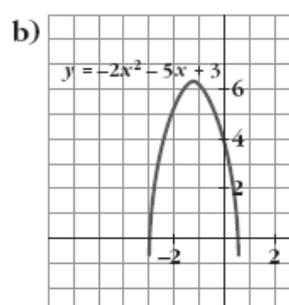
d) $3x - 5x > -10 \rightarrow -2x > -10 \rightarrow 2x < 10 \rightarrow x < 5; (-\infty, 5)$

37 Observando la representación gráfica de estas parábolas, di cuáles son las soluciones de las ecuaciones e inecuaciones propuestas:



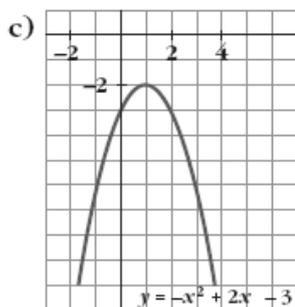
$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 > 0$$



$$-2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$-2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$



$$-x^2 + 2x - 3 = 0$$

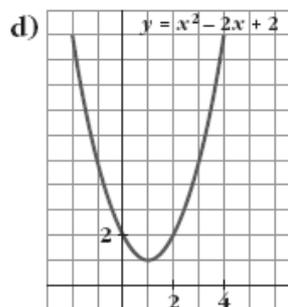
$$-x^2 + 2x - 3 < 0$$

a) Ecuación: $x = 3$

Inecuación: $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$

c) Ecuación: No tiene solución

Inecuación: \mathbb{R}



$$x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$x^2 - 2x + 2 > 0$$

b) Ecuación: $x_1 = -3, x_2 = \frac{1}{2}$

Inecuación: $\left[-3, \frac{1}{2}\right]$

d) Ecuación: No tiene solución

Inecuación: \mathbb{R}

38 Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $5(2 + x) > -5x$

b) $\frac{x-1}{2} > x-1$

c) $x^2 + 5x < 0$

d) $9x^2 - 4 > 0$

e) $x^2 + 6x + 8 \geq 0$

f) $x^2 - 2x - 15 \leq 0$

a) $10 + 5x > -5x \rightarrow 10x > -10 \rightarrow x > -1; (-1, +\infty)$

b) $x - 1 > 2x - 2 \rightarrow 1 > x \rightarrow x < 1; (-\infty, 1)$

c) $x(x + 5) < 0 \rightarrow -5 < x < 0; (-5, 0)$

d) $(3x - 2)(3x + 2) > 0 \rightarrow \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

e) $(x + 2)(x + 4) \geq 0 \rightarrow (-\infty, -4] \cup [-2, +\infty)$

f) $(x + 3)(x - 5) \leq 0 \rightarrow [-3, 5]$

39 Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} 4x - 3 < 1 \\ x + 6 > 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2 > -7 \\ 5 - x < 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5 - x < -12 \\ 16 - 2x < 3x - 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 5x + 1 < 0 \end{cases}$

☞ Resuelve cada inecuación y busca las soluciones comunes. Uno de los sistemas no tiene solución.



$$\begin{array}{ll} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 4x < 4 \rightarrow x < 1 \\ x > -4 \end{array} \right\} (-4, 1) & \text{b) } \left. \begin{array}{l} 3x > -5 \rightarrow x > -5/3 \\ x > 4 \end{array} \right\} (4, +\infty) \\ \text{c) } \left. \begin{array}{l} x > 17 \\ 5x > 19 \rightarrow x > 19/5 \end{array} \right\} (17, +\infty) & \text{d) } \left. \begin{array}{l} x > 3/2 \\ x < -1/5 \end{array} \right\} \text{No tiene solución} \end{array}$$

