I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	PARCIAL 1ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. A+B** **CURSO 2009-2010**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

1. Operar y simplificar:

a) $\dfrac{\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt[3]{4}}}=$ **b)** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=$ **c)** $\dfrac{x-2}{x+2}-\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{6x-x^2}{x^2-4}=$ *(2 puntos)*

2. Hallar las siguientes razones, reduciendo previamente al 1er cuadrante:

a) tg 210º **b)** sen (-2655º) **c)** sec 9π/4 rad **d)** cos 19π/3 rad *(1,75 puntos)*

(No vale pasar los radianes a grados)

3. Dado $\alpha \in$ 3er cuadrante tal que cos α=-1/2, hallar, utilizando la fórmula correspondiente (resultados simplificados y racionalizados; no vale utilizar decimales), y **por este orden**:

a) sen 2α.

b) cos $\alpha/2$

c) sen (α-30º)

d) tg (α+60º)

e) Razonar mediante la circunferencia trigonométrica (no vale con calculadora) de qué α se trata. *(3 puntos)*

4. **a)** ¿Cuánto vale sen(180º+α) y cos(180º+α) en función de las razones de α? Demostrarlo razonadamente, utilizando exclusivamente la circunferencia trigonométrica. ¿Cuánto vale tg(180+α)?

b) Demostrar que $\dfrac{1-\cos 2\alpha}{\text{sen}^2\alpha+\cos 2\alpha}=2\,\text{tg}^2\alpha$

c) Transformar en producto y calcular: sen 75º + sen 15º =

d) Hallar, mediante fórmula trigonométrica, cos15º

e) Resolver la ecuación $\text{cosec}\, x=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ utilizando la circunferencia trigonométrica (sin calculadora). *(3 puntos)*

NOTA: La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.

TOTAL: $\boxed{2}$
(0,5+0,75+0,75)

① a) $\dfrac{\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt[3]{4}}} = \dfrac{\sqrt[3]{\sqrt{2^2\cdot 3}}}{\sqrt[6]{2^2}} = \dfrac{\sqrt[6]{2^2\cdot 3}}{\sqrt[6]{2^2}} = \boxed{\sqrt[6]{3}}$ 0,5

b) $\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}-1} + \dfrac{1}{\sqrt{2}+1} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} + \dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}+1}{2-1} + \dfrac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}+\cancel{1}+\sqrt{2}-\cancel{1} = \boxed{\dfrac{5\sqrt{2}}{2}}$ 0.25 0.5

c) $\dfrac{x-2}{x+2} - \dfrac{1}{x-2} + \dfrac{6x-x^2}{x^2-4} = \dfrac{x-2}{x+2} - \dfrac{1}{x-2} + \dfrac{6x-x^2}{(x+2)(x-2)} = \dfrac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)} - \dfrac{x+2}{(x+2)(x-2)} + \dfrac{6x-x^2}{(x+2)(x-2)} =$ (MCM)

0.25 $= \dfrac{x^2-4x+4}{(x+2)(x-2)} - \dfrac{x+2}{(x+2)(x-2)} + \dfrac{6x-x^2}{(x+2)(x-2)} = \dfrac{\cancel{x^2}-4x+4-x-2+6x-\cancel{x^2}}{(x+2)(x-2)} = \dfrac{\cancel{x+2}}{\cancel{(x+2)}(x-2)} = \boxed{\dfrac{1}{x-2}}$ 0.25 0.25

---

② a) $tg\,210° = tg(180°+30°) = tg\,30° = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$ 0.25

$tg(180°+\alpha) = tg\,\alpha$

b) $sen(-2655°) = -sen\,2655° = -sen(7\text{ vueltas}+135°) = -sen\,135° = -sen(180°-45°) = -sen\,45° = \boxed{-\dfrac{\sqrt{2}}{2}}$ 0.5

$sen(-\alpha) = -sen\,\alpha$ $\quad$ $sen(180-\alpha) = sen\,\alpha$

c) $sec\,\dfrac{9\pi}{4} = \dfrac{1}{\cos\frac{9\pi}{4}} = \dfrac{1}{\cos\frac{8\pi+\pi}{4}} = \dfrac{1}{\cos(1\text{ vuelta}+\pi/4)} = \dfrac{1}{\cos\pi/4} = \dfrac{1}{\sqrt{2}/2} = \dfrac{2}{\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{2} = \boxed{\sqrt{2}}$ 0.25 0,25

d) $\cos\dfrac{19\pi}{3} = \cos\dfrac{18\pi+\pi}{3} = \cos\left(3\text{ vueltas}+\dfrac{\pi}{3}\right) = \cos\dfrac{\pi}{3} = \boxed{\dfrac{1}{2}}$ 0.5

TOTAL: $\boxed{1,75}$
(0.25+0.5+0.5+0.5)

---

③ DATOS: $\left.\begin{array}{l}\cos\alpha = -1/2\\ \alpha \in 3^{er}\text{ cuad.}\end{array}\right\}$

a) $sen\,2\alpha = 2\,sen\alpha\cos\alpha$ (*) ; necesitamos $sen\alpha$: $sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$sen^2\alpha + \dfrac{1}{4} = 1$

$sen^2\alpha = \dfrac{3}{4}$ → $sen\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ descartado pq. $\alpha \in 3^{er}$ cuad.

