

RECTAS

RESUMEN

Ecuación vectorial de la recta

$$(x, y) = (x_1, y_1) + k \cdot (v_1, v_2)$$

Ecuaciones paramétricas de la recta

$$\begin{cases} x = x_1 + k \cdot v_1 \\ y = y_1 + k \cdot v_2 \end{cases}$$

Ecuación continua de la recta

$$\frac{x - x_1}{v_1} = \frac{y - y_1}{v_2}$$

Pendiente

Pendiente dado el ángulo

$$m = \operatorname{tg} \alpha$$

Pendiente dado el vector director de la recta

$$m = \frac{v_2}{v_1}$$

Pendiente dados dos puntos

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ecuación punto-pendiente de la recta

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Ecuación general(implícita) de la recta

$$Ax + By + C = 0$$

Las componentes del vector director son:

$$\vec{v} = (-B, A)$$

La pendiente de la recta es:

$$m = -\frac{A}{B}$$

Ecuación explícita de la recta

$$y = mx + b$$

Ecuación de la recta que pasa por dos puntos

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

Rectas paralelas al eje OX

$$y = 0x + b \quad y = b$$

Rectas paralelas al eje OY

$$x = a$$

Rectas paralelas

Dos rectas son paralelas si tienen el mismo vector director o la misma pendiente.

$$\vec{u} = \vec{v}$$

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad \frac{A_1}{B_1} = \frac{A_2}{B_2}$$

$$m_r = m_s$$

Rectas perpendiculares

El vector $v = (A, B)$ es perpendicular a la recta $r \equiv Ax + By + C = 0$.

Si dos o rectas son perpendiculares tienen sus pendientes inversas y cambiadas de signo.

$$m_s = -\frac{1}{m_r}$$

Posiciones relativas de dos rectas

$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ A'x + B'y + C' = 0 \end{cases}$$

1 Si $\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$, las rectas son secantes, se cortan en un punto.

2 Si $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$, las rectas paralelas, no se cortan en ningún punto.

3 Si $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$, las rectas son coincidentes, todos sus puntos son comunes.

Ángulo que forman dos rectas

Se llama ángulo de dos rectas al menor de los ángulos que forman éstas. Se pueden obtener a partir de:

1 Sus vectores directores

$$\cos \alpha = \frac{|u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

2 Sus pendientes

$$\operatorname{tg} \alpha = \left| \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 \cdot m_1} \right|$$

Distancia de un punto a una recta

$$d(P, r) = \frac{|A \cdot p_1 + B \cdot p_2 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Distancia entre rectas

Para hallar la distancia entre dos en rectas paralelas, se toma un punto cualquiera, P , de una de ellas y calcular su distancia a la otra recta.

$$d(r, s) = d(P, s)$$

Ecuación de la mediatriz

$$d(P, A) = d(P, B)$$

$$P(x, y) \quad A(x_1, y_1) \quad B(x_2, y_2)$$

$$\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2}$$

Ecuaciones de las bisectrices

$$\frac{|A_1x + B_1y + C_1|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} = \frac{|A_2x + B_2y + C_2|}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$