40 Resuelve:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } -x^2 - 2x + 3 \geq 0 & \text{b) } 5 - x^2 < 0 \\ \text{c) } x^2 + 3x > 0 & \text{d) } -x^2 + 6x - 5 \leq 0 \\ \text{a) } -(x+3)(x-1) \geq 0 \rightarrow [-3, 1] & \\ \text{b) } (\sqrt{5}-x)(\sqrt{5}+x) < 0 \rightarrow (-\infty, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, +\infty) & \\ \text{c) } x(x+3) > 0 \rightarrow (-\infty, -3) \cup (0, +\infty) & \\ \text{d) } -(x-1)(x-5) \leq 0 \rightarrow (-\infty, 1] \cup [5, +\infty) & \end{array}$$

41 Resuelve:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^2 - 7x + 6 \leq 0 & \text{b) } x^2 - 7x + 6 > 0 \\ x^2 - 7x + 6 = (x-1)(x-6) & \\ \text{a) } [1, 6] & \text{b) } (-\infty, 1) \cup (6, +\infty) \end{array}$$

42 Comprueba que todos los números reales son solución de esta inecuación:

$$\begin{aligned} 5(x-2) - 4(2x+1) &< -3x + 1 \\ 5x - 10 - 8x - 4 &< -3x + 1 \\ 0 &< 15 \end{aligned}$$

Queda $0 < 15$, que es verdad para todos los números reales.

43 Comprueba que no hay ningún número que verifique esta inecuación:

$$\begin{aligned} 3(x-2) + 7 &< x + 2(x-5) \\ 3x - 6 + 7 &< x + 2x - 10 \\ 0 &< -11 \end{aligned}$$

Queda $0 < -11$, que no es cierto.

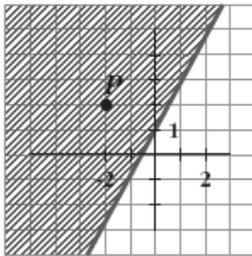
44 Ana tiene 8 años menos que Javier. ¿Cuántos años puede tener Ana, si sabemos que el triple de su edad es mayor que el doble de la de Javier?

$$\begin{array}{ll} \text{Ana} \rightarrow x & 3x > 2(x+8) \\ \text{Javier} \rightarrow x+8 & 3x > 2x+16 \\ & x > 16 \end{array}$$

Ana tendrá más de 16 años.



45



a) Comprueba que el punto P verifica la inecuación $2x - y \leq -1$.

b) Elige tres puntos cualesquiera de la zona rayada y prueba que son soluciones de la inecuación.

a) Las coordenadas de P son $(-2, 2)$.

Sustituyendo en la inecuación, queda: $2 \cdot (-2) - (2) = -2 \leq -1$

b) Por ejemplo, $(-2, 0)$, $(0, 2)$, $(-1, -1)$.

Todos los puntos de la zona rayada cumplen la inecuación.

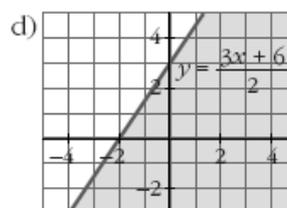
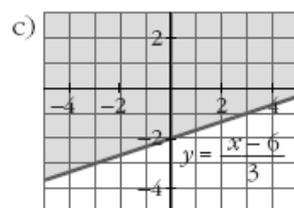
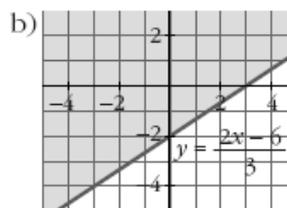
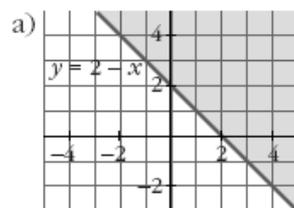
46 Resuelve gráficamente:

a) $x + y - 2 \geq 0$

b) $2x - 3y \leq 6$

c) $\frac{x - 3y}{2} \leq 3$

d) $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} \geq -1$



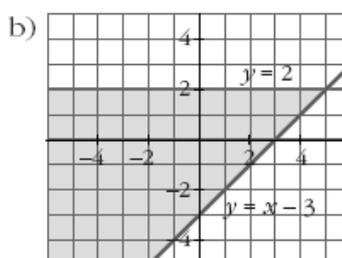
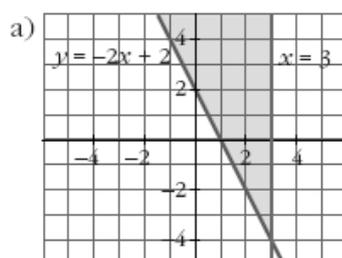
47 Resuelve gráficamente:

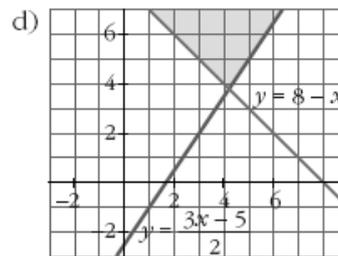
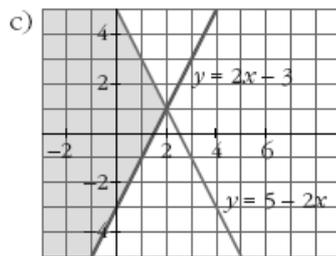
a) $\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ x \leq 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - y \leq 3 \\ y \leq 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 2x + y \leq 5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - 2y \leq 5 \\ x + y \geq 8 \end{cases}$

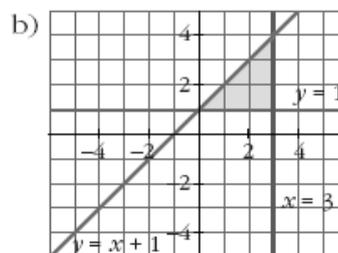
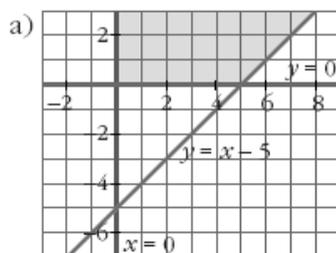




48 Representa, en cada caso, los puntos del plano que verifican las condiciones dadas:

a)
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x - y \leq 5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y \geq 1 \\ x \leq 3 \\ -x + y \leq 1 \end{cases}$$



Página 110

Problemas de ecuaciones y sistemas

- 49 Para la calificación de un curso, se decide que la primera evaluación cuente un 25%, la segunda, un 35% y la tercera, un 40%. Una alumna ha tenido un 5 en la primera y un 7 en la segunda. ¿Qué nota tiene que conseguir en la tercera para que su calificación final sea 7?

$$0,25 \cdot 5 + 0,35 \cdot 7 + 0,40 \cdot x = 7$$

$$0,40x = 3,3$$

$$x = 8,25$$

Ha de conseguir un 8,25.

- 50 Un comerciante compra 50 kg de harina y 80 kg de arroz, por los que tiene que pagar 66,10 €; pero consigue un descuento del 20% en el precio de la harina y un 10% en el del arroz. De esa forma paga 56,24 €. ¿Cuáles son los precios primitivos de cada artículo?

$$\begin{cases} \text{Precio 1 kg harina} \rightarrow x \\ \text{Precio 1 kg de arroz} \rightarrow y \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 50x + 80y = 66,10 \\ 0,8 \cdot 50x + 0,9 \cdot 80y = 56,24 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x = 0,65 \text{ €} \\ y = 0,42 \text{ €} \end{array} \right.$$

1 kg de harina valía 0,65 € y un kg de arroz 0,42 €.



- 51 Un profesor de tenis reparte pelotas entre sus alumnos para hacer un entrenamiento. Da 3 a cada uno y sobran 12. Como quiere que cada alumno tenga 5, calcula que debe comprar 18 pelotas más. ¿Cuántos alumnos son?