→ $\boxed{sen\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$ 0.3

Sustituimos en (*): $\boxed{sen\,2\alpha = \cancel{2}\cdot\dfrac{-\sqrt{3}}{\cancel{2}}\cdot\dfrac{-1}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}}$ 0.3

TOTAL: $\boxed{3}$
(0,6 cada apartado)

b) $\boxed{\cos\dfrac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}} = -\sqrt{\dfrac{1-\frac{1}{2}}{2}} = -\sqrt{\dfrac{\frac{1}{2}}{2}} = -\sqrt{\dfrac{1}{4}} = \boxed{-\dfrac{1}{2}}$ 0.6

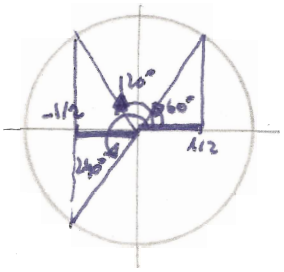
$\alpha \in 3^{er}$ cuad. ⇒ $180 < \alpha < 270$ 0.3
$90 < \alpha/2 < 135° \Rightarrow \dfrac{\alpha}{2} \in 2^{\circ}$ cuad.

c) $\boxed{sen(\alpha-30°)} = sen\alpha\cdot\cos 30° - \cos\alpha\cdot sen\,30° = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{-1}{2}\cdot\dfrac{1}{2} = -\dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{4} = \boxed{-\dfrac{1}{2}}$ 0.6

d) $tg(\alpha+60°) = \dfrac{tg\alpha + tg\,60°}{1 - tg\alpha\cdot tg\,60°}$ (**) ; necesitamos $tg\alpha$: $tg\alpha = \dfrac{sen\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{-\sqrt{3}/\cancel{2}}{-1/\cancel{2}} = \sqrt{3}$ 0.2

Sustituimos en (**): $\boxed{tg(\alpha+60°)} = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{1-3} = \dfrac{2\sqrt{3}}{-2} = \boxed{-\sqrt{3}}$ 0.4

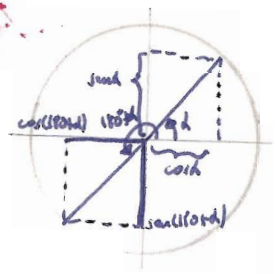
e)



DATOS: $\left.\begin{array}{l}\cos\alpha = -\frac{1}{2}\\ \alpha \in 3^{er}\text{ cuad.}\end{array}\right\}$ si fuera $\cos\alpha = \frac{1}{2}$, sería $\alpha = 60°$; ahora bien, como el coseno es negativo, en la figura se ve que habrá dos soluciones posibles: 120° y 240°, siendo $\boxed{\alpha = 240°}$ la solución correcta por $\in 3^{er}$ cuad.

0.6

④ a)



En la figura se ve que:

$$\left.\begin{array}{l}\boxed{\operatorname{sen}(180^\circ+\alpha) = -\operatorname{sen}\alpha} \\ \boxed{\cos(180+\alpha) = -\cos\alpha}\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\operatorname{tg}(180^\circ+\alpha) = \frac{\operatorname{sen}(180^\circ+\alpha)}{\cos(180^\circ+\alpha)} = \frac{-\operatorname{sen}\alpha}{-\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha} \quad (\text{c.q.d.})$$

0.2 0.2 0.2

b) $$\frac{1-\cos 2\alpha}{\operatorname{sen}^2\alpha + \cos 2\alpha} = \frac{1-(\cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha)}{\cancel{\operatorname{sen}^2\alpha} + \cos^2\alpha - \cancel{\operatorname{sen}^2\alpha}} = \frac{\overbrace{1-\cos^2\alpha}^{=\operatorname{sen}^2\alpha} + \operatorname{sen}^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{2\operatorname{sen}^2\alpha}{\cos^2\alpha} = 2\operatorname{tg}^2\alpha \quad (\text{c.q.d.})$$

0.6

c) $$\boxed{\operatorname{sen}75^\circ + \operatorname{sen}15^\circ} = 2\operatorname{sen}\frac{75^\circ+15^\circ}{2}\cos\frac{75^\circ-15^\circ}{2} = 2\operatorname{sen}45^\circ\cos 30^\circ = \cancel{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{\frac{\sqrt{6}}{2}}$$

0.1 0.1 0.4

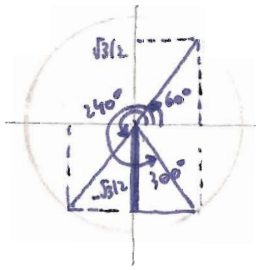
d) $$\boxed{\cos 15^\circ} = \cos(45^\circ-30^\circ) = \cos 45^\circ\cos 30^\circ + \operatorname{sen}45^\circ\operatorname{sen}30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \boxed{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}$$

0.1 0.1 0.4

[NOTA: también se puede hacer $\cos(60^\circ-45^\circ)$, o $\cos\frac{30^\circ}{2}$]

e) $$\operatorname{cosec} x = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \operatorname{sen} x = \frac{1}{\operatorname{cosec} x} = -\frac{3}{2\sqrt{3}} = -\frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{2\cdot\cancel{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \left\{\begin{array}{l}\boxed{x = 240^\circ + k\cdot 360^\circ} \\ \boxed{x = 300^\circ + k\cdot 360^\circ}\end{array}\right. \text{ donde } k \in \mathbb{Z}$$

0.1 0.5



TOTAL: $\boxed{3}$

(0.6 cada apdo.)

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA 0,05

ORDEN Y LIMPIEZA 0,10

CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO ... 0,10

TOTAL = $\boxed{0,25}$