I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	PARCIAL 1ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. A+B** **CURSO 2008-2009**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

1. Resolver y comprobar la validez de las soluciones:

a) $\frac{4}{x}+\frac{2(x+1)}{3(x-2)}=4$ **b)** $\sqrt{5x+6}-2x=3$ *(2 puntos)*

2. Desarrollar y simplificar, dando el resultado racionalizado:

$$\left(2-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4=$$ *(1,75 puntos)*

3. Hallar las siguientes razones, reduciendo previamente al 1er cuadrante:

a) cos (-2730º) **b)** sen 5π/3 rad **c)** tg 1230º **d)** cos 27π/4 rad *(2 puntos)*

4. Dado $\alpha \in 4^{\underline{0}}$ cuadrante tal que $\sec\alpha = 2$, se pide, **por este orden**:

a) Utilizando la fórmula correspondiente, hallar cos 2α (resultado simplificado y racionalizado; no vale utilizar decimales).

b) cos $\alpha/2$

c) tg (α+30º)

d) Razonar mediante la circunferencia trigonométrica (no vale con calculadora) de qué α se trata. *(2 puntos)*

5. Resolver: $2\cos^2 x + \text{sen } x = 1$. Comprobar las soluciones obtenidas. *(2 puntos)*

NOTA: La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.

① a) $\frac{4}{x}+\frac{2(x+1)}{3(x-2)}=4$; mcm $=3x(x-2)$ ⇨ $12(x-2)+2x(x+1)=12x(x-2)$

$12x-24+2x^2+2x=12x^2-24x$; $0=10x^2-38x+24$; $\boxed{0=5x^2-19x+12}$

$x=\frac{19\pm\sqrt{361-240}}{10}=\frac{19\pm 11}{10}$ ↗ $x=3$ ↘ $x=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$ 0,5/

comprobación: $x=3\rightarrow \frac{4}{3}+\frac{8}{3}\overset{?}{=}4$; $\frac{12}{3}=4 \Rightarrow \boxed{x=3}$ es soluc. 0.25/

$x=\frac{4}{5}\rightarrow \frac{\cancel{4}}{\frac{\cancel{4}}{5}}+\frac{2\left(\frac{4}{5}+1\right)}{3\left(\frac{4}{5}-2\right)}\overset{?}{=}4$; $5+\frac{2\cdot\frac{9}{\cancel{5}}}{3\cdot\frac{-6}{\cancel{5}}}\overset{?}{=}4$;

$5+\frac{18}{-18}\overset{?}{=}4$; $5-1=4 \Rightarrow \boxed{x=\frac{4}{5}}$ es soluc. 0.25/

b) $\sqrt{5x+6}-2x=3$; $\sqrt{5x+6}=2x+3$; $\left(\sqrt{5x+6}\right)^2=(2x+3)^2$; $5x+6=4x^2+12x+9$; $\boxed{0=4x^2+7x+3}$

$x=\frac{-7\pm\sqrt{49-48}}{8}=\frac{-7\pm 1}{8}$ ↗ $x=-\frac{6}{8}=-\frac{3}{4}$ ↘ $x=-1$ 0.5/

comprobación: $x=-\frac{3}{4}\rightarrow \sqrt{5\cdot\frac{-3}{4}+6}-2\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\overset{?}{=}3$

$\sqrt{-\frac{15}{4}+6}+\frac{3}{2}\overset{?}{=}3$

$\sqrt{\frac{9}{4}}+\frac{3}{2}\overset{?}{=}3$; $\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=3 \Rightarrow \boxed{x=-\frac{3}{4}}$ es soluc. 0.25/

$x=-1\rightarrow \sqrt{-5+6}-2(-1)\overset{?}{=}3$ 0.25/

$1+2=3 \Rightarrow \boxed{x=-1}$ es sol.