Hay x alumnos.

Número de pelotas $\rightarrow 3x + 12 = 5x - 18; 30 = 2x; x = 15$

Son 15 alumnos.

- 52 La edad de un padre es el cuádruple de la de su hijo, pero dentro de 16 años será solamente el doble. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

	AHORA	DENTRO DE 16 AÑOS
PADRE	$4x$	$4x + 16$
HJO	x	$x + 16$

$$4x + 16 = 2(x + 16); 4x + 16 = 2x + 32; x = 8$$

El padre tiene 32 años y el hijo 8 años.

- 53 La suma de un número par, el par anterior y los dos impares que le siguen, es 34. Calcula ese número.

$$x + x - 2 + x + 1 + x + 3 = 34 \Rightarrow x = 8$$

Es el número 8

- 54 Las dos cifras de un número suman 12. Si se invierte el orden de las mismas, se obtiene un número 18 unidades mayor. Calcula dicho número.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ 10y + x = 18 + 10x + y \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 7 \end{array}$$

Es el número 57.

- 55 Tres empresas aportan 2, 3 y 5 millones de euros para la comercialización de un nuevo avión. A los cinco años reparten beneficios, correspondiendo a la tercera 189 000 € más que a la segunda. ¿Cuál fue la cantidad repartida?

☛ A la primera le corresponden 2/10 de los beneficios.

Beneficios

$$1^{\text{a}} \rightarrow 2 \text{ millones} \rightarrow y$$

$$2^{\text{a}} \rightarrow 3 \text{ millones} \rightarrow x$$

$$3^{\text{a}} \rightarrow \frac{5 \text{ millones}}{10 \text{ millones}} \rightarrow \frac{189\,000 + x}{2x + y + 189\,000}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{10}(2x + y + 189\,000) = y \\ \frac{3}{10}(2x + y + 189\,000) = x \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2x - 4y = -189\,000 \\ -4x + 3y = -567\,000 \end{array} \left. \begin{array}{l} x = 283\,500 \\ y = 189\,000 \end{array} \right\}$$

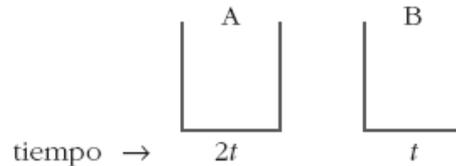
$$\text{Total} = 2x + y + 189\,000 = 945\,000 \text{ €}$$

La cantidad repartida fue de 945 000 €.



- 56 Un grifo A tarda en llenar un depósito el doble de tiempo que otro B. Abiertos simultáneamente, llenan el depósito en 2 horas. ¿Cuánto tarda cada uno por separado?

☞ Si A tarda x horas en llenar el depósito, en 1 hora llena $1/x$ del depósito.



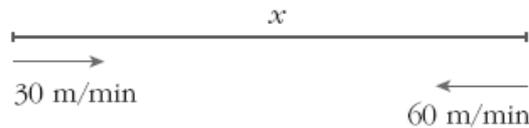
$$\text{En 1 hora} \rightarrow \frac{1}{2t} + \frac{1}{t} = \frac{3}{2t} \text{ partes del depósito}$$

$$\text{Tiempo entre los dos: } \frac{2t}{3} = 2 \text{ horas} \Rightarrow t = 3 \text{ horas}$$

$$2t = 6 \text{ horas}$$

B tarda 3 horas y A 6 horas.

- 57 Un remero sube con su barca por un río a una velocidad de 30 m/min y baja a 60 m/min. ¿Hasta qué distancia se aleja en un paseo de hora y media?



$$\left. \begin{array}{l} 30 = \frac{x}{t} \\ 60 = \frac{x}{90 - t} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 30t = x \\ 60(90 - t) = x \end{array}$$

$$30t = 5400 - 60t; t = 60 \text{ min}$$

Tarda 60 minutos en la ida y 30 en la vuelta. Se aleja una distancia de 1800 m.

