1. Dada la función parabólica $y = x^2 - 6x + 8$, calcular: puntos de corte con los ejes. **(0,5 puntos)**, vértice. **(0,5 puntos)** y hacer la representación gráfica. **(1 punto)**

2. Dada la función $f(x) = \dfrac{x+1}{3x-2}$, halla la función inversa de *f* respecto de la composición **(1 punto)** y comprueba que efectivamente lo es **(1 punto).**

3. Dada la función racional $y = \dfrac{-2x+6}{x+3}$:

a) Halla los puntos de corte con los ejes. **(1 punto)**

b) Haz las transformaciones oportunas en la función y di cuál es su asíntota vertical y su asíntota horizontal. **(1 punto)**

c) Represéntala gráficamente **(1 punto)**

4. Calcular los siguientes límites, indicando la indeterminación correspondiente:

a) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$ **(1 punto)**

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{8x^2 - 3x + 1}{3x^2 + \sqrt{x^4 - 2}}$ **(1 punto)**

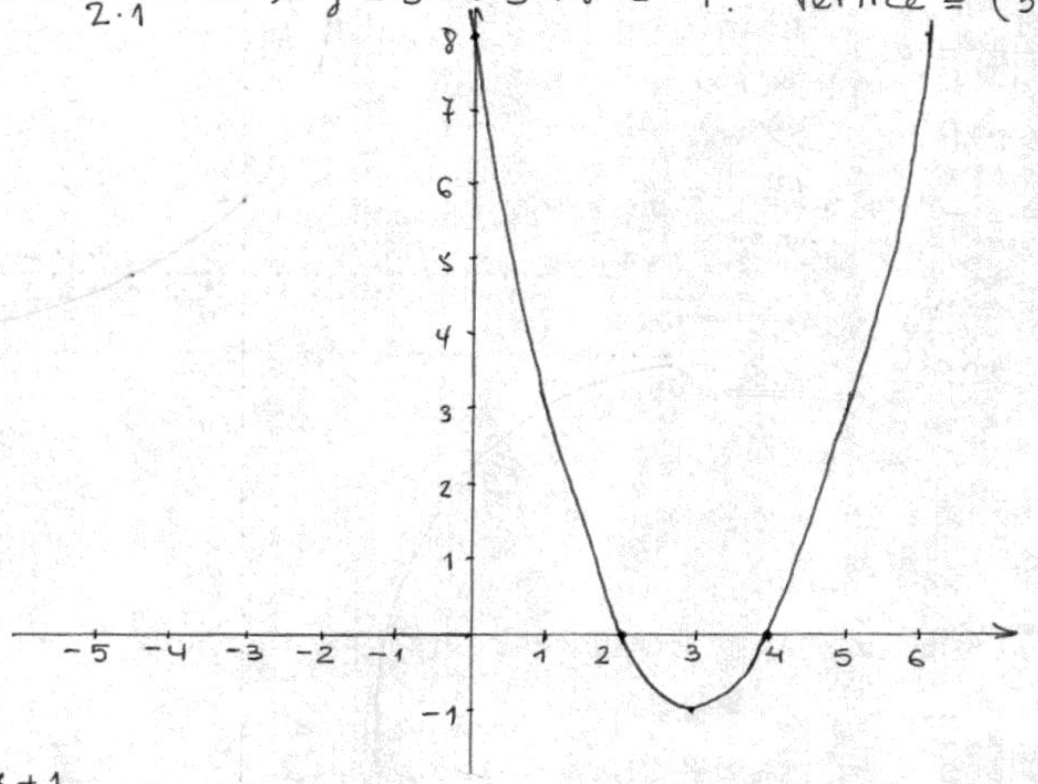
c) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x - 3}{\sqrt{x-2} - 1}$ **(1 punto)**

① Puntos de corte con el eje X: $x^2-6x+8=0 \Rightarrow x=\dfrac{6\pm\sqrt{36-4\cdot1\cdot8}}{2}=$

$=\dfrac{6\pm2}{2}=\begin{cases}4\\2\end{cases}$; $\underline{\underline{(4,0),\ (2,0)}}$

Punto de corte con el eje Y: $x=0 \Rightarrow y=8$; $\underline{\underline{(0,8)}}$.

Vértice: $x=\dfrac{6}{2\cdot1}=3$; $y=3^2-6\cdot3+8=-1$. Vértice $=(3,-1)$



② $y=\dfrac{x+1}{3x-2}$. Cambiemos x por y, y despejemos el valor de y. El resultado será la función inversa respecto de la composición.

$x=\dfrac{y+1}{3y-2} \Rightarrow 3xy-2x=y+1 \Rightarrow 3xy-y=2x+1 \Rightarrow$

$\Rightarrow y(3x-1)=2x+1 \Rightarrow y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$. Por tanto la función inversa es $f^{-1}(x)=\dfrac{2x+1}{3x-1}$. Para la comprobación hemos de ver que $(f\circ f^{-1})(x)=x$ y que $(f^{-1}\circ f)(x)=x$:

$$(f\circ f^{-1})(x)=f(f^{-1}(x))=f\left(\frac{2x+1}{3x-1}\right)=\frac{\frac{2x+1}{3x-1}+1}{3\,\frac{2x+1}{3x-1}-2}=$$

$$=\frac{\frac{2x+1+3x-1}{3x-1}}{\frac{6x+3-6x+2}{3x-1}}=\frac{\frac{5x}{3x-1}}{\frac{5}{3x-1}}=\frac{5x}{5}=\underline{\underline{x}}$$

$$(f^{-1}\circ f)(x)=f^{-1}\left(\frac{x+1}{3x-2}\right)=\frac{2\,\frac{x+1}{3x-2}+1}{3\,\frac{x+1}{3x-2}-1}=\frac{\frac{2x+2+3x-2}{3x-2}}{\frac{3x+3-3x+2}{3x-2}}=$$

$$=\frac{\frac{5x}{3x-2}}{\frac{5}{3x-2}}=\frac{5x}{5}=\underline{\underline{x}}$$