TOTAL: $\boxed{2}$

---

②
$\left(2-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4=2^4-4\cdot 2^3\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}+6\cdot 2^2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2-4\cdot 2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4=$ ← 0,5

$=16-4\cdot 8\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+6\cdot 4\cdot\frac{1}{2}-8\cdot\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{4}=$ ← 0,25

$=16-16\sqrt{2}+12-4\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{4}=$ ← 0,25

$=16-16\sqrt{2}+12-2\sqrt{2}+\frac{1}{4}=\boxed{\frac{113}{4}-18\sqrt{2}}$ 0.75

TOTAL: $\boxed{1,75}$

---

③ a) $\cos(-2730°)=\cos 2730°=\cos(7\cdot 360°+210°)=\cos 210°=\cos(180°+30°)=-\cos 30°=\boxed{-\sqrt{3}/2}$ 0,5/

b) $\operatorname{sen}\frac{5\pi}{3}=\operatorname{sen}\left(\pi+\frac{2\pi}{3}\right)=-\operatorname{sen}\frac{2\pi}{3}=-\operatorname{sen}\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=-\operatorname{sen}\frac{\pi}{3}=\boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$ 0.5/

c) $\operatorname{tg} 1230°=\operatorname{tg}(3\cdot 360°+150°)=\operatorname{tg} 150°=\operatorname{tg}(180-30)=-\operatorname{tg} 30°=\boxed{-\frac{\sqrt{3}}{3}}$ 0.5/

d) $\cos\frac{27\pi}{4}=\cos\frac{24\pi+3\pi}{4}=\cos\left(3\text{ vueltas}+\frac{3\pi}{4}\right)=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\cos\frac{\pi}{4}=\boxed{-\frac{\sqrt{2}}{2}}$ 0.5/

TOTAL: $\boxed{2}$

---

④ $\sec\alpha=2 \Rightarrow \cos\alpha=\frac{1}{2}$ 0.1/

a) $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha$ (*) [0,1]   ¿sen α? $\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \Rightarrow \operatorname{sen}^2\alpha+\frac{1}{4}=1$; $\operatorname{sen}^2\alpha=\frac{3}{4}$

$\operatorname{sen}\alpha=\pm\sqrt{\frac{3}{4}}$ ↗ $\operatorname{sen}\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 0.2/ ↘ $\operatorname{sen}\alpha=\sqrt{3}/2$ descartado pq. $\alpha\in 4^\circ$ cuad.

Sustituimos en (*):

$\boxed{\cos 2\alpha=\frac{1}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{1}{2}}$ 0.3/

b) $\boxed{\cos\frac{\alpha}{2}=-\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}=-\sqrt{\frac{1+1/2}{2}}=-\sqrt{\frac{3/2}{2}}=-\sqrt{\frac{3}{4}}=-\frac{\sqrt{3}}{2}}$ 0.3/

0,1/

$\alpha\in 4^\circ$ cuad $\Rightarrow 270°<\alpha<360°$

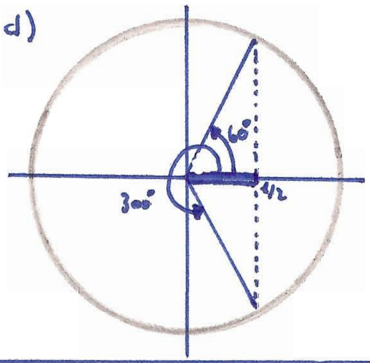
$135°<\alpha/2<180° \Rightarrow \frac{\alpha}{2}\in 2^\circ$ cuad

[0.1]

c) $tg(\alpha+30^\circ) = \dfrac{tg\alpha + tg 30^\circ}{1 - tg\alpha \cdot tg 30^\circ}$ (**) ¿$tg\alpha$? $tg\alpha = \dfrac{sen\alpha}{cos\alpha} = \dfrac{-\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}}{\frac{1}{\cancel{2}}} = -\sqrt{3}$ 0.1

