Nombre: ____ Curso:______

1. Dados los vectores $\vec{u}$ $(3,-4)$ y $\vec{v}$ $(5,6)$, calcular: (2 puntos)

   a) El ángulo que forman.
   b) Un vector en la dirección y sentido de $\vec{u}$.
   c) Un vector en la dirección y sentido de $\vec{u}$ de módulo 15.
   d) ¿Son $\vec{u}$ y $\vec{v}$ ortogonales?. En caso contrario, buscar un vector cualquiera ortogonal a $\vec{u}$.

2. Dados los vectores $\vec{u}$ $(3,-4)$ y $\vec{v}$ $(-2,3)$, se pide: (1,5 puntos)

   a) Razonar que puede formar una base de V^2.
   b) Obtener analíticamente las coordenadas de $\vec{w}$ $(-12,1)$ en la base anterior.

3. De los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ conocemos y el ángulo que forman, °. Hallar (1,5 puntos)

4. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(3,2) y B(1,-4) en todas las formas posibles. Dibujarla y calcula, además, su pendiente y tres puntos de la recta distintos de los anteriores. (1,75 puntos)

5. Sean $r \equiv x + 3y - 4 = 0$ y $s \equiv x + 2y - 5 = 0$, estudia analíticamente la posición relativa de las dos rectas. Demuestra el resultado anterior gráficamente y calcula, además, el ángulo que forman. (1,75 puntos)

6. A) Hallar k para que los puntos A(1,7), B(-3,4) y C(k,5) estén alineados. (0,75 puntos)

   B) Halla el punto medio del segmento Y el punto simétrico de A respecto de B. (0,75 puntos)

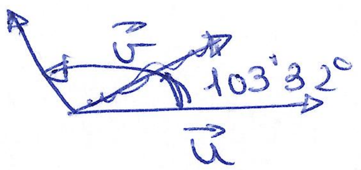
1) $\vec{u} = (3,-4)$ y $\vec{v} = (5,6)$

a) α??

$$\cos\alpha = \cos\widehat{\vec{u},\vec{v}} = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\,|\vec{v}|} = \frac{3.5-4.6}{5.\sqrt{61}} = \frac{-9}{5\sqrt{61}}$$

$|\vec{u}| = \sqrt{3^2+(-4)^2} = \sqrt{25} = 5\,u$

$|\vec{v}| = \sqrt{5^2+6^2} = \sqrt{61}\,u$



b) $\vec{w}_1 = (6,-8)$

c) $\vec{w}_2 = (3\lambda, -4\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Como $|\vec{w}_2| = 15 \Rightarrow \sqrt{(3\lambda)^2+(-4\lambda)^2} = 15$; $9\lambda^2+16\lambda^2 = 225$;

$25\lambda^2 = 225$; $\lambda^2 = \frac{225}{25} = 9$; $\boxed{\lambda = \pm 3}$

$\lambda = -3$ NO PUEDE SER PORQUE CAMBIARÍA EL SENTIDO de $\vec{u}$. Así si $\lambda = 3$ es $\vec{w}_2 = (3.3, -4.3)$

$\boxed{\vec{w}_2 = (9,-12)}$

d) $\vec{u}\cdot\vec{v} = 15-24 = -9 \neq 0 \Rightarrow \vec{u}$ y $\vec{v}$ NO SON ORTOGONALES

$\boxed{\vec{w}_3 = (4,3)}$

(2) a) Como $\vec{u}=(3,-4)$ y $\vec{v}=(-2,3)$ No son PROPORCIONALES entonces son dos vectores linealmente independientes luego pueden formar BASE en V^2.

b) $\vec{w}=(-12,1)$ y $B=\{\vec{u},\vec{v}\}$

$\vec{w}=a\vec{u}+b\vec{v}$ y $\vec{w}=(a,b)$ tiene coordenadas a y b con respecto a la base B.

$(-12,1)=a(3,-4)+b(-2,3)$;

$$\begin{cases} -12=3a-2b \\ 1=-4a+3b \end{cases} \rightarrow \boxed{\begin{array}{c} a=-34 \\ b=-45 \end{array}}$$

$$\boxed{\vec{w}=(-34,-45) \text{ en } B=\{\vec{u},\vec{v}\}}$$

(3) $|\vec{a}|=2$

$|\vec{b}|=5$ $\rightarrow \vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|\,|\vec{a}|\cos 0° \Rightarrow |\vec{a}|^2=\vec{a}\cdot\vec{a}$

Teniendo en cuenta lo anterior se tiene que:

$|\vec{a}+\vec{b}|^2=(\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}+\vec{b})=\vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos 60°=2\cdot 5\cdot\frac{1}{2}=5$ sustituyendo

$|\vec{a}+\vec{b}|^2=2^2+2\cdot 5+5^2=4+10+25=39$

$$\boxed{|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{39}\ u}$$

$|\vec{a}-\vec{b}|^2=(\vec{a}-\vec{b})(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}\cdot\vec{a}-\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{b}\vec{a}-\vec{b}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

