Problema 1 *(2 puntos)* Descompón cada polinomio como producto de factores de grado uno:

1. $P(x) = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x$
2. $Q(x) = x^3 - 5x^2 - x + 5$
3. $H(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 9$

Solución:

1. $P(x) = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x = x(x+3)(x-2)(x+1)$
2. $Q(x) = x^3 - 5x^2 - x + 5 = (x-5)(x-1)(x+1)$
3. $H(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 9 = (x-3)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

Problema 2 *(2 puntos)* Resolver por el método de Gauss:

$$\left\{\begin{array}{rrr} x- & 2y+ & z=1\\ 2x+ & 2y- & z=0\\ 3x- & 3y+ & z=2 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{rrr} x- & 2y+ & z=1\\ 2x+ & 2y- & z=0\\ 3x- & 3y+ & z=2 \end{array}\right. \xrightarrow[(E_3-3E_1)]{(E_2-2E_1)} \left\{\begin{array}{rrrr} x- & 2y+ & z= & 1\\ & 6y- & 3z= & -2\\ & 3y- & 2z= & -1 \end{array}\right. \xrightarrow{(2E_3-E_2)}$$

$$\left\{\begin{array}{rrrr} x- & 2y+ & z= & 1\\ & 6y- & 3z= & -2\\ & - & z= & 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rr} x= & \frac{1}{3}\\ y= & -\frac{1}{3}\\ z= & 0 \end{array}\right.$$

Problema 3 *(3 puntos)* Hallar las soluciones reales de:

1. $$\sqrt{x+6} + \sqrt{x} = 3$$

2. $$\lg(x^2 + 2699) = 2 + \lg(x+2)$$

Solución:

1.

$$\sqrt{x+6}+\sqrt{x}=3 \Longrightarrow \sqrt{x+6}=3-\sqrt{x} \Longrightarrow (\sqrt{x+6})^2=(3-\sqrt{x})^2 \Longrightarrow$$

$$x+6=9+x-6\sqrt{x} \Longrightarrow -3=-6\sqrt{x} \Longrightarrow \frac{1}{2}=\sqrt{x} \Longrightarrow x=\frac{1}{4}$$

2.

$$\lg(x^2+2699)=2+\lg(x+2) \Longrightarrow \lg(x^2+2699)=\lg 100+\lg(x+2) \Longrightarrow$$

$$\lg(x^2+2699)=\lg 100(x+2) \Longrightarrow (x^2+2699)=100(x+2) \Longrightarrow$$

$$x^2-100x+2499=0 \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=51 \\ x=49 \end{array}\right.$$

Problema 4 *(3 puntos)* Resolver las inecuaciones siguientes:

1.

$$\frac{x^2+3x+2}{x-3}<0$$

2.

$$\frac{x^2+2x-3}{x-5}\geq 0$$

Solución:

1.

$$\frac{x^2+3x+2}{x-3}=\frac{(x+2)(x+1)}{(x-3)}<0$$

	$(-\infty,-2)$	$(-2,-1)$	$(-1,3)$	$(3,+\infty)$
$x+2$	$-$	$+$	$+$	$+$
$x+1$	$-$	$-$	$+$	$+$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	$+$
$\frac{(x+2)(x+1)}{x-3}$	$-$	$+$	$-$	$+$

La solución pedida sería:

$$(-\infty,-2)\cup(-1,3)$$

2.

$$\frac{x^2+2x-3}{x-5}=\frac{(x+3)(x-1)}{x-5}\geq 0$$

	$(-\infty,-3)$	$(-3,1)$	$(1,5)$	$(5,+\infty)$
$x+3$	$-$	$+$	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	$+$	$+$
$x-5$	$-$	$-$	$-$	$+$
$\frac{(x+3)(x-1)}{x-5}$	$-$	$+$	$-$	$+$

La solución pedida sería:

$$[-3,1]\cup(5,+\infty]$$