

CÁLCULO DE PROBABILIDADES



CONTENIDOS

- Experimentos aleatorios
- Espacio muestral. Sucesos
- Sucesos compatibles e incompatibles
- Sucesos contrarios
- Operaciones con sucesos
 - Unión de sucesos
 - Intersección de sucesos
- Probabilidad
 - Regla de Laplace
 - Probabilidad de la unión de sucesos
 - Probabilidad del suceso contrario

COMPETENCIAS BÁSICAS

- Identificar fenómenos aleatorios.
- Utilizar el vocabulario correcto para cuantificar situaciones relacionadas con el azar.
- Calcular probabilidades de sucesos en experimentos aleatorios.
- Diferenciar los tipos de sucesos y asignar probabilidades a cada uno de ellos, en un experimento aleatorio.
- Calcular probabilidades utilizando la regla de Laplace.

COMENZAMOS...

La probabilidad es la medida cuantitativa del grado de posibilidad de ocurrencia de un suceso aleatorio.

Para comprender exactamente qué es la probabilidad, al principio de esta unidad se explican y se diferencian los experimentos aleatorios, los experimentos deterministas, el espacio muestral y los tipos de sucesos aleatorios.

Una vez desarrollados estos conceptos se estudia la diferencia entre sucesos compatibles e incompatibles, y se definen las operaciones de unión e intersección con suceso.

La unidad termina definiendo la probabilidad de un suceso, para llegar a asignar probabilidades a los distintos sucesos y mostrar la importancia que la probabilidad tiene en la vida cotidiana.

LO QUE SABEMOS...

Con lo que tú ya sabes y la información que puedes recoger en tu entorno más próximo, observando algunos sucesos de la vida cotidiana, podéis contestar en clase las siguientes preguntas:



- ¿De qué color es el chicle que tiene más probabilidad de salir?
- Al extraer una bola, nos dicen que el 40% de las veces sale de un determinado color, ¿qué significa?
- ¿Cuál es la relación entre porcentaje y probabilidad?

Al terminar esta unidad didáctica **SERÁS CAPAZ DE...**

- Saber diferenciar los experimentos aleatorios de los deterministas.
- Averiguar si dos o más sucesos son compatibles o incompatibles.
- Aplicar el cálculo de probabilidades de fenómenos relacionados con situaciones de la vida cotidiana.
- Utilizar la regla de Laplace para calcular la probabilidad de un suceso.
- Realizar cálculos de probabilidades de la unión y la intersección de sucesos.
- Utilizar el vocabulario científico para poder interpretar los fenómenos aleatorios.
- Resolver problemas en un contexto cotidiano utilizando diagramas de Venn.



¿Sabías que...?

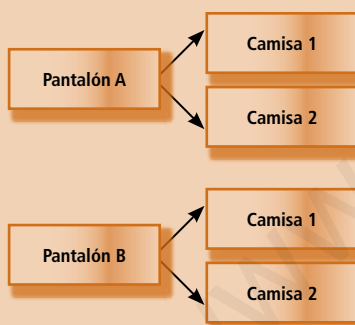
Existen otros experimentos no aleatorios en los que se puede determinar con certeza el resultado. Son los llamados **experimentos deterministas**.



¿Sabías que...?

El **diagrama de árbol** se utiliza para calcular el espacio muestral de un experimento aleatorio.

Si tenemos 2 pantalones y 2 camisas, y escogemos 1 pantalón y 1 camisa, el espacio muestral es:



$E = \{A1, A2, B1, B2\}$



Recuerda

Se dice que un suceso A se **verifica** si al efectuar una prueba del experimento aleatorio se obtiene como resultado uno de los sucesos elementales de A.

EXPERIMENTOS ALEATORIOS

En nuestra vida hay fenómenos o experimentos para los que, aunque se repitan muchas veces, no se puede predecir el resultado.

Un **experimento aleatorio** es toda prueba controlada de la que se saben sus posibles resultados, sin que se pueda decir cuál de ellos se va a dar.

Son ejemplos de experimentos aleatorios:

- Lanzar un dado con las caras enumeradas del 1 al 6 y observar el resultado de la cara superior.
- Lanzar una moneda al aire y observar la cara superior.

ESPACIO MUESTRAL. SUCESOS

El **espacio muestral** es el conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Se designa con la letra E.

Así, por ejemplo, el espacio muestral del experimento aleatorio "Lanzamiento de un dado" es $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; pero podemos observar subconjuntos de E:

- "Salir un número par" $A = \{2, 4, 6\}$
- "Salir un múltiplo de 3" $B = \{3, 6\}$
- "Salir un número primo" $C = \{2, 3, 5\}$

A estos subconjuntos o partes del espacio muestral se los llama **sucesos** y se designan con letras mayúsculas: A, B, C...

