Valor	Nota
15	

1. Contestar a la siguientes cuestiones explicando cómo has llegado a la conclusión:
 a) Sin hacer la división, averigua cuál es el resto de la siguiente división:
$$\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x-1\right):(x+2)$$
b) ¿Cuál debe ser el valor de k para que $p(x)=x^5+k^2x+k+32$ sea divisible por x + 2?
c) Usa el algoritmo de Horner para averiguar qué valor tiene el polinomio encontrado en el apartado anterior cuando x = −5

a) EL resto de esta división es el valor del polinomio en -2 (teorema del resto):

$$resto = p(-2)=\frac{1}{2}(-2)^3-\frac{1}{2}(-2)^2+\frac{3}{2}(-2)-1=\boxed{-10}$$

b) El resto debe ser 0. Luego: p(-2) = 0. Se sustituye en el polinomio y resolvemos la ecuación resultante:

$$p(-2)=(-2)^5+k(-2)+k+32=0 \Rightarrow -32-2k^2+k+32=0 \Rightarrow -2k^2+k=0 \Rightarrow k(-2k+1)=0 \Rightarrow \begin{cases}\boxed{k=0}\\ \boxed{k=1/2}\end{cases}$$

c) Si k= 0 el polinomio es: $p(x)=x^5+32$ *y por tanto su valor en x = -5 es:*

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 32\\ -5 & & -5 & 25 & -125 & 625 & -3125\\ \hline & 1 & -5 & 25 & -125 & 625 & -3093\end{array} \Rightarrow \boxed{p(-5)=-3093}$$

Si k= 1/2 el polinomio es: $p(x)=x^5+32$ *y por tanto su valor en x = -5 es:*

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0,25 & 32,5\\ -5 & & -5 & 25 & -125 & 625 & -3126,25\\ \hline & 1 & -5 & 25 & -125 & 625,25 & -3093,75\end{array} \Rightarrow \