

# Funciones - Dominio

**1.-** Halla el dominio de definición de las siguientes funciones polinómicas y racionales:

- |                                       |  |   |
|---------------------------------------|--|---|
| <b>a)</b> $f(x) = 2x + 1$             | <b>i)</b> $f(x) = \frac{7}{x^2 - 5}$       | <b>p)</b> $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$             |
| <b>b)</b> $f(x) = x^3 - x - 8$        | <b>j)</b> $f(x) = \frac{1}{x^3 + 1}$       | <b>q)</b> $f(x) = \frac{x + 13}{x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x}$           |
| <b>c)</b> $f(x) = x^2 + x + 1$        | <b>k)</b> $f(x) = \frac{1}{x^4 - 1}$       | <b>r)</b> $f(x) = \frac{x^7 - 2}{x^2 - 3x + 4}$                   |
| <b>d)</b> $f(x) = x^9 - 6x^4 + 9$     | <b>l)</b> $f(x) = \frac{7x + 9}{x^3 + 8}$  | <b>s)</b> $f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 4x + 8}{x^3 - x^2 - 9x + 9}$ |
| <b>e)</b> $f(x) = x^5 - 2x + 6$       | <b>m)</b> $f(x) = \frac{3}{2 - x^2}$       | <b>t)</b> $f(x) = \frac{7x + 9}{81x^4 - 16}$                      |
| <b>f)</b> $f(x) = (x - 1)^3$          | <b>n)</b> $f(x) = \frac{7x + 9}{x^4 + 16}$ | <b>u)</b> $f(x) = \frac{x}{x^6 - 7x^3 - 8}$                       |
| <b>g)</b> $f(x) = \frac{1}{7 - 3x}$   | <b>ñ)</b> $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 4}$   | <b>v)</b> $f(x) = \frac{x - 1}{x^4 - 3x^2 - 4}$                   |
| <b>h)</b> $f(x) = \frac{1}{4x^2 - 1}$ | <b>o)</b> $f(x) = \frac{2 - x}{(x + 1)^5}$ | <b>w)</b> $f(x) = \frac{5x^3 - 8}{1 + x + x^2}$                   |

Sol : a)...f)ℝ; g)ℝ - {7 / 3}; h)ℝ - {±1 / 2}; i)ℝ - {±√5}; j)ℝ - {-1}; k)ℝ - {±1}; l)ℝ - {-2}; m)ℝ - {±√2}; n)ℝ; ñ)ℝ; o)ℝ - {-1}; p)ℝ - {-2, -1, 1}; q)ℝ - {0, -1, ±√3}; r)ℝ - {-1, 4}; s)ℝ - {1, -3, 3}; t)ℝ - {±2 / 3}; u)ℝ - {-1, 2}; v)ℝ - {±2}; w)ℝ

**2.-** Halla el dominio de definición de las siguientes funciones irracionales:

- |  |   |  |
|--|---|--|
| <b>a)</b> $f(x) = 6x - 2\sqrt{x} + 8$              | <b>l)</b> $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 5x - 3}$                  | <b>v)</b> $f(x) = -4 + \sqrt{x - 1}$                           |
| <b>b)</b> $f(x) = \sqrt{2 + x} - \sqrt{3 - x}$     | <b>m)</b> $f(x) = \sqrt{3x - x^2 + 4}$                    | <b>w)</b> $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$                               |
| <b>c)</b> $f(x) = \sqrt{\frac{x + 3}{x - 2}}$      | <b>n)</b> $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$                     | <b>x)</b> $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x - 1}}$                    |
| <b>d)</b> $f(x) = \sqrt[3]{4 - 2x}$                | <b>ñ)</b> $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$                  | <b>y)</b> $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}}$        |
| <b>e)</b> $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4 - 2x}}$         | <b>o)</b> $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 1}$                      | <b>z)</b> $f(x) = \sqrt{\frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}}$           |
| <b>f)</b> $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{4 - 2x}}$      | <b>p)</b> $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x^2 - 1}}$            | <b>α)</b> $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{x^3 - 5x}}$                |
| <b>g)</b> $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 5x + 4}$          | <b>q)</b> $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{9 - x^2}}$            | <b>β)</b> $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^6 - 5x + 1}{x^2 - 4x + 4}}$ |
| <b>h)</b> $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$             | <b>r)</b> $f(x) = \sqrt{\frac{x - 1}{x}}$                 | <b>γ)</b> $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x(x + 7)}{x^2 + 5x + 6}}$     |
| <b>i)</b> $f(x) = \frac{\sqrt{x + 1}}{x - 4}$      | <b>s)</b> $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 2x}$        | <b>δ)</b> $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{x^4 - 1}}$         |
| <b>j)</b> $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^3 + 27}$ | <b>t)</b> $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt[3]{x - 6}}$ | <b>ε)</b> $f(x) = \frac{2x + 7}{\sqrt[3]{9 - x}}$              |
| <b>k)</b> $f(x) = \frac{2x + 7}{\sqrt[6]{9 - x}}$  | <b>u)</b> $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x - 1}{x}}$              | <b>φ)</b> $f(x) = (x - 2) \cdot \sqrt{\frac{1 + x}{1 - x}}$    |