Sustituimos en (**): $\boxed{tg(\alpha+30^\circ)} = \dfrac{-\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-(-\sqrt{3})\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}} = \dfrac{-\frac{2\sqrt{3}}{3}}{1+\frac{3}{3}} = \dfrac{-\frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{3}}{\cancel{2}} = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{3}}$ 0.4

d)



$cos\,\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = arccos\frac{1}{2}$ → $\alpha = 60^\circ$ desechado pq. $\alpha \in 4^\circ$ cuad.
→ $\boxed{\alpha = 300^\circ}$ 0.5

TOTAL: $\boxed{2}$

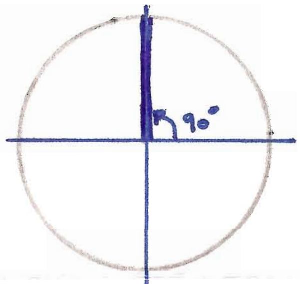
---

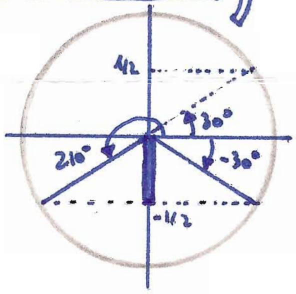
(5) $2\cos^2 x + sen\,x = 1$; $2(1-sen^2x) + sen\,x = 1$; $2 - 2sen^2x + sen\,x = 1$; $\boxed{0 = 2sen^2x - sen\,x - 1}$

$sen\,x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1-4\cdot 2(-1)}}{4} = \dfrac{1\pm 3}{4}$ → $sen\,x = 1 \Rightarrow \boxed{x = 90^\circ + K\cdot 360^\circ}$ 0.25

0.5

→ $sen\,x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x = 330^\circ + K\cdot 360^\circ} \\ \boxed{x = 210^\circ + K\cdot 360^\circ} \end{cases}$ 0.5





NOTA: como no hemos elevado en ningún momento ambos miembros al cuadrado para quitar una $\sqrt{\ }$, no hay que descartar ninguna de las 3 soluciones; ahora bien, haremos la comprobación, pues así lo pide el enunciado:

TOTAL: $\boxed{2}$

$x = 90^\circ \to 2\cdot \cancel{cos^2 90^\circ}^{0} + \cancel{sen 90^\circ}^{1} \stackrel{?}{=} 1$; $2\cdot 0 + 1 = 1 \Rightarrow x = 90^\circ + K\cdot 360^\circ$ es soluc. 0.25

$x = 330^\circ \to 2\cdot(cos 330^\circ)^2 + sen 330^\circ \stackrel{?}{=} 1$; $2[cos(-30^\circ)]^2 + sen(-30^\circ) \stackrel{?}{=} 1$

$2\cdot cos^2 30^\circ - sen 30^\circ \stackrel{?}{=} 1$

$2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \stackrel{?}{=} 1$; $2\cdot\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \stackrel{?}{=} 1$; $\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$ ⇓ 0.25

$x = 330^\circ + K\cdot 360^\circ$ es soluc.

$x = 210^\circ \to 2(cos 210^\circ)^2 + sen 210^\circ \stackrel{?}{=} 1$; $2[\underbrace{cos(180^\circ+30^\circ)}_{-cos 30^\circ}]^2 + \underbrace{sen(180^\circ+30^\circ)}_{-sen 30^\circ} \stackrel{?}{=} 1$

$2(-cos 30^\circ)^2 - sen 30^\circ \stackrel{?}{=} 1$

0.25

$2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \stackrel{?}{=} 1$; $2\cdot\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \stackrel{?}{=} 1$; $\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow x = 210^\circ + K\cdot 360^\circ$ es soluc.

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA 0,05
ORDEN Y LIMPIEZA 0,10
CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO 0,10
$\boxed{0,25}$ TOTAL