$|\vec{a}-\vec{b}|^2=2^2-2\cdot 5+5^2=4-10+25=19$

$$\boxed{|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{19}\ u}$$

6) a) $\boxed{\vec{AB} = \lambda \cdot \vec{BC}}$ para que estén alineados

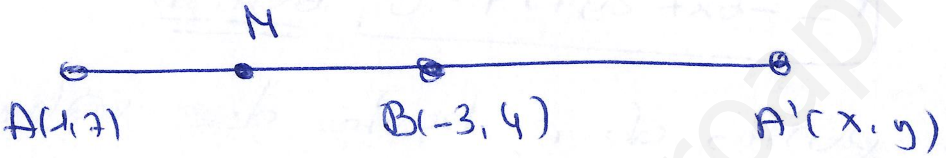
$\vec{AB} = (-4,-3)$

$\vec{BC} = (k+3, 1)$ $\Rightarrow \dfrac{-4}{k+3} = -\dfrac{3}{1} \to -4 = -3k-9;$

$$\boxed{k = \frac{-5}{3}}$$

Si $k = \frac{-5}{3} \Rightarrow$ los tres puntos están alineados

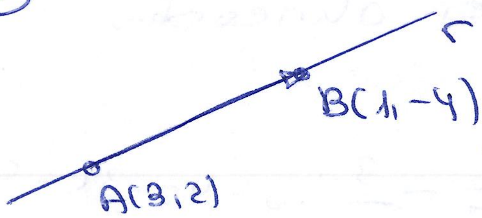
b) $M = \dfrac{A+B}{2} = \left(\dfrac{-2}{2}, \dfrac{11}{2}\right) = (-1, 5'5)$



$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{1+x}{2} = -3 \to x = -7 \\ \dfrac{7+y}{2} = 4 \to y = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{A'(-7,1)}$$

SIMÉTRICO DE A RESPECTO DE B

4)



$A(3,2)$
$B(1,-4)$ $\quad \overrightarrow{AB}=(-2,-6)$

$$\boxed{r \equiv \begin{cases} x = 3-2\lambda \\ y = 2-6\lambda \end{cases},\ \lambda \in \mathbb{R}}$$ Paramétrica

$$\boxed{r \equiv \frac{x-3}{-2} = \frac{y-2}{-6}}$$ Continua

$r \equiv -6x+18 = -2y+4 \Rightarrow -2y = -6x+14;$

$$\boxed{y = 3x-7}$$ Implícita

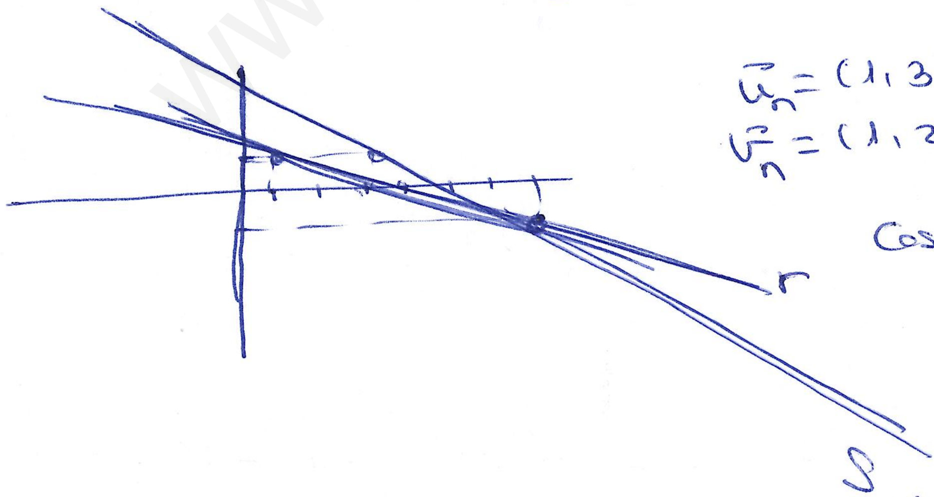
$y = mx+n \Rightarrow \boxed{m=3}$ Pendiente

$$\boxed{r \equiv -6x+2y+14=0}$$ General

Para calcular puntos de r basta dar valores a λ en la paramétrica.

5) Resuelvo el sistema $\begin{matrix} r \\ s \end{matrix} \begin{cases} x+3y=4 \\ x+2y=5 \end{cases} \rightarrow \boxed{\begin{matrix} y=-1 \\ x=7 \end{matrix}}$

Son secantes y se cortan en $\boxed{P(7,-1)}$.



$\vec{u}_n = (1,3)$
$\vec{v}_n = (1,2)$

$\cos \widehat{\vec{u},\vec{v}} = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|} =$

$$\cos \widehat{\vec{u},\vec{v}} = \frac{1+3\cdot 2}{\sqrt{1^2+3^2}\cdot\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{7}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}} \rightarrow \boxed{\widehat{\vec{u},\vec{v}} = 8^{\circ}}$$