Existen diferentes **tipos de sucesos**:

- **Suceso elemental.** Es el que está formado por un solo resultado del espacio muestral.
- **Suceso compuesto.** Es el que está formado por dos o más resultados del espacio muestral.
- **Suceso seguro o cierto.** Es el que se verifica siempre. Está formado por todos los resultados posibles del experimento y, por tanto, coincide con el espacio muestral. Se designa con la letra E.
- **Suceso imposible.** Es el que nunca se realiza. Se representa así: \emptyset .
- **Sucesos equiprobables.** Son los que tienen la misma probabilidad de salir.

SUCESOS COMPATIBLES E INCOMPATIBLES

Cuando los sucesos se pueden realizar simultáneamente y tienen resultados comunes se llaman **sucesos compatibles**.

En el experimento "extraer al azar una carta de la baraja española", consideramos los siguientes sucesos:

A = "Salir oros" B = "Salir un as" C = "Salir copas"

Los sucesos A y B son compatibles porque hay una carta que verifica los dos sucesos simultáneamente: el as de oros.

Los sucesos A y C son incompatibles porque no hay ninguna carta que pueda ser de oros y de copas a la vez.

EJERCICIOS RESUELTOS

1º. ¿Cuáles de estos fenómenos son aleatorios?

- Lanzar una moneda y observar si sale cara o cruz.
- Número de viajeros que suben al metro en una estación.
- Lanzar una piedra al vacío y medir su aceleración.
- Elegir un delegado de una clase de 25 alumnos.
- Calcular el área de un círculo de radio 3.

Solución:

Los fenómenos *a*, *b* y *d* son aleatorios, ya que sabemos los posibles resultados pero al realizar el experimento no se puede predecir cuál de ellos se dará.

El fenómeno *c* y *e* son deterministas porque se conocen las fórmulas que proporciona la relación.

2º. Sea el experimento aleatorio "Lanzar un dado numerado del 1 al 6".

- Calcula el espacio muestral.
- Indica un suceso imposible.
- Indica dos sucesos equiprobables.

Solución:

- $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Suceso imposible: $A = \text{"Salir un número mayor de 6"}$. No es un resultado posible del experimento aleatorio.
- Dos sucesos equiprobables son $A = \text{"Salir número par"} = \{2, 4, 6\}$ y $B = \text{"Salir un número mayor que 3"} = \{4, 5, 6\}$. Los dos tienen la misma probabilidad de salir, porque los dos tienen tres elementos de E .

3º. Tenemos una baraja española compuesta de 40 cartas. Pon un ejemplo de dos sucesos compatibles y dos sucesos incompatibles.

Solución:

Dos sucesos compatibles son: $A = \text{"Salir oros"}$ y $B = \text{"Salir un as"}$, ya que se pueden dar a la vez, tienen en común el as de oros.

Dos sucesos incompatibles son: $C = \text{"Salir espadas"}$ y $D = \text{"Salir bastos"}$, ya que no se pueden verificar a la vez.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1º. Pon tres ejemplos de fenómenos aleatorios y otros tres deterministas.

2º. Sea el experimento aleatorio "Sacar una bola de una bolsa en la que hay 8 bolas numeradas del 1 al 8". Calcula:

- El espacio muestral.
- El suceso $A = \text{"Sacar un número impar"}$.
- El suceso $B = \text{"Sacar un número mayor que 5"}$.

3º. Indica si los siguientes sucesos son compatibles o incompatibles en el experimento aleatorio "Hacer girar la aguja de una ruleta numerada del 1 al 20".

- $A = \text{"Salir par"}$, $B = \text{"Salir un número mayor que 10"}$.
- $A = \text{"Salir un múltiplo de 2"}$, $B = \text{"Salir un número mayor que 20"}$.
- $A = \text{"Salir un múltiplo de 5"}$, $B = \text{"Salir el 10"}$.
- $A = \text{"Salir un número par"}$, $B = \text{"Salir un número impar"}$.

4º. Se lanza un dado numerado del 1 al 6. Escribe todos los sucesos elementales, dos sucesos compatibles y dos sucesos incompatibles.

5º. Escribe el espacio muestral del experimento aleatorio "Lanzar dos dados numerados del 1 al 6".

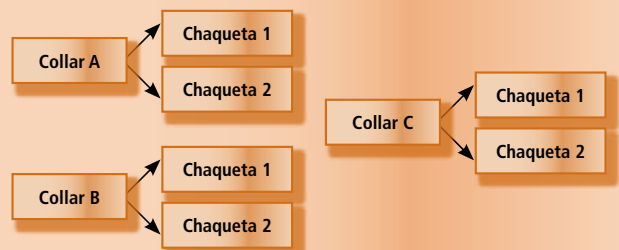
6º. Sea el experimento aleatorio "Lanzar un dado de seis caras, numeradas del 1 al 6". Escribe los elementos de los siguientes sucesos e indica qué tipo de sucesos son.

