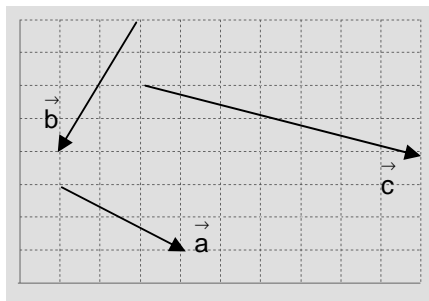


1. Dados los vectores libres de la figura:



- a) Razonar que $\{ \vec{a}, \vec{b} \}$ constituye una base de \mathcal{V}^2
 b) Obtener \vec{c} como combinación lineal de \vec{a} y \vec{b}
 c) Comprobar gráficamente la combinación lineal anterior.

(1,75 puntos)

2. a) Hallar la ecuación de la recta r que pasa por $P(2,-3)$ y es \perp a la recta $s: y=2x-3$, en forma paramétrica, continua, implícita, explícita y punto-pendiente.
 b) Dibujar r
 c) Obtener, analíticamente, tres puntos cualesquiera de r
 d) Razonar, analíticamente, si los puntos $A(1,-2)$ y $B(4,-4) \in r$

(2 puntos)

3. Dibujar el triángulo de vértices $A(3,1)$, $B(0,2)$ y $C(1,-2)$, y hallar:
 a) La ecuación de la mediana correspondiente al lado AC
 b) Las ecuaciones de las alturas correspondientes a los lados AC y BC
 c) ¿Cómo se llama el punto donde se cortan las alturas? Obtenerlo.
 d) La ecuación de la mediatriz correspondiente al lado AC

(2 puntos)

4. Dadas las rectas $r: 2x+y-4=0$ hallar a para que:
 $s: ax-2y+5=0$
- a) sean $//$
 b) sean \perp
 c) formen 60°

(2 puntos)

5. **TEORÍA:**

- a) Dado el vector $\vec{u} = (3,-4)$, hallar razonadamente otro vector con la misma dirección pero de módulo 2. Hacer un dibujo explicativo.
 b) Dados $\vec{a} = (-1,2)$, $\vec{b} = (2,-3)$ y $\vec{c} = \left(\frac{1}{2}, 4\right)$, hallar $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$
 c) ¿Son ortonormales los vectores $\vec{a} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ y $\vec{b} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$? ¿Y ortogonales?
 d) ¿Qué indica el signo del producto escalar? Indicar ejemplos.
 e) A simple vista, sin necesidad de transformarlas, ¿podemos concluir que

$$r: \left. \begin{array}{l} x = 2 + \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{array} \right\} \text{ y } s: y - 1 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

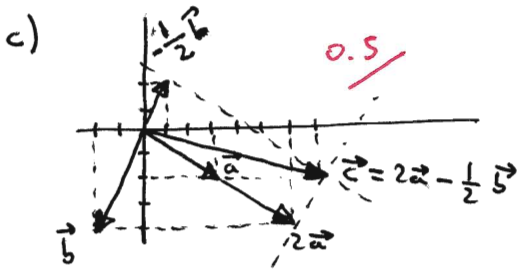
no son la misma recta? Razonar la respuesta.

(2 puntos)

$$\vec{a} = (3, -2) \quad \vec{b} = (-2, -4) \quad \vec{c} = (7, -2)$$

① a) son base p.q. son 2 vectores no proporcionales, es decir, a partir de ellos y mediante combinación lineal se puede generar cualquier vector de \mathbb{R}^2 0.5

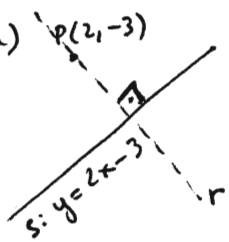
$$b) \vec{c} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{b} \Rightarrow (7, -2) = \alpha(3, -2) + \beta(-2, -4) \Rightarrow \begin{cases} 7 = 3\alpha - 2\beta & \times 2 \rightarrow -14 = 6\alpha + 4\beta \\ -2 = -2\alpha - 4\beta & (*) \end{cases} \quad \underline{-2 = -2\alpha - 4\beta}$$



$$\begin{aligned} -16 &= -8\alpha \\ -2 &= -4 - 4\beta & \xleftarrow{\text{substituye en (*)}} & \alpha = 2 \\ 4\beta &= -2 \\ \beta &= -1/2 \rightarrow \text{soluc: } \boxed{\vec{c} = 2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}} \end{aligned}$$