- 58 Se mezclan 30 kg de café de 6 €/kg con cierta cantidad de otro de 8 €/kg, resultando la mezcla a 7,25 €/kg. ¿Qué cantidad del café más caro se ha utilizado?

$$\text{☞ Precio de 1 kg de mezcla} = \frac{\text{coste total}}{\text{total de kilos}}$$

$$A \rightarrow 30 \text{ kg} \rightarrow 6 \text{ €/kg}$$

$$B \rightarrow x \text{ kg} \rightarrow 8 \text{ €/kg}$$

$$\text{Mezcla} \rightarrow (30 + x) \text{ kg} \rightarrow 7,25 \text{ €/kg}$$

$$7,25 = \frac{30 \cdot 6 + 8x}{30 + x}; 217,5 + 7,25x = 180 + 8x$$

$$0,75x = 37,5 \Rightarrow x = 50 \text{ kg}$$



- 59 Una tienda ha vendido 60 ordenadores, cuyo precio original era de 1 200 €, con un descuento del 20% a unos y un 25% a otros. Si se han recaudado 56 400 €, calcula a cuántos ordenadores se les rebajó el 25%.

		PRECIO ORIGINAL			CON DESCUENTO
UNOS	→ x	→ 1 200x	$\xrightarrow{-20\%}$		$0,8 \cdot 1 200x = 960x$
OTROS	→ y	→ 1 200y	$\xrightarrow{-25\%}$		$0,75 \cdot 1 200y = 900y$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 60 \\ 960x + 900y = 56\,400 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 40 \\ y = 20 \end{array}$$

Se vendieron 20 ordenadores con un 25% de descuento y 40 ordenadores con un 20% de descuento.

- 60 En la primera prueba de una oposición queda eliminado el 52% de los participantes. En la segunda prueba se elimina el 25% de los restantes. Si el número total de personas suspendidas es de 512, ¿cuántas personas se presentaron a la oposición?

☞ Recuerda que para calcular el 52% de una cantidad, dicha cantidad se multiplica por 0,52. ¿Por cuánto habrá que multiplicar para calcular el 25% del 48% restante?

		QUEDAN			QUEDAN
Se presentan	x	$\xrightarrow[1^{\text{a}} \text{ prueba}]{-52\%}$	0,48x	$\xrightarrow[2^{\text{a}} \text{ prueba}]{-25\%}$	$0,75 \cdot 0,48x = 0,36x$

Queda el 36% del total. Se ha eliminado el 64% del total:

$$0,64x = 512 \Rightarrow x = 800$$

Se presentaron 800 personas.

- 61 Un granjero espera obtener 36 € por la venta de huevos. En el camino al mercado se le rompen cuatro docenas. Para obtener el mismo beneficio aumenta en 0,45 € el precio de la docena. ¿Cuántas docenas tenía al principio?

☞ Iguala el coste de las docenas que se rompen a lo que aumenta el coste de las que quedan.

$$\text{Tenía } x \text{ docenas} \rightarrow \frac{36}{x} \text{ €/docena}$$

$$\text{Le quedan } x - 4 \text{ docenas} \rightarrow \left(\frac{36}{x} + 0,45 \right) \text{ €/docena}$$

$$\left(\frac{36}{x} + 0,45 \right) (x - 4) = 36$$

$$(36 + 0,45x)(x - 4) = 36x$$

$$36x - 144 + 0,45x^2 - 1,8x = 36x$$

$$0,45x^2 - 1,8x - 144 = 0$$

$$x = 20 \text{ (} x = -16 \text{ no vale)} \Rightarrow \text{Tenía 20 docenas.}$$



- 62 Un tendero invierte 125 € en la compra de una partida de manzanas. Desecha 20 kg por defectuosas y vende el resto, aumentando 0,40 € cada kilo sobre el precio de compra, por 147 €.