- $A = \text{"Salir un número menor que 2"}$.
- $B = \text{"Salir un número múltiplo de 3"}$.
- $C = \text{"Salir un número menor que 7"}$.
- $D = \text{"Salir un número mayor que 8"}$.

7º. Sea el experimento aleatorio "Lanzar un dado". Calcula:

- El espacio muestral.
- Los elementos de los sucesos $A = \text{"Obtener un número impar"}$ y $B = \text{"Obtener un múltiplo de 2"}$. ¿Son compatibles o incompatibles dichos sucesos?

8º. Escribe el espacio muestral del experimento aleatorio que consiste en escoger al azar una chaqueta y un collar, si tenemos 3 collares y 2 chaquetas:





¿Sabías que...?

Los sucesos contrarios también se pueden llamar **sucesos complementarios**.



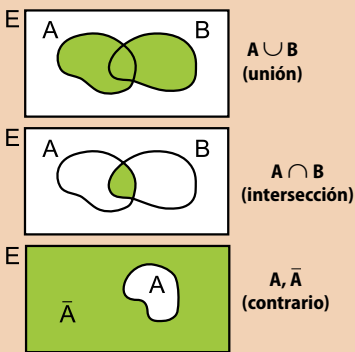
Recuerda

$$\bar{\bar{E}} = \emptyset \text{ y } \bar{\emptyset} = E$$



¿Sabías que...?

Los **diagramas de Venn** representan los sucesos y sus operaciones.



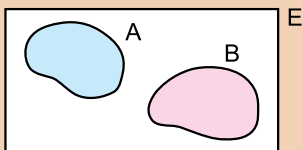
Recuerda

- a) $A \cup E = E$
- b) $A \cup \emptyset = A$
- c) $A \cup \bar{A} = E$
- d) $A \cap E = A$
- e) $A \cap \emptyset = \emptyset$
- f) $A \cap \bar{A} = \emptyset$



¿Sabías que...?

Si dos sucesos A y B son **incompatibles** $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$, no se pueden dar a la vez, ya que no tienen elementos en común.



SUCESOS CONTRARIOS

- Llamamos suceso contrario de A al que se verifica cuando **no** se verifica A. Se representa así: \bar{A} , A' o A^c .
- El suceso \bar{A} está formado por todos los sucesos elementales de E (espacio muestral) que no están en A.
- Los sucesos A y \bar{A} completan el espacio muestral.

En el experimento aleatorio "Lanzamiento de un dado", consideramos el suceso $A =$ "Salir un número menor que 4" = {1, 2, 3}.

El contrario de A es el suceso $\bar{A} =$ "No salir un número menor que 4" = "Salir un número mayor o igual que 4" = {4, 5, 6}.

Los dos sucesos completan el espacio muestral $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Los sucesos contrarios son siempre incompatibles. En cambio, los sucesos incompatibles no son siempre contrarios. Por ejemplo, en el mismo experimento aleatorio, los sucesos:

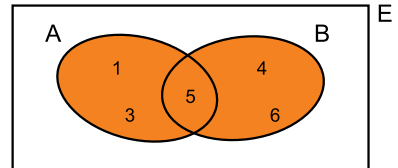
- $D =$ "Salir un número menor que 3" = {1, 2}
- $F =$ "Salir un número igual o mayor que 4" = {4, 5, 6}

Los sucesos D y F son incompatibles porque no se pueden realizar a la vez, pero no son contrarios: $\bar{D} = \{3, 4, 5, 6\}$ y $\bar{F} = \{1, 2, 3\}$.

OPERACIONES CON SUCESOS

Unión de sucesos

Dados dos sucesos A y B de un mismo experimento aleatorio, se llama **suceso unión de A y B** al suceso que se dará cuando se realice al menos uno de los dos, es decir, cuando se verifique $A \cup B$. Se representa por $A \cup B$.

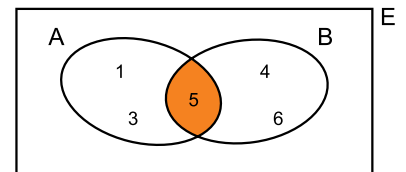


En el experimento aleatorio "Lanzamiento de un dado numerado del 1 al 6", tenemos los sucesos:

- $A =$ "Salir un número impar" = {1, 3, 5}
- $B =$ "Salir un número mayor que 3" = {4, 5, 6}
- $A \cup B =$ "Salir impar o mayor que 3" = {1, 3, 4, 5, 6}

Intersección de sucesos

Dados los sucesos A y B de un mismo experimento aleatorio, se llama **suceso intersección de A y B** al suceso que se realiza cuando se verifican A y B, es decir, se verifican simultáneamente. Se representa por $A \cap B$.