③ a) Puntos de corte con eje X: $y = 0 \Rightarrow \dfrac{-2x+6}{x+3} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow -2x + 6 = 0 \Rightarrow x = 3$; $\underline{\underline{(3, 0)}}$

Punto de corte con el eje Y:

$x = 0 \Rightarrow y = 2$; $\underline{\underline{(0, 2)}}$

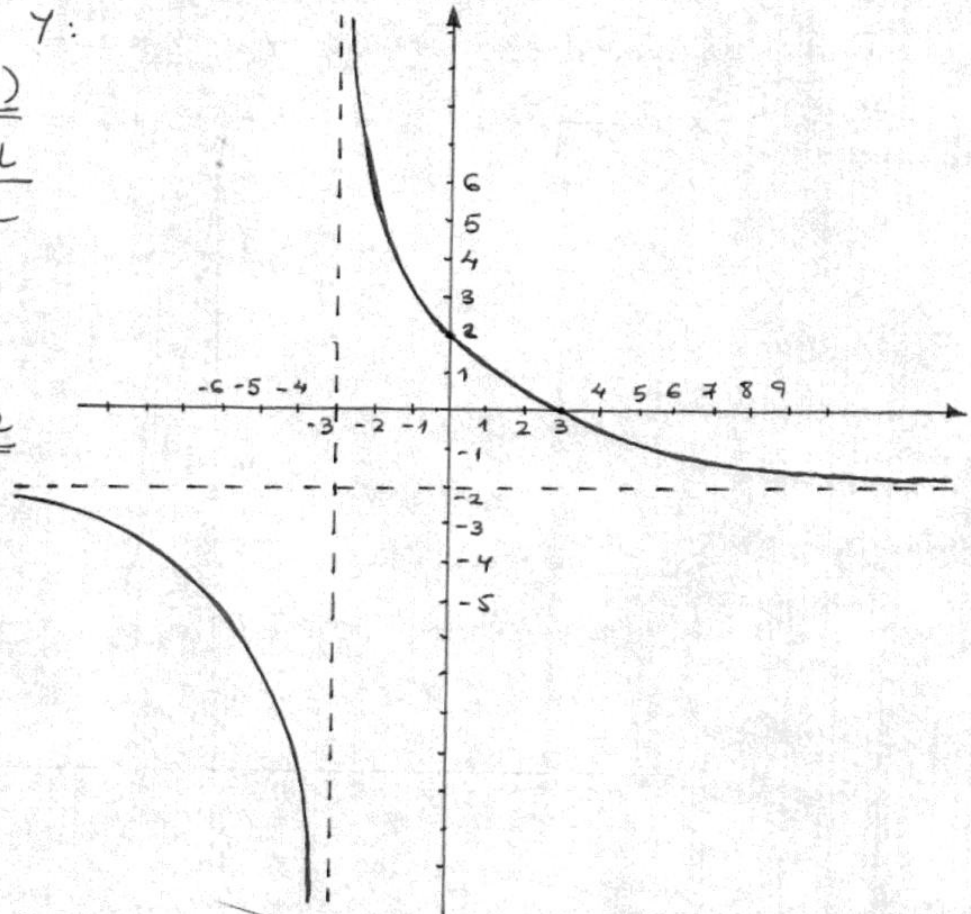
b) $\dfrac{ax+b}{x+d} = a + \dfrac{b-ad}{x+d}$

(transformación)

$\dfrac{-2x+6}{x+3} = -2 + \dfrac{12}{x-3}$

Asíntota horizontal: $\underline{\underline{x = -2}}$

Asíntota vertical: $\underline{\underline{y = -3}}$



④ a) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\cancel{(x-2)}(x+1)}{(x+2)\cancel{(x-2)}} = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x+1}{x+2} = \underline{\underline{\dfrac{3}{4}}}$

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{8x^2 - 3x + 1}{3x^2 + \sqrt{x^4 - 2}} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{8 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}}{3 + \sqrt{1 - \frac{2}{x^4}}} = \dfrac{8 - 0 + 0}{3 + \sqrt{1 - 0}} =$

$= \dfrac{8}{3+1} = \underline{\underline{2}}$

c) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{(x-3)}{\sqrt{x-2} - 1} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x \to 3} \dfrac{(x-3)(\sqrt{x-2}+1)}{(\sqrt{x-2}-1)(\sqrt{x-2}+1)} =$

$= \lim\limits_{x \to 3} \dfrac{(x-3)(\sqrt{x-2}+1)}{x-2-1} = \lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\cancel{(x-3)}(\sqrt{x-2}+1)}{\cancel{x-3}} =$

$= \lim\limits_{x \to 3} (\sqrt{x-2} + 1) = \sqrt{3-2} + 1 = \underline{\underline{2}}$