¿Cuántos kilos compró?

☛ *Iguala el coste de las que se desechan más las ganancias, al aumento de coste de las que quedan.*

$$\text{Compró } x \text{ kg} \rightarrow \frac{125}{x} \text{ €/kg}$$

$$\text{Vende } (x - 20) \text{ kg} \rightarrow \left(\frac{125}{x} + 0,40 \right) \text{ €/kg}$$

$$\left(\frac{125}{x} + 0,40 \right) (x - 20) = 147$$

$$(125 + 0,40x)(x - 20) = 147x$$

$$125x - 2500 + 0,40x^2 - 8x = 147x$$

$$0,40x^2 - 30x - 2500 = 0$$

$$x = 125 \quad (x = -50 \text{ no vale})$$

Compró 125 kg.

- 63 En cinco platos se han repartido 100 albóndigas. Los platos 1º y 2º tienen en total 52; el 2º y 3º, 43; el 3º y el 4º, 34; el 4º y el 5º, 30.

¿Cuántas albóndigas hay en cada plato?

☛ *Si el 1º tiene x , el 2º tiene $52 - x$. Haz el mismo razonamiento con los demás.*

$$1^\circ \rightarrow x$$

$$2^\circ \rightarrow 52 - x$$

$$3^\circ \rightarrow 43 - (52 - x) = x - 9$$

$$4^\circ \rightarrow 34 - (x - 9) = 43 - x$$

$$5^\circ \rightarrow 30 - (43 - x) = x - 13$$

$$x + 52 - x + x - 9 + 43 - x + x - 13 = 100$$

En el 1º hay 27 albóndigas; 25 en el 2º; 18 en el 3º; 16 en el 4º y 14 en el 5º.

Página 111

- 64 Varios amigos toman un refresco en una terraza y deben pagar 6 € por el total de las consumiciones. Como dos no tienen dinero, los demás les invitan, debiendo aumentar su aportación en 0,80 € cada uno.

¿Cuántos amigos son?



Número de amigos $\rightarrow x \rightarrow \frac{6}{x}$ €/consumición

$$(x - 2) \left(\frac{6}{x} + 0,80 \right) = 6$$

$$(x - 2) (6 + 0,80x) = 6x$$

$$6x + 0,80x^2 - 12 - 1,6x = 6x$$

$$0,80x^2 - 1,6x - 12 = 0$$

$$x = 5 \quad (x = -3 \text{ no vale})$$

Son 5 amigos.

- 65 El número de visitantes a cierta exposición durante el mes de febrero se incrementó en un 12% respecto al mes de enero. Sin embargo, en marzo sufrió un descenso del 12% respecto a febrero.

Si el número de visitantes de enero superó en 36 personas al de marzo, ¿cuántas personas vieron la exposición en enero?

$$\begin{array}{ccccc} \text{Enero} & \xrightarrow{+12\%} & \text{Febrero} & \xrightarrow{-12\%} & \text{Marzo} \\ x & & 1,12x & & 0,88 \cdot 1,12x = 0,9856x \end{array}$$

$$x = 0,9856x + 36 \Rightarrow x = 2\,500 \text{ personas}$$

- 66 Un inversor, que dispone de 28 000 €, coloca parte de su capital en un banco al 8% y el resto en otro banco al 6%. Si la primera parte le produce anualmente 200 € más que la segunda, ¿cuánto colocó en cada banco?

$$28\,600 \text{ €} \left\{ \begin{array}{l} x \text{ al } 8\% \xrightarrow{1 \text{ año}} 0,08x \\ (28\,000 - x) \text{ al } 6\% \xrightarrow{1 \text{ año}} 0,06(28\,000 - x) \end{array} \right.$$

$$0,08x = 0,06(28\,000 - x) + 200$$

$$0,08x = 1\,680 - 0,06x + 200$$

$$x = 13\,428,57 \text{ € al } 8\%$$