Sol : a)[0, +∞); b)[-2, 3]; c)(-∞, -3] ∪ (2, +∞); d)ℝ; e)(-∞, 2); f)ℝ - {2}; g)(-∞, 1] ∪ [4, +∞); h)ℝ; i)[-1, 4] ∪ [4, +∞); j)(-∞, -3) ∪ (-3, -2] ∪ ([2, +∞); k)(-∞, 9); l)[1, 3 / 2]; m)[-1, 4]; n)ℝ<sup>+</sup>; ñ)ℝ<sup>+</sup>; o)ℝ; p)ℝ - {1}; q)(-3, 3); r)(-∞, 0) ∪ (1, +∞); s)(-∞, -2] ∪ (2, +∞); t)(-∞, -2) ∪ (2, 6) ∪ (6, +∞); u)ℝ<sup>+</sup>; v)[1, +∞); w)(-∞, 2]; x)(1, +∞); y)ℝ - {1, 2}; z)(1, 2); α)ℝ - {0, ±√5}; β)ℝ - {2}; γ)(-∞, -7] ∪ [0, +∞); δ)ℝ - {±1}; ε)ℝ - {9}; φ)[-1, 1]

3.- Halla el dominio de las siguientes funciones:

- |   |   |   |
|---|---|---|
| a) $f(x) = \ln(-3x + 2)$  | j) $f(x) = \log\left(\frac{x+7}{x}\right)$          | r) $f(x) = \frac{2^x}{2^x - 4}$             |
| b) $f(x) = \log\sqrt{-3x}$                                      | k) $f(x) = \frac{2x-9}{\log\sqrt{x+3}}$             | s) $f(x) = \sqrt{e^x - 1}$                  |
| c) $f(x) = \ln(5 - x^2)$  | l) $f(x) = 5^{x-2}$                                 | y) $f(x) = \sqrt[3]{e^x - 1}$               |
| d) $f(x) = \ln\sqrt[3]{x-1}$                                    | m) $f(x) = 5^{\sqrt{1-x}}$                          | u) $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{e^x - 2}$    |
| e) $f(x) = \ln(x^2 - 3x + 2)$                                   | n) $f(x) = 2^{\sqrt{x}-2}$                          | v) $f(x) = \frac{\ln(x+3)}{\sqrt{x^2 - 1}}$ |
| f) $f(x) = \log(x^2 - 3)$                                       | ñ) $f(x) = 2^{\sqrt{x-2}}$                          | w) $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$             |
| g) $f(x) = \log\left(\frac{-x^2 + x + 2}{x^2 + 2x - 15}\right)$ | o) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - 3x + 1}$ | x) $f(x) = \log\sqrt{9 - x^2}$              |
| h) $f(x) = \sqrt{\ln x - 1}$                                    | p) $f(x) = (2x - 5)^{9-x}$                          | y) $f(x) = \frac{\log(x+7)}{x}$             |
| i) $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x-3}}$                            | q) $f(x) = (3x - 5)^{\sqrt{4-x^2}}$                 | z) $f(x) = \frac{x}{\ln(x-1)}$              |

4.- Halla el dominio de las siguientes funciones:

- |  |   |  |
|--|---|--|
| a) $f(x) = 2 +  x - 3 $                  | f) $f(x) = \cos\left(\frac{2}{x^2 - 2}\right)$        | k) $f(x) = \frac{2x - 5}{\operatorname{sen} x}$        |
| b) $f(x) = \ln x - 1 $                   | g) $f(x) = \cos\left(\frac{2 + 7x^3}{x^2 + 9}\right)$ | l) $f(x) = \operatorname{sen}\sqrt{\frac{x}{x^3 - x}}$ |
| c) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{1 -  x }}$  | h) $f(x) = \frac{1 - x}{x^2 -  x }$                   | m) $f(x) = \cos\left(\frac{x}{x^3 - x}\right)$         |
| d) $f(x) = \left \frac{2}{x - 2}\right $ | i) $f(x) = \frac{1 - x}{ 4x  - x^2}$                  | n) $f(x) = \frac{1}{\ln x - 1 }$                       |
| e) $f(x) = \frac{1}{ \ln x - 1 }$        | j) $f(x) = \frac{2}{ x  - 2}$                         | ñ) $f(x) =  \ln x - 1 $                                |

5.- Dadas las siguientes funciones, efectúa las operaciones que se indican, indicando el dominio de la función resultante:

$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$	$g(x) = x^2 - 6$	$h(x) = \frac{6x}{x^2 - 4}$	$p(x) = \sqrt{x + 1}$	$j(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$
$k(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 1}$	$l(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$	$m(x) = x - 4$	$s(x) = \frac{3 - x}{x - 1}$	$r(x) = \frac{2x - 1}{x + 3}$

- |                |                |                |                |                |                |             |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| a) $f + g$     | d) $j + k$     | g) $j - r$     | j) $j - s$     | m) $h \cdot k$ | p) $j \cdot s$ | s) $k/s$    |
| b) $g/p$       | e) $g \circ m$ | h) $m \circ g$ | k) $f \circ m$ | n) $m \circ j$ | q) $p \circ r$ | t) $s^{-1}$ |
| c) $p \circ j$ | f) $s \circ p$ | i) $r \circ s$ | l) $m^{-1}$    | o) $j^{-1}$    | r) $r^{-1}$    | u) $g^{-1}$ |

6.- Comprueba si los siguientes puntos están en los dominios de cada función:

- a) Los puntos  $x=3$ ,  $x=2$  y  $x=-5$  en la función  $f(x) = \sqrt{x+1}$
- b) Los puntos  $x=3$ ,  $x=4$  y  $x=5$  en la función  $f(x) = \ln(x-4)$
- c) Los puntos  $x=2$ ,  $x=-2$  y  $x=0$  en la función  $f(x) = \frac{3x-6}{x+2}$

Sol: a) si,si,no; b) no,no,si; c) Si,no,si

7.- Estudia si los valores de la ordenada, y, están incluidos en los recorridos de estas funciones:

- a) Las ordenadas  $y=3$ ,  $y=2$  e  $y=-5$  en la función  $f(x) = \sqrt{3x-3}$
- b) Las ordenadas  $y=0$ ,  $y=30$  e  $y=-3$  en la función  $f(x) = x^2 - 5x + 6$
- c) Las ordenadas  $y=1$ ,  $y=13/6$  e  $y=-7$  en la función  $f(x) = \frac{2x-5}{x+2}$

Sol: a) si, si, no; b) y c) Todas sí.

8.- Sean las funciones:  $f(x) = 3x + 2$  y  $g(x) = \frac{x+3}{2x+1}$ , calcular: **a)**  $g \circ f$ ; **b)**  $f \circ g$

Sol:  $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x+2) = \frac{3x+5}{6x+5}$      $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{x+3}{2x+1}\right) = \frac{7x+11}{2x+1}$

9.- Dadas las funciones:  $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ ;  $g(x) = \frac{2x-1}{2x+1}$  y  $h(x) = \frac{1}{x}$ , calcular: **a)**  $g \circ f$ ; **b)**  $f \circ g$ ; **c)**  $h \circ g \circ f$ ; **d)**

$h \circ f \circ g$ ; **e)**  $f^{-1}$ ; **f)** Probar que  $f^{-1} \circ f = I$ ; **g)** Probar que:  $f \circ f^{-1} = I$

Sol: a)  $(g \circ f)(x) = \frac{3-2x}{2x+1}$ ; b)  $(f \circ g)(x) = \frac{2x+1}{2x-3}$ ; c)  $(h \circ g \circ f)(x) = \frac{2x+1}{3-2x}$ ; d)  $(h \circ f \circ g)(x) = \frac{2x-3}{2x+1}$

10.- Dadas las funciones:  $f(x) = \frac{x+2}{2x+1}$  y  $g(x) = \sqrt{x}$ , Calcular: **a)**  $g \circ f$ , **b)**  $f \circ g$ , **c)**  $f^{-1}$ , **d)** Probar que  $f^{-1} \circ f = I$

Sol: a)  $(g \circ f)(x) = \sqrt{\frac{x+2}{2x+1}}$ ; b)  $(f \circ g)(x) = \frac{2\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}+1}$ ; c)  $f^{-1}(x) = \frac{2-x}{2x-1}$

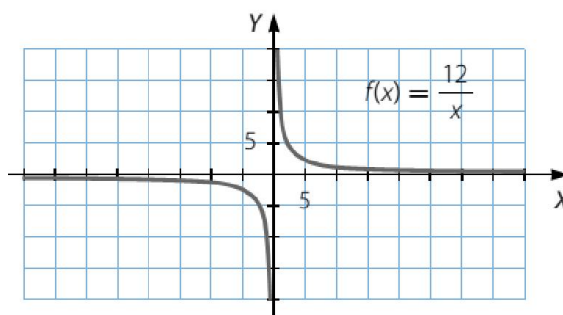
11.- Dadas las funciones:  $f(x) = \text{sen}^2 x$  y  $g(x) = \text{cot}^2 5x$ , calcular:

**a)**  $f \circ g$ , **b)**  $g \circ f$

Sol: a)  $(f \circ g)(x) = \text{sen}^2(\text{cot}^2(5x))$ ; b)  $(g \circ f)(x) = \text{cot}^2(5\text{sen}^2(x))$

12.- A partir de la gráfica de la derecha, obtén la gráfica de estas funciones:

a)  $g(x) = \frac{12}{x-2}$     b)  $h(x) = \frac{12}{x+4}$     c)  $i(x) = \frac{12}{x} + 1$     d)  $j(x) = -\frac{12}{x}$



13.- Comprueba con las funciones  $f(x) = \sqrt{x+1}$  y  $g(x) = 3x-2$  que la composición de funciones no es conmutativa. Calcula además el dominio de  $f \circ g$  y de  $g \circ f$ .

Sol: a)  $(f \circ g)(x) = \sqrt{3x-1}$ ;  $\text{Dom}(f \circ g) = \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$ ; b)  $(g \circ f)(x) = 3\sqrt{x+1} - 2$ ;  $\text{Dom}(g \circ f) = [-1, +\infty)$

14.- Determina  $f^{-1} \circ f$  y  $f \circ f^{-1}$  en los pares de funciones siguientes para comprobar si son inversas o no.

a)  $\begin{cases} f(x) = 3x-1 \\ f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x+1 \end{cases}$     b)  $\begin{cases} f(x) = 2^x \\ f^{-1}(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \end{cases}$     c)  $\begin{cases} f(x) = 2^x \\ f^{-1}(x) = \log_2 x \end{cases}$     d)  $\begin{cases} f(x) = \sin x \\ f^{-1}(x) = \text{arcsen } x \end{cases}$     e)  $\begin{cases} f(x) = x^2 + 1 \\ f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} \end{cases}$

Sol: a) No; b) No, c), d) y e) si lo son.

15.- Calcula la inversa de las siguientes funciones: a)  $y = 2x + 5$     b)  $y = \frac{3-x}{2}$     c)  $y = \sqrt[3]{2x-3}$

Sol: a)  $(x-5)/2$ ; b)  $3-2x$ ; c)  $(x^3+3)/2$

16.- Calcula las inversas de las siguientes funciones:  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$      $g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

Sol:  $f^{-1}(x) = \ln(x - \sqrt{x^2 + 1})$ ;  $g^{-1}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

17.- Si la función definida por  $f(x) = \frac{cx}{2x+3}$ , con  $x \neq -\frac{3}{2}$  verifica que  $f(f(x)) = x$ , ¿cuánto vale c?

Sol:  $c = -3$ .

18.- Dibuja funciones que cumplan las siguientes propiedades:

- a) Su dominio y su recorrido son todos los números reales
- b) Su dominio es  $\mathbb{R} - \{1\}$
- c) Es creciente y su dominio es  $\mathbb{R} - \{-1, 2\}$
- d) Es logarítmica y su dominio es  $(3, +\infty)$
- e) Es logarítmica y su dominio es  $(-\infty, -2)$
- f) Es Exponencial y su dominio es  $\mathbb{R}^*$

19.- Explica cómo se pueden obtener por composición las funciones  $p(x)$  y  $q(x)$  a partir de  $f(x)$  y  $g(x)$ , siendo:

$$f(x) = 2x - 3 \quad g(x) = \sqrt{x - 2} \quad p(x) = 2\sqrt{x - 2} - 3 \quad q(x) = \sqrt{2x - 5}$$

Sol:  $p(x) = (f \circ g)(x)$        $q(x) = (g \circ f)(x)$

20.- Sabiendo que:  $f(x) = 3x^2$  y  $g(x) = \frac{1}{x+2}$ , explica cómo se pueden obtener por composición, y a partir de

ellas, las siguientes funciones:  $p(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$        $q(x) = \frac{1}{3x^2 + 2}$

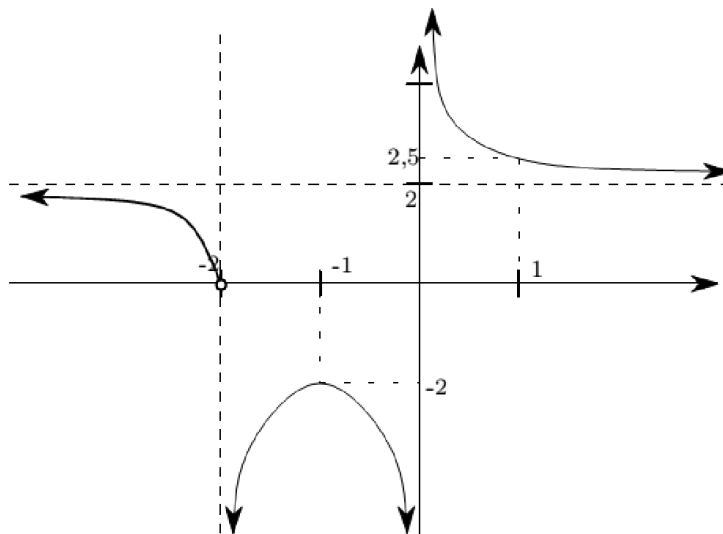
Sol:  $p(x) = (f \circ g)(x)$        $q(x) = (g \circ f)(x)$

21.- Escribe la función  $v(x) = \sqrt{x+4}$  como la composición de dos funciones.

22.- Escribe la función  $w(x) = x^2 + 4x + 4$  como la composición de dos funciones.

23.- Escribe la función  $s(x) = x^2 + 3x + 2$  como **a)** el producto de dos funciones; **b)** la suma de dos funciones.

24.- En la siguiente gráfica, calcula los siguientes límites:



(a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

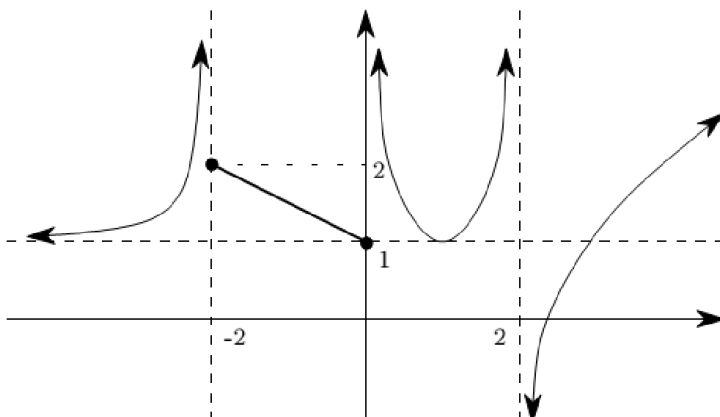
(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Sol: a) 2; b) 0 y  $-\infty$ ; c) 2; d)  $-\infty$  y  $+\infty$ ; f) 2

25.- Calcula los límites:



(a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Sol: a) 1; b)  $+\infty$ ; c) 1 y  $+\infty$ ; d)  $+\infty$  y  $-\infty$ ; e)  $+\infty$

26.- Calcula los límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 6}{5x - 1}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x - 1}}$

c)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \text{Sen}(x - a)$

d)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \text{Cos } 3x$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - \sqrt{16 + x}}{x}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{\frac{25 - (x + 1)^2}{5 + (x + 1)}}$

g)  $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt[3]{x + 4}$

h)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x - 1}$

i)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \text{Sen } 2x + \text{Cos } 2x$

Sol: a) 4/9; b) -1 c) 2 d)  $\sqrt{5}$  e) N.E. f) 0 g) 0; h) Cosa i) -1 0) 72

27.- Calcula los límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 4x}{-5x - 2x^3}$

i)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{7 + x} - 3}$

p)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x^2 - 4}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + 3x + 2}$

j)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sqrt{1 - x} - 1}$

q)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (8x - \sqrt{16x^2 - 3x})$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 8}{2x^2 - 5}$

k)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^3 + x^2 - 2x}$

r)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^3 + 4x^2 + x - 6}$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x + 1}{\sqrt{x^6 + 1}}$

l)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + 4x - 3}$

s)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - ax}{x^2 + ax - 2a^2}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x}{x - 1}$

m)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x + 3} - 2}$

t)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + x^2}{2 - \sqrt{x + 4}}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 4x^2 + 4x - 1}$

n)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 + 5}{x^3 + x - 3}$

u)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^3 + 1}{x^2} - \frac{x^4 + x + 1}{x^3 + x} \right)$

g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}{x}$

ñ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x} - 2x)$

v)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 5} - (2x - 3))$

h)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + 4} - \sqrt{x - 4})$

o)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2x}{\sqrt{1 + x^2}}$

w)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 4x + 2} - \sqrt{4x^2 - 5x + 2})$

Sol: a) -1/2; b) 0; c) 1/2; d) 0; e) No existe; f) -2; g) 1; h) 0; i) 24; j) -10; k) 2; l) 13/7; m) 8; n) -7; ñ) 1/4; o) 2; p)  $\frac{\sqrt{2}}{16}$ ; q) +∞; r) 1/6; s) 1/3; t) -4; u) 0; v) 3; w) 9/4.

28.- Calcula los límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sqrt{1 - x} - 1}$

g)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x)$

m)  $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 1)^{\frac{3}{x-2}}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^4 - 3x}{1 - 3x^3}$

h)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{10x - 3}{5x + 3} \right)^{\frac{-x^2 + 3}{2x}}$

n)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{3}{x-1}}$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1}}$

i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 9} - 3}{\sqrt{x + 16} - 4}$

ñ)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{5x - 2}{4x + 3} \right)^{2x}$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{-27x^2 + 1}{2 + x^2}}$

j)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x - 3}{2x - 5} \right)^{\frac{x^2 + 1}{x^2 - 4x + 4}}$

o)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + 3x}{2x^2 - 5} \right)^{2x + 1}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 1} - 2}{x - 3}$

k)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 3}{3x - 1} \right)^{\frac{4x + 1}{x}}$

p)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 8} \right)^{\frac{x^2}{2}}$

f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 5})$

l)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 3}{2x - 1} \right)^{\frac{3x^2}{x-1}}$

q)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4x + 7}{4x - 5} \right)^{\frac{x^2}{x-1}}$

Sol: a) -10; b) +∞; c)  $\sqrt{2} - 1$ ; d) -3; e) 1/4; f) 0; g) -1; h) 0; i) 4/3; j) 4/9; k) 16/81; l)  $e^6$ ; m)  $e^3$ ; n)  $e^{3/2}$ ; ñ)  $e^{-2}$ ; o)  $e^3$ ; p)  $e^{9/2}$ ; q)  $e^3$

29.- Determinar el valor de a para que:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+a} - \sqrt{x})$

Sol: a=4

30.- Calcular:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+a} - \sqrt{x})$

Sol: a/2

31.- Calcular el límite de la función  $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$ , en el punto 0, en el punto 1 y en  $+\infty$

Sol: a) 1/; b) 1-cos1; c) 0

32.- Calcular el siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x+3}{2x-1} \right)^x$

Sol:  $e^2$

33.- Calcular el valor de la constante c para que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+3}{x} \right)^{cx} = e$

Sol: c=1/3

34.- Estudiar en el cuerpo real la continuidad de la función definida por:  $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ e^x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

Sol: Así que la función f(x) es una función continua en  $\mathbb{R} - \{0\}$ , donde presenta una discontinuidad de salto.

35.- Determinar a y b para que la función definida por  $f(x) = \begin{cases} ae^{\frac{\sin^2 x}{x}} + b \cos x & \text{si } x \leq 0 \\ 3a \frac{\sin x}{x} + b(x-1) & \text{si } x > 0 \end{cases}$  sea continua.

Sol: No existen a y b, porque en x=0 no está definida.

36.- Probar que la función definida por  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 + 7x - 8}$  no es continua en x=1. Indicar que tipo de discontinuidad presenta.

Sol: La función no está definida en x=1, por tanto no es continua, presenta una discontinuidad de segunda especie, llamada d. asintótica.