En el experimento aleatorio anterior, y con los mismos sucesos A y B:

$$A \cap B = \text{"Salir impar y mayor que 3"} = \{5\}$$

Hay sólo un elemento que cumple ambas condiciones: el 5.

EJERCICIOS RESUELTOS

1º. En el experimento aleatorio "Extraer al azar una carta de la baraja española", indica dos sucesos contrarios y dos que no lo sean.

Solución:

Dos sucesos contrarios son:

A = "Salir oros o copas"

\bar{A} = "Salir espadas o bastos"

Dos sucesos que no sean contrarios:

B = "Salir una figura" y C = "Salir un oro"

2º. Sea el experimento aleatorio "Lanzar un dado numerado del 1 al 6". Dados los sucesos:

A = "Salir un número par"

B = "Salir un número mayor que 2"

C = "Salir un número múltiplo de 3"

D = "Salir un número menor que 5"

Calcula : $A \cup B$, $A \cap B$, $C \cap D$, $C \cup D$ y $B \cap D$.

Solución:

$A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, $C = \{3, 6\}$, $D = \{1, 2, 3, 4\}$

Entonces:

$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$A \cap B = \{4, 6\}$

$C \cap D = \{3\}$

$C \cup D = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ $B \cap D = \{3, 4\}$

3º. En el experimento del ejercicio anterior, ¿cuáles serían los sucesos contrarios a los sucesos A, B, C y D?

Solución:

\bar{A} = "Salir un número impar" = $\{1, 3, 5\}$

\bar{B} = "No salir un número mayor que 2" = $\{1, 2\}$

\bar{C} = "No salir un número múltiplo de 3" = $\{1, 2, 4, 5\}$

\bar{D} = "No salir un número menor que 5" = $\{5, 6\}$

4º. Se considera el experimento "Lanzar dos dados numerados del 1 al 6". Calcula el suceso "Obtener al menos un 5".

Solución:

El espacio muestral tiene 36 elementos.

"Obtener al menos un 5" = $\{5 \text{ y } 1, 5 \text{ y } 2, 5 \text{ y } 3, 5 \text{ y } 4, 5 \text{ y } 5, 5 \text{ y } 6, 1 \text{ y } 5, 2 \text{ y } 5, 3 \text{ y } 5, 4 \text{ y } 5, 6 \text{ y } 5\}$: 11 elementos.

EJERCICIOS PROPUESTOS

1º. Se lanza un dado numerado del 1 al 6. Indica los sucesos contrarios a los siguientes:

A = "Salir un número impar"

B = "Salir un número mayor que 5"

2º. En el experimento del ejercicio anterior, determina los sucesos $A \cup B$ y $A \cap B$.

3º. Sean los sucesos A, B y C. Expresa:

a) Se realiza A y no B.

b) Se realizan los dos a la vez.

d) No se realiza ninguno.

4º. En el experimento de extraer una bola de una caja que contiene 9 bolas numeradas del 1 al 9, sean los sucesos:

$A = \{2, 8, 9\}$

$B = \{1, 3, 5, 7\}$

$C = \{2, 4, 8\}$

$D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Halla los sucesos:

$A \cup B$, $A \cap B$, $C \cup D$ y $A \cap C$.



5º. En el experimento aleatorio "Extraer al azar una carta de la baraja española", sean los sucesos:

A = "Salir oros"

B = "Salir una figura"

C = "Salir copas"

D = "Salir bastos"

Halla los sucesos:

$A \cup B$, \bar{A} , $C \cap D$, $\bar{A} \cap C$, $C \cup B$ y $B \cap D$.

6º. Se considera el experimento "Lanzar dos dados numerados del 1 al 6". Calcula los siguientes sucesos:

a) "Obtener un 6".

b) "Obtener un número igual a 8, al sumar las caras superiores".

c) "Obtener al menos un 6".

7º. Observa el siguiente diagrama de Venn y escribe los elementos de los sucesos:

a) $A \cup B$

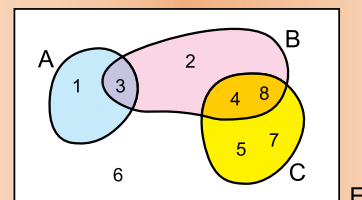
b) \bar{A}

c) $C \cap B$

d) $A \cap B \cap C$

e) $A \cup B \cup C$

f) $B \cap C$





Pierre-Simon **Laplace** (1749-1827) fue un matemático, físico y astrónomo francés. En el campo de las matemáticas estudió la teoría de probabilidades.



