

EXAMEN DE MATEMÁTICAS 1º BAC CC SS BLOQUE 1/2 : ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

NOMBRE Calificación

EJERCICIO 1 Efectúa las siguientes operaciones y simplifica el resultado :

a) $(x^3 \cdot \sqrt[4]{x\sqrt{x}})^2$

$$\text{b) } \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-\sqrt{5}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

EJERCICIO 2

- a) Sabiendo que $\log m = 2,4$ y que $\log k = 0,8$, calcula el valor de $\log \sqrt[7]{\frac{1000m}{k^5}}$

b) Halla el valor de x si $\log x = 1 - 2\log 3 + 3\log 2 - \log 4$

EJERCICIO 3 Alberto pide prestado 2000 € a un usurero que cobra un interés del 24% anual. Acuerdan que el pago se realizará mediante cinco cuotas mensuales. Deduza, el importe de la cuota mensual SIN UTILIZAR fórmulas de aritmética mercantil.

EJERCICIO 4 Ingreso 500 € al 6% anual con periodos de capitalización trimestrales. ¿Cuántos años han de pasar para doblar el capital inicial?

EJERCICIO 5

- a) Factoriza el polinomio $4x^4 - 16x^3 + 23x^2 - 14x + 3$

b) Simplifica la expresión $\frac{(2x-5)^5(x^2+1)^6-(2x-5)^6(x^2+1)^5}{(2x-5)^5(x^2+1)^6+(2x-5)^6(x^2+1)^5}$

c) Opera y simplifica: $\frac{6x+3}{x^2-1} : \left(\frac{2}{x+1} + \frac{2}{x-1}\right)$

d) Desarrolla y simplifica la expresión $\left(\frac{2}{x} + \frac{x^3}{2}\right)^4$

SOLUCIÓN

EJERCICIO 1

a)
$$\left(x^3 \cdot \sqrt[4]{x\sqrt{x}} \right)^2 = \left(x^3 \cdot \left(x \cdot x^{1/2} \right)^{1/4} \right)^2 = \left(x^3 \cdot \left(x^{3/2} \right)^{1/4} \right)^2 = \left(x^3 \cdot x^{3/8} \right)^2 = \left(x^{27/8} \right)^2 = x^{54/8} = x^{27/4} = \sqrt[4]{x^{27}}$$

b) Comenzamos por racionalizar

$$\frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{2} \cdot (3\sqrt{2}+\sqrt{5})}{(3\sqrt{2}-\sqrt{5})(3\sqrt{2}+\sqrt{5})} = \frac{(3\sqrt{2})^2 + 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}{(3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{18+3\sqrt{10}}{13}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$$

$$\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{5}}{3\sqrt{2}-\sqrt{5}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{18+3\sqrt{10}}{13} + \frac{2\sqrt{10}}{5} = \frac{90+15\sqrt{10}+26\sqrt{10}}{65} = \frac{90+41\sqrt{10}}{65}$$

EJERCICIO 2

a)
$$\log \sqrt[7]{\frac{1000m}{k^5}} = \log \left(\frac{1000m}{k^5} \right)^{1/7} = \frac{1}{7} \cdot \log \frac{1000m}{k^5} = \frac{1}{7} (\log 1000m - \log k^5)$$

$$\frac{1}{7} (\log 1000 + \log m - 5 \log k) = \frac{1}{7} \cdot (3 + 2,4 - 5 \cdot 0,8) = 0,2$$

b)
$$\log x = \log 10 - \log 3^2 + \log 2^3 - \log 4 = \log \frac{10}{9} + \log \frac{8}{4} = \log \left(\frac{10}{9} \cdot 2 \right) = \log \frac{20}{9}$$

de donde $x = \frac{20}{9}$.

EJERCICIO 3 24% anual equivale a 2% mensual luego IV = 1,02

Punto vista usurero:

$$2000 \quad \underbrace{\text{cuota1}} \quad \underbrace{\text{cuota2}} \quad \underbrace{\text{cuota3}} \quad \underbrace{\text{cuota 4}} \quad \underbrace{\text{cuota 5}}$$

Alberto le debería al final $2000 \cdot (1,02)^5 = 2208,16$

Punto vista Alberto:

Mirando el esquema, si m es la cuota mensual, la primera cuota producirá intereses durante cuatro meses, la segunda, durante tres, la tercera durante dos, etc. Así pues, al final del periodo el usurero deberá a Alberto:

$$(1,02)^4 m + (1,02)^3 m + (1,02)^2 m + 1,02m + m = 1,082m + 1,061m + 1.040m + 1.02m + m = 5,203 m$$

Conciliamos los puntos de vista : $2208,16 = 5,203m$ luego $m = 424,40$ euros.

EJERCICIO 4

Como los periodos son trimestrales, $6/4\% = 1,5\%$ luego $IV = 1,015$. Si n es el número de años: $1000 = 500 (1,015)^{4n}$. Resolvemos: $2 = 1,015^{4n}$; $\log 2 = \log 1,015^{4n}$;

$\log 2 = 4n \cdot \log 1,015$; $0,3 = 4n \cdot 0,0065$; $0,3 = 0,026n$; $n = 11,5$ años aprox

EJERCICIO 5

$$a) \quad 4 \quad -16 \quad 23 \quad -14 \quad 3 \quad 4x^2 - 8x + 3 = 0$$

$$1 \quad \underline{4 \quad -12 \quad 11 \quad -3} \quad x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 48}}{8} = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{8} = \frac{8 \pm 4}{8} = \frac{3}{2} \text{ y } \frac{1}{2}$$

$$4 \quad -12 \quad 11 \quad -3 \quad 0 \quad 4(x - 1)^2 \cdot (x - \frac{3}{2}) \cdot (x - \frac{1}{2})$$

$$1 \quad \underline{4 \quad -8 \quad 3} \\ 4 \quad -8 \quad 3 \quad 0$$

$$b) \quad A = 2x - 5 \quad B = x^2 + 1$$

$$\frac{A^5B^6 - A^6B^5}{A^5B^6 + A^6B^5} = \frac{A^5B^5(B-A)}{A^5B^5(B+A)} = \frac{(B-A)}{(B+A)} = \frac{x^2 + 1 - 2x + 5}{x^2 + 1 + 2x - 5} = \frac{x^2 - 2x + 6}{x^2 + 2x - 4}$$

$$c) \quad \frac{6x+3}{x^2-1} : \left(\frac{2}{x+1} + \frac{2}{x-1} \right) = \frac{6x+3}{x^2-1} : \left(\frac{2(x-1)}{x^2-1} + \frac{2(x+1)}{x^2-1} \right) = \frac{6x+3}{x^2-1} : \frac{4x}{x^2-1} = \\ \frac{(6x+3)(x^2-1)}{4x(x^2-1)} = \frac{6x+3}{4x}$$

$$d) \quad \left(\frac{2}{x} + \frac{x^3}{2} \right)^4 = 1 \cdot \left(\frac{2}{x} \right)^4 + 4 \cdot \left(\frac{2}{x} \right)^3 \cdot \left(\frac{x^3}{2} \right)^1 + 6 \cdot \left(\frac{2}{x} \right)^2 \cdot \left(\frac{x^3}{2} \right)^2 + \\ 4 \cdot \left(\frac{2}{x} \right)^1 \cdot \left(\frac{x^3}{2} \right)^3 + 1 \cdot \left(\frac{x^3}{2} \right)^4 =$$

$$= \frac{16}{x^4} + 16 + 6x^4 + x^8 + \frac{x^{12}}{16}$$