0.75

② a)



$$s: 2x - y - 3 = 0 \Rightarrow \vec{u}_s = (1, 2) \Rightarrow \vec{u}_r = (-2, 1)$$

$$\begin{cases} x = 2 - 2\lambda \\ y = -3 + \lambda \end{cases}$$

paramétricas

$$\frac{x-2}{-2} = \frac{y+3}{1}$$

continua

$$y+3 = -\frac{1}{2}(x-2)$$

pto-pto

$$2y+6 = -x+2 \Rightarrow \boxed{x+2y+4=0}$$

genl o implícita

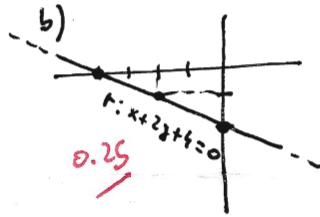
$$\Rightarrow 2y = -x - 4; \quad \boxed{y = -\frac{1}{2}x - 2} \text{ explícita}$$

1
(0.2 cada forma)

c)

$$\begin{aligned} \lambda = 1 &\rightarrow (0, -2) \\ \lambda = 2 &\rightarrow (-2, -1) \\ \lambda = 3 &\rightarrow (-4, 0) \end{aligned}$$

0.25

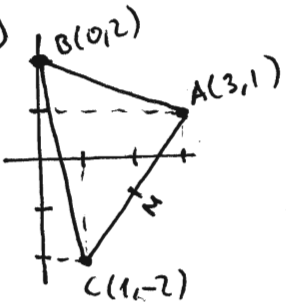


d) ¿A(1, -2) ∈ r? $1 - 4 + 4 \neq 0 \Rightarrow \boxed{A(1, -2) \notin r}$ 0.5

substituye en la e. genl.

¿B(4, -4) ∈ r? $4 - 8 + 4 = 0 \Rightarrow \boxed{B(4, -4) \in r}$

③



a) $M = \frac{A+C}{2} = \frac{(4, -1)}{2} = (2, -\frac{1}{2})$

$$\vec{u}_r = \vec{MB} = B - M = (0, 2) - (2, -\frac{1}{2}) = (-2, \frac{5}{2}) \rightarrow (-4, 5)$$

$$\begin{aligned} B(0, 2) &\left. \begin{aligned} \frac{x}{-4} &= \frac{y-2}{5} \\ 5x &= -4y+8 \\ \boxed{5x+4y-8=0} \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

0.5

b) altura AC: $\vec{AC} = C - A = (1, -2) - (3, 1) = (-2, -3) \rightarrow (2, 3) \Rightarrow \vec{n} = (-3, 2)$
 $\Rightarrow \frac{x}{-3} = \frac{y-2}{2} \Rightarrow 2x = -3y+6; \quad \boxed{2x+3y-6=0}$
 B(0, 2)

altura BC: $\vec{BC} = C - B = (1, -2) - (0, 2) = (1, -4) \Rightarrow \vec{n} = (4, 1)$
 $\Rightarrow \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{1} \Rightarrow x-3 = 4y-4; \quad \boxed{x-4y+1=0}$ 0.5

c) se llaman ortocentros:

$$\begin{cases} 2x+3y=6 \\ (*) x-4y=-1 \end{cases} \xrightarrow{\otimes 2} \begin{cases} 2x+3y=6 \\ -2x+8y=2 \end{cases} \Rightarrow 11y=8; y = \frac{8}{11}$$

$$\begin{aligned} x - \frac{32}{11} &= -1 \\ x &= \frac{32}{11} - 1 = \frac{21}{11} \rightarrow \boxed{O\left(\frac{21}{11}, \frac{8}{11}\right)} \end{aligned}$$