Recuerda

$$P(\emptyset) = 0 \text{ y } P(E) = 1$$



Recuerda

- $P(\emptyset) = 1$
- $P(\bar{E}) = 0$
- La probabilidad está entre 0 y 1.
 $0 \leq P(A) \leq 1$

PROBABILIDAD

La **probabilidad de un suceso** es el número al que tiende la frecuencia relativa de dicho suceso cuando se repite el experimento un cierto número de veces.

Cuanto mayor es el número de pruebas que se realizan, más se aproxima el valor de la frecuencia a ese número que llamamos *probabilidad*. Como esto es difícil de realizar, hay una regla sencilla que permite calcular la probabilidad de un suceso cualquiera, siempre y cuando todos los sucesos tengan la misma probabilidad (equiprobables).

Regla de Laplace

Si los sucesos elementales son equiprobables, se verifica:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables a A}}{\text{número de casos posibles}}$$

En el experimento "Extraer una bola de una bolsa compuesta de 3 bolas blancas, 2 bolas rojas y bolas 5 negras", los sucesos elementales tienen la misma posibilidad, por lo que son equiprobables.

- A = "Extraer una bola blanca". Hay 3 oportunidades de obtener una bola blanca de las 10 que hay en la bolsa $\Rightarrow P(A) = \frac{3}{10}$.
- B = "Extraer una bola roja". Hay 2 oportunidades de extraer una bola roja $\Rightarrow P(B) = \frac{2}{10}$.
- C = "Extraer una bola negra". Hay 5 oportunidades de obtener una bola negra $\Rightarrow P(C) = \frac{5}{10}$.

Ahora bien, ¿cuál es la probabilidad de extraer una bola azul? La probabilidad es 0 porque no hay ninguna bola de ese color: $P(\emptyset) = 0$.

Probabilidad de la unión de sucesos

Sea el experimento "Extraer una bola de una bolsa con 9 bolas numeradas del 1 al 9".

Sean los sucesos A = "Salir par" = {2, 4, 6, 8} $\Rightarrow P(A) = \frac{4}{9}$.

B = "Salir mayor que 8" = {9} $\Rightarrow P(B) = \frac{1}{9}$.

C = "Salir múltiplo de 3" = {3, 6, 9} $\Rightarrow P(C) = \frac{3}{9}$.

- $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 9\}$, $P(A \cup B) = \frac{4}{9} + \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ si A y B son sucesos incompatibles.

- $A \cup C = \{2, 3, 4, 6, 8, 9\}$, $P(A \cup C) = \frac{4}{9} + \frac{3}{9} - \frac{1}{9} = \frac{6}{9}$

Se ha tenido en cuenta que aparecería dos veces el número 6.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ si A y B son sucesos compatibles.

Probabilidad del suceso contrario

Sean, del experimento anterior, el suceso A = "Salir par", con $P(A) = \frac{4}{9}$, y el suceso \bar{A} = "No salir par", con $P(\bar{A}) = \frac{5}{9}$. Se cumple:

$$P(A) + P(\bar{A}) = \frac{4}{9} + \frac{5}{9} = 1. \text{ Entonces, si } P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow \mathbf{P(\bar{A}) = 1 - P(A)}$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1º. En una clase de 4º de ESO hay 13 chicos y 12 chicas. Elegimos una persona al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica? ¿Y de que sea chico?

Solución:

$$a) A = \text{"Ser chica"} \quad P(A) = \frac{13}{25}$$

$$b) B = \text{"Ser chico"} \quad P(B) = \frac{12}{25}$$

2º. En una caja de caramelos hay 3 de fresa, 5 de naranja, 2 de limón y 1 de menta. Extraemos un caramelo al azar. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un caramelo de fresa o menta?

Solución:

$$C = \text{"Ser de fresa o de menta"} \quad P(C) = \frac{4}{11}$$

Otra manera de resolverlo es utilizando la probabilidad de la unión para sucesos incompatibles:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$A = \text{"Ser de fresa"} \quad P(A) = \frac{3}{11}$$

$$B = \text{"Ser de menta"} \quad P(B) = \frac{1}{11}$$

Son sucesos incompatibles porque no hay un caramelo con los dos sabores.

$$P(A \cup B) = \frac{3}{11} + \frac{1}{11} = \frac{4}{11}$$

3º. De una baraja española de 40 cartas, extraemos una carta al azar. Sean los sucesos $A = \text{"Salir un rey"} , B = \text{"Salir una figura"}$ y $C = \text{"Salir una copa"}$.

Calcula:

a) $P(A), P(B), P(C), P(\bar{A}), P(\bar{B})$ y $P(\bar{C})$

b) $P(A \cap C), P(A \cup C)$ (utilizando la fórmula).

