

Problema 1 (2 puntos) Descompón cada polinomio como producto de factores de grado uno:

1. $P(x) = x^4 - 3x^3 - x^2 + 3x$

2. $Q(x) = x^3 - x^2 - 9x + 9$

3. $H(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 10$

Solución:

1. $P(x) = x^4 - 3x^3 - x^2 + 3x = x(x - 3)(x + 1)(x - 1)$

2. $Q(x) = x^3 - x^2 - 9x + 9 = (x - 1)(x + 3)(x - 3)$

3. $H(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 10 = (x + 5)(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$

Problema 2 (2 puntos) Resolver por el método de Gauss:

$$\begin{cases} x - y - z = 2 \\ 2x + y + z = 3 \\ 2x - y - 2z = 2 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x - y - z = 2 \\ 2x + y + z = 3 \\ 2x - y - 2z = 2 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} (E_2 - 2E_1) \\ (E_3 - 2E_1) \end{matrix}} \begin{cases} x - y - z = 2 \\ 3y + 3z = -1 \\ y = -2 \end{cases} \implies$$

$$\begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = -2 \\ z = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Problema 3 (3 puntos) Hallar las soluciones reales de:

1.

$$\sqrt{x+7} + \sqrt{x} = 7$$

2.

$$\lg(3x^2 - 2) = 1 + \lg(x - 1)$$

Solución:

1.

$$\sqrt{x+7} + \sqrt{x} = 7 \implies \sqrt{x+7} = 7 - \sqrt{x} \implies (\sqrt{x+7})^2 = (7 - \sqrt{x})^2 \implies x + 7 = 49 + x - 14\sqrt{x} \implies -42 = -14\sqrt{x} \implies 3 = \sqrt{x} \implies x = 9$$

2.

$$\lg(3x^2 - 2) = 1 + \lg(x - 1) \implies \lg(3x^2 - 2) = \lg 10 + \lg(x - 1) \implies \lg(3x^2 - 2) = \lg 10(x - 1) \implies (3x^2 - 2) = 10(x - 1) \implies 3x^2 - 10x + 8 = 0$$

$$\implies \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Problema 4 (3 puntos) Resolver las inecuaciones siguientes:

1.

$$\frac{x^2 - x - 2}{x - 3} > 0$$

2.

$$\frac{x^2 + x - 2}{x + 1} \leq 0$$

Solución:

1.

$$\frac{x^2 - x - 2}{x - 3} = \frac{(x - 2)(x + 1)}{(x - 3)} > 0$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 2)$	$(2, 3)$	$(3, +\infty)$
$x - 2$	-	-	+	+
$x + 1$	-	+	+	+
$x - 3$	-	-	-	+
$\frac{(x-2)(x+1)}{x-3}$	-	+	-	+

La solución pedida sería:

$$(-1, 2) \cup (3, +\infty)$$

2.

$$\frac{x^2 + x - 2}{x + 1} = \frac{(x - 1)(x + 2)}{x + 1} \leq 0$$

	$(-\infty, -2)$	$(-2, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, +\infty)$
$x - 1$	-	-	-	+
$x + 2$	-	+	+	+
$x + 1$	-	-	+	+
$\frac{(x-1)(x+2)}{x+1}$	-	+	-	+

La solución pedida sería:

$$(-\infty, -2] \cup (-1, 1]$$