0.5

d) $M(2, -1/2)$
 $\vec{n} = (-3, 2)$

$$\frac{x-2}{-3} = \frac{y+1/2}{2} \Rightarrow 2x-4 = -3y-\frac{3}{2}$$

$$4x-8 = -6y-3$$

$$\boxed{4x+6y-5=0} \quad \text{0.5}$$

④ $r: 2x + y - 4 = 0 \rightarrow \vec{u}_r = (-1, 2)$ a) $r \parallel s \Rightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \Rightarrow \frac{2}{a} = \frac{1}{-2}; \boxed{-4 = a}$ 0.5
 $s: ax - 2y + 5 = 0 \rightarrow \vec{u}_s = (2, a)$

b) $r \perp s \Rightarrow \vec{u}_r \cdot \vec{u}_s = 0 \Rightarrow -2 + 2a = 0; \boxed{a = 1}$ 0.5

c) $\cos 60^\circ = \frac{|\vec{u}_r \cdot \vec{u}_s|}{\|\vec{u}_r\| \cdot \|\vec{u}_s\|} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-2 + 2a}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + 4}}; [\sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + 4}]^2 = [2 \cdot (2a - 2)]^2 \Rightarrow$

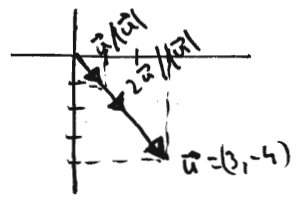
$5(a^2 + 4) = 4(4a^2 - 8a + 4); 5a^2 + 20 = 16a^2 - 32a + 16; 0 = 11a^2 - 32a - 4$

$a = \frac{32 \pm \sqrt{1024 + 176}}{22} = \frac{32 \pm \sqrt{1200}}{22} = \frac{32 \pm 20\sqrt{3}}{22} = \frac{16 \pm 10\sqrt{3}}{11}$

1 (gambamente es lo que hay que hacer 2 opciones: -R, -r)

⑤ a) $\vec{u} = (3, -4) \rightarrow \|\vec{u}\| = 5 \rightarrow \frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|} = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ es unitario $\Rightarrow \left(\frac{6}{5}, -\frac{8}{5}\right)$ tiene módulo 2

b) $\vec{a} = (-1, 2)$
 $\vec{b} = (2, -3)$
 $\vec{c} = \left(\frac{1}{2}, 4\right)$
 $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c} = (-2 - 6) \vec{c} = -8\vec{c} = -8\left(\frac{1}{2}, 4\right) = \boxed{(-4, -32)}$



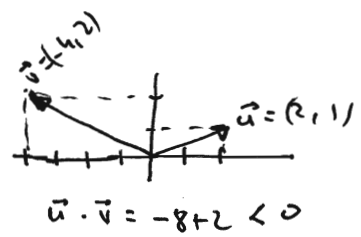
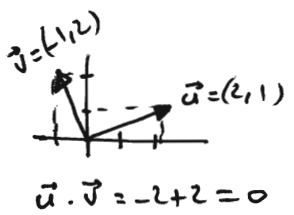
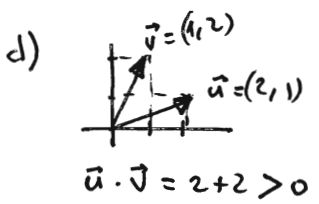
c) ortogonales = \perp y unitarios

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{-\sqrt{6}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{6} = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

0,4 cada apartado

$\|\vec{a}\| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{4} + \frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1 \rightarrow$ unitario

$\|\vec{b}\| = \sqrt{\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{9} + \frac{3}{9}} = \sqrt{\frac{6}{9}} \neq 1 \Rightarrow \vec{b}$ no es unitario \Rightarrow no son ortogonales, pero si son ortogonales, puesto que son \perp



$\vec{u} \cdot \vec{v} \begin{cases} > 0 \Rightarrow \hat{u} \hat{v} < 90^\circ \\ = 0 \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{v} \\ < 0 \Rightarrow \hat{u} \hat{v} > 90^\circ \end{cases}$

e) no son la misma recta puesto que sus pendientes se ve que son distintas:

$\vec{u}_r = (1, 2) \rightarrow m_r = 2 \neq m_s = \frac{1}{2}$

ORTOGRAFIA Y SINTAXIS	0.05
ORDEN	0.05
LIMPIEZA	0.05
CALIGRAFIA	0.05
CORRECCION LENGUAJE MATEMATICO	0.05
TOTAL = 0,25	