Solución:

$$a) P(A) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}; P(B) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}; P(C) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}; P(\bar{B}) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10};$$

$$P(\bar{C}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

b) $P(A \cap C) = \frac{1}{40}$ (hay una sola carta: el rey de copas)

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C) = \frac{1}{10} + \frac{1}{4} - \frac{1}{40} = \frac{13}{40}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1º. En una bolsa hay 100 bolas numeradas del 1 al 100. Se extrae una bola al azar. Calcula la probabilidad de:

- “Obtener un múltiplo de 5”.
- “Obtener un múltiplo de 3”.
- “Obtener un número mayor que 11”.

2º. Tenemos en una bolsa 5 bolas rojas, 6 blancas y 7 azules y extraemos al azar una bola.

- Calcula la probabilidad de que sea roja.
- Calcula la probabilidad de que sea blanca o azul.

3º. Sea el experimento aleatorio “extracción de una carta de una baraja española” y los sucesos siguientes:

- $A = \text{"Salir caballo"} \quad B = \text{"Salir un cuatro"}$
 $C = \text{"Salir copas"} \quad D = \text{"Salir bastos"}$

Calcula:

- $P(A), P(B), P(C), P(D), P(\bar{A})$ y $P(\bar{D})$.
- $P(A \cup B), P(A \cup C), P(A \cup D)$ y $P(B \cup D)$.
- $P(A \cap B), P(A \cap C), P(B \cap D)$ y $P(A \cap D)$.

4º. Se lanza un dado de seis caras. Sean los sucesos:

- $A = \text{"Sacar número par"}$.
 $B = \text{"Sacar un número menor que 4"}$.
 $C = \text{"Sacar un 3"}$.

Forma los siguientes sucesos y calcula su probabilidad:

- a) $A \cup B$ b) $A \cup B \cup C$ c) $B \cup C$ d) $A \cap C$

5º. De una baraja española de 40 cartas, extraemos una carta al azar. Sean los sucesos $A = \text{"Salir un 2"} , B = \text{"Salir una figura"}$ y $C = \text{"Salir una sota"}$.

Calcula:

- $P(A), P(B), P(C), P(\bar{A}), P(\bar{B})$ y $P(\bar{C})$.
- $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$.
- $P(A \cap C)$ y $P(A \cup C)$ (utilizando la fórmula de la unión de sucesos incompatibles).
- $P(B \cap C)$ y $P(B \cup C)$ (utilizando la fórmula de la unión de sucesos compatibles).

6º. Sean $P(A) = 0,8, P(B) = 0,4$ y $P(A \cap B) = 0,3$.

Calcula $P(A \cup B)$.

7º. Sean $P(A) = 0,4, P(B) = 0,7$ y $P(A \cup B) = 0,5$.

Calcula $P(A \cap B)$.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA REFORZAR

- Sea el experimento aleatorio "Extraer una bola de una urna donde las bolas están marcadas con las letras a, b, c, d, e, f, g ".
 - Calcula el espacio muestral.
 - Indica dos sucesos equiprobables.
 - Indica un suceso imposible.
- Sea el experimento aleatorio "Lanzar un dado numerado del 1 al 6". Calcula:
 - El espacio muestral.
 - La probabilidad de "Obtener un número impar".
 - La probabilidad de "Obtener un múltiplo de 2".
- Sean los sucesos A y B. Expresa:
 - Se realizan A y B.
 - Se realiza A o B.
 - Se realiza al menos uno.
 - No se realiza A y sí B.
- En un campamento de verano formado por 28 estudiantes, de los cuales 5 son ingleses, 3 portugueses, 10 franceses y el resto españoles, ¿qué probabilidad hay que al elegir un estudiante al azar sea español?
- En una tienda de ropa, la dependienta tiene encima de su mostrador 3 bufandas, 2 pantalones, 1 camisa, 1 falda y 3 camisetas.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que, al coger una prenda al azar, sea una bufanda o una falda?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que escoja la camisa? ¿Y de que no escoja la camisa?
 - ¿Sabrías indicar cómo se llaman estos sucesos?



- En una bolsa hay 12 bolas numeradas del 1 al 12, y extraemos una bola al azar. Calcula la probabilidad de que sea:
 - Un número mayor o igual que 6 y par.
 - Un número par y múltiplo de 3.
- Tenemos una urna con 5 bolas rojas, 6 blancas y 7 azules. Extraemos una bola al azar. Calcula:
 - La probabilidad de que no sea azul.
 - La probabilidad de que sea blanca o azul.
- Extraemos una carta de una baraja española. Calcula la probabilidad de los sucesos:

A = "Ser de oros o copas" B = "Ser un rey o una figura" C = "Ser una copa y una figura"
- Sean $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,4$ y $P(A \cap B) = 0,1$. Calcula: $P(A \cup B)$, $P(\bar{A})$ y $P(\bar{B})$.



