

1.- Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función  $f(x) = (x-1)e^x$

Sol:  $f(x)$  es decreciente en  $]-\infty, 0]$  es creciente en  $[0, +\infty[$

2.- Se considera la función  $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ . Estudiar los intervalos de crecimiento, decrecimiento y los extremos relativos.

Sol:  $f(x)$  es decreciente en  $[0, 1[ \cup ]1, 2]$  es creciente en  $]-\infty, 0] \cup [2, +\infty[$  Máximo Relativo (0,0) Mínimo Relativo (2,4).

3.- Encontrar las funciones polinómicas de la forma  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  cuya segunda derivada sea  $x-1$ .

¿Cuáles de ellas tienen un mínimo relativo en el punto  $(4, \frac{-1}{3})$ .

Sol:  $a=1/6; b=-1/2; c=-4; d=13$

4.- Dada la función  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , Hallar los coeficientes  $a, b, c, d$  sabiendo que la ecuación de la tangente a la curva en el punto de inflexión (1,0) es  $y = -3x + 3$  y que la función presenta un extremo en el punto de abscisa  $x=0$ .

Sol:  $a=1; b=-3; c=0; d=2$

5.- Dada la función  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Hallar los coeficientes  $a, b, c, d$ , sabiendo que la función tiene un máximo en (0,3) un mínimo en  $x=2$  y un punto de inflexión en (1,1).

Sol:  $a=1; b=-3; c=0; d=3$

6.- Dada la función definida en  $]0, +\infty[$   $f(x) = \sqrt[x]{x}$ , hallar sus máximos y mínimos.

Sol: máximo Absoluto en el punto  $(e, e^{\frac{1}{e}})$

7.- Estudiar la monotonía y la curvatura de la función  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

Sol: decreciente en  $[e, +\infty[$  es creciente en  $]0, e]$   $f$  presenta un máximo Absoluto en el punto  $(e, \frac{1}{e})$  y un punto de inflexión en el punto  $(e^{\frac{2}{3}}, \frac{2}{e^{\frac{2}{3}}})$

8.- Estudiar la concavidad de la función:  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

Sol: puntos de inflexión en  $(-1, \frac{1}{\sqrt{2\pi e}})$  y en  $(1, \frac{1}{\sqrt{2\pi e}})$

9.- Consideremos la función la función  $f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$

- a) Determina sus máximos, mínimos y puntos de inflexión
- b) Determina sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Sol: Siempre creciente, puntos de inflexión en los puntos de abscisas  $x=-1$  y  $x=1$ .

10.- Calcula los siguientes límites:

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x + \operatorname{sen} 3x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \cdot \operatorname{sen} x}{x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \operatorname{sen} x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right)$
$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\operatorname{sen} x} - \frac{1}{x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x - 1)}{\cos x - \operatorname{sen} x + x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} x \cdot \ln x$	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3^x + 2^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{sen} x} - x - 1}{2x^2 - x^3}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{e}{e^x - e} - \frac{1}{x-1} \right)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} + x)$	$\lim_{x \rightarrow 0} x^{\operatorname{sen} x}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x + \operatorname{sen} x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 1} - x$	$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \operatorname{sen} x)^{1/x}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} \right)^{\operatorname{tg} x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2 + 3}{x^3} - \frac{1}{x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 + 4x + 4}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x-1}{3x+2} \right)^{\frac{x-1}{2}}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\log x - x^2)$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 6x + 8}{x^3 + 8}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x-2}{x+1} \right)^{\frac{x^2}{x-1}}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (3^{-x} - x)$

Sol:

11.- Sea la función  $f(x) = -2x + ae^{-x} + bx - 1$

- a) Halle los valores de  $a$  y  $b$  sabiendo que la función tiene un mínimo en  $x=0$  y que la gráfica de la función pasa por el punto (0, 0).
- b) Para  $a=0$  y  $b=1$ , determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x=-1$ .

Sol: a)  $a=b=1; b=5=-5x-5$

**12.-** Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \alpha \operatorname{sen} x}{x^2}$  es finito. Determina el valor de  $\alpha$  y calcula el límite.

Sol:  $\alpha = 1$ ; límite = 0

**13.-** De la función  $y = x + \frac{4}{(x-1)^2}$  estudia dominio, continuidad, monotonía y curvatura.

Sol:

**14.-** Dada la función  $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$ ,

- a) Da sus intervalos de monotonía y los extremos relativos.
- b) Da los intervalos de concavidad-convexidad y sus puntos de inflexión.
- c) Escribe la ecuación de la recta tangente en el punto donde se anula la derivada segunda de  $f$ .

Sol:

**15.-** Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cdot \operatorname{sen}(x) - xe^x}{x^2}$  es finito, calcula el valor de  $a$  y el de dicho límite.

Sol:

**16.-** De la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  se sabe que tiene un máximo en  $x = -1$ , y que su gráfica corta al eje OX en el punto de abscisa  $x = -2$  y tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa  $x = 0$ . Calcula  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  sabiendo, además, que la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$  tiene pendiente 9.

Sol:

**17.-** Sea la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = e^x \cdot (x^2 - x + 1)$

- a) Calcula  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
- b) Halla los extremos relativos de  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan), determinando si son máximos o mínimos.
- c) Determina las abscisas de los puntos de inflexión de la gráfica de  $f$ .

Sol:

**18.-** Sea  $f: (-\infty, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \begin{cases} x + 2 \cdot e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ a \cdot \sqrt{b-x} & \text{si } 0 < x < 1 \end{cases}$

- a) Determina  $a$  y  $b$  sabiendo que  $f$  es derivable en todo su dominio.
- b) Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**19.-** Considera la función  $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x + 5 - 2 \cdot \operatorname{sen} x$ . Halla sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Sol:  $(\frac{\pi}{3}, 5\frac{\pi}{3}); (0, \frac{\pi}{3}) \cup (5\frac{\pi}{3}, 2\pi)$

**20.-** Considera la función  $f(x) = ax + \frac{1}{x}$ . Determina los valores del parámetro  $a$  para los cuales la función es decreciente en el punto de abscisa  $x = 2$ .

Sol:  $a < \frac{1}{4}$

**21.-** Halla los puntos de la curva  $f(x) = \frac{4}{x}$  en donde la tangente es perpendicular a la recta  $y = x$ .

<http://selectividad.intergranada.com> Sol:  $(-2, -2)$  y  $(2, 2)$

**22.-** ¿En qué punto de la curva  $y = x^3 - 3x$  la recta  $y = x - 4$  es tangente a ella?

Sol:  $(2, -2)$

**23.-** Sea la función  $f(x) = -2x^3 + a e^{-x} + bx - 1$

- a) Halle los valores de  $a$  y  $b$  sabiendo que la función tiene un mínimo en  $x = 0$  y que la gráfica de la función pasa por el punto  $(0, 0)$
- b) Para  $a = 0$  y  $b = 1$ , determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x = -1$ .

Sol: a)  $a = 1$ ;  $b = 1$ ; b)  $y = -5x - 5$

**24.-** El porcentaje de personas que sintonizan un programa de radio que se emite entre las 6 y las 12 horas viene dado, según la hora  $t$ , mediante la función  $S(t) = 660 - 231t + 27t^2 - t^3$  con  $6 \leq t \leq 12$ .

- a) ¿Qué porcentaje de personas sintonizan el programa al comenzar la emisión? ¿Y al cierre?
- b) ¿A qué hora tiene máxima y mínima audiencia? ¿Qué porcentaje de personas sintonizan el programa a dichas horas?

Sol: a) 30% al inicio; 48% al cierre; b) el máximo de audiencia es del 55% y se alcanza a las 11 horas. El mínimo de audiencia es del 23% y se alcanza a las 7 horas.