- En un congreso se reúne un grupo de personas según la tabla de contingencia siguiente:

	Fumadores	No fumadores
Hombres	5	15
Mujeres	8	12

Elegimos una persona al azar. Calcula la probabilidad de que:

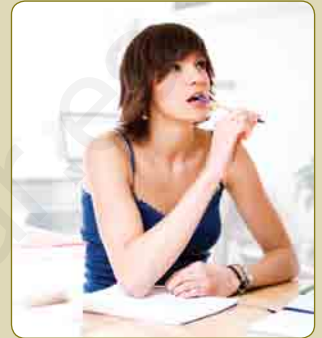
A = "Ser mujer" B = "No ser fumador" C = "Ser hombre fumador" D = "Ser mujer no fumadora"

- Extraemos una carta de una baraja española. Calcula la probabilidad de los sucesos:

A = "Ser de oros" B = "Ser una figura" C = "Ser un as o una figura" D = "Ser de copas o una figura"
- Calcula la probabilidad de un suceso A, sabiendo que se cumple: $10 \cdot P(A) + 5 \cdot P(\bar{A}) = 7$.
- En una guardería hay 10 niñas y 12 niños, de los cuales 6 niñas saben andar y 5 niños no saben andar. Calcula la probabilidad de que, elegido uno al azar, sea niña y no sepa andar.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PARA AMPLIAR

- Sea el experimento aleatorio consistente en la extracción de una carta de una baraja española. Sean los sucesos:
 $A = \text{"Salir una sota"}$ $B = \text{"Salir una figura"}$ $C = \text{"Salir una copa"}$
 Interpreta e indica el número de elementos que tienen los sucesos.
- En el experimento aleatorio que consiste en extraer una pelota de una caja compuesta por 12 pelotas numeradas del 1 al 12, halla la probabilidad de los siguientes sucesos:
 $A = \text{"Obtener una pelota cuyo número sea mayor que 9"}$
 $B = \text{"Obtener una pelota cuyo número sea múltiplo de 4"}$
- Paloma es muy desordenada. Tiene encima de su mesa de estudio 15 libros de texto de las siguientes asignaturas: 3 de lengua, 5 de matemáticas, 3 de inglés, 1 de biología, 1 de plástica y 2 de tecnología. Escogemos un libro al azar. Calcula la probabilidad de los sucesos siguientes:
 $A = \text{"Ser de lengua"}$
 $B = \text{"Ser de biología o tecnología"}$
 $C = \text{"Ser de plástica o matemáticas"}$
 $D = \text{"No ser de tecnología ni de biología"}$
- De una baraja española extraemos una carta al azar. Tenemos los sucesos siguientes:
 $A = \text{"Salir un rey"}$ $B = \text{"Salir un as"}$ $C = \text{"Salir un caballo"}$ $D = \text{"Salir un 4"}$
 Calcula: a) $P(A \cup C)$ b) $P(A \cup B)$ c) $P(C \cup D)$ d) $P(C \cap D)$ e) $P(C \cap A)$ f) $P(A \cap B)$
- En una guardería hay 18 niños y 14 niñas. La mitad de los niños y la mitad de las niñas tienen el pelo negro y las otras mitades tienen el pelo rubio. ¿Cuál es la probabilidad de que, elegido un alumno de la guardería al azar, sea niño o tenga el pelo rubio?
- Un dado para hacer quinielas lleva en sus caras dos veces el 1, dos veces el X y dos veces el 2. Calcula la probabilidad de que, al lanzar el dado, aparezca una X.
- En el lanzamiento de un dado, sean los sucesos siguientes:
 $A = \text{"Obtener un número impar"}$ $B = \text{"Obtener un número primo menor que 5"}$
 Calcula $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$, $P(\bar{A})$ y $P(\bar{B})$.
- Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ y $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$. Calcula: a) $P(A \cup B)$ b) $P(\bar{A})$ c) $P(\bar{B})$ d) $P(\overline{A \cap B})$
- En una reunión hay 80 personas distribuidas según la siguiente tabla. Completa la tabla y calcula la probabilidad de los sucesos:
 $A = \text{"Ser hombre"}$ $B = \text{"No ser mujer pensionista"}$ $C = \text{"Ser pensionista"}$



	Pensionistas	No pensionistas
Hombres	10	
Mujeres	15	30

VOCABULARIO

- Experimento aleatorio
- Espacio muestral
- Suceso seguro
- Suceso contrario
- Suceso imposable
- Suceso elemental
- Suceso compuesto
- Sucesos compatibles
- Sucesos incompatibles
- Unión de sucesos
- Intersección de sucesos
- Sucesos equiprobables
- Probabilidad
- Frecuencia relativa
- Regla de Laplace

REPASAMOS

MAPA CONCEPTUAL

EXPERIMENTOS O FENÓMENOS

DETERMINISTA

Se puede predecir su resultado

ALEATORIO

Es una prueba controlada de la que sabemos sus posibles resultados sin que se pueda predecir cuál se dará. Ejemplo: "Lanzar un dado".

ESPACIO MUESTRAL

Conjunto de los resultados posibles del experimento aleatorio.

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

SUCESOS

Subconjuntos del espacio muestral.

A = "Salir un número par" = {2, 4, 6}

B = "Salir un número mayor que 3" = {4, 5, 6}

TIPOS DE SUCESOS

- Suceso elemental: {3}
- Suceso compuesto: {1, 2}
- Suceso seguro: E
- Suceso imposible: \emptyset

- Sucesos incompatibles: $A \cap B = \emptyset$
- Sucesos equiprobables: misma probabilidad

PROBABILIDAD

Es un número asociado al suceso: $P(A)$
Se cumple que: a) $P(E) = 1$ b) $P(\emptyset) = 0$ c) $0 \leq P(A) \leq 1$

REGLA DE LAPLACE

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables a A}}{\text{número de casos posibles}}$$

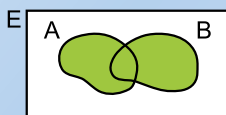
$$P(A) = \frac{3}{6} \quad \text{y} \quad P(B) = \frac{3}{6}$$

- $P(A) = 1 - P(\bar{A})$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ si A y B son sucesos incompatibles
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ si A y B son sucesos compatibles

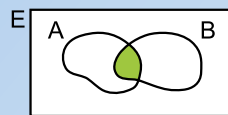
$$\text{Ejemplo: } P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$$

OPERACIONES

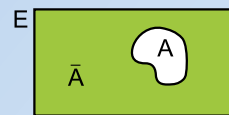
- **UNIÓN:** cuando se verifica A o B. $A \cup B$
- **INTERSECCIÓN:** cuando se verifican A y B. $A \cap B$
- El **CONTRARIO** de A es \bar{A} ; sucede cuando no se verifica A.



$A \cup B$ (unión)



$A \cap B$ (intersección)



A, \bar{A} (contrario)

AUTOEVALUACIÓN

DE CONCEPTOS

1. En un comedor preparan durante los 22 días lectivos de un mes los siguientes platos: 7 días arroz, 6 días pasta, 5 días legumbres y los demás días verdura.

Calcula la probabilidad de que, al ir un día al azar al comedor:

- Preparen legumbres o verdura.
- No preparen arroz.
- Preparen arroz y verdura.



2. En una bolsa hay 12 bolas numeradas del 1 al 12. Extraemos una bola al azar. ¿Qué probabilidad existe de que sea un número...?

- Mayor o igual que 3 y menor que 9.
- Impar y múltiplo de 3.
- Par y múltiplo de 4.

3. En el lanzamiento de un dado, sean los sucesos:

A = "Obtener un número impar"

B = "Obtener un número primo menor que 5"

Calcula: $P(A)$, $P(B)$, $P(\bar{A})$, $P(\bar{B})$, $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$.

¿Son sucesos incompatibles?

4. Sean $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ y $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$. Calcula $P(A \cup B)$.

5. Extraemos una carta de una baraja española. Sean los sucesos:

A = "Ser oros"

B = "Ser una figura"

C = "Ser copas o figura"

D = "Ser copas y figura"

- Calcula la probabilidad de cada suceso.
- Interpreta los sucesos contrarios y calcula sus probabilidades.
- ¿Son A y B incompatibles?

6. En una clase hay 28 niñas y 12 niños, de los cuales hay 10 niños con gafas y 20 niñas sin gafas. Calcula la probabilidad que tiene un alumno elegido al azar de:

- Ser niño y no llevar gafas.
- Ser una chica con gafas.
- Tener gafas.

7. En una clase de 4º de ESO hay 15 personas, de las cuales 9 son chicos, y sabemos que 12 personas tienen móvil. Completa la tabla siguiente, sabiendo que la probabilidad de ser chica y no tener móvil es $\frac{1}{5}$.

	Tiene móvil	No tiene móvil
Hombres		
Mujeres		

Escogemos una persona al azar.

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea un chico con móvil?



DE COMPETENCIAS

- Inventa un experimento aleatorio e indica dos sucesos compatibles y dos incompatibles.
- Haced grupos en clase para escribir un problema de probabilidad con tablas (como en el ejercicio 7 de esta hoja). Luego proponed que lo resuelva otro grupo.
- Realizad un experimento en común lanzando monedas para comprobar la regla de Laplace.
- Dibuja diagramas de Venn, escribe números del 1 al 10 en sus uniones e intersecciones y pregunta a tus compañeros los elementos que se encuentran en la unión, la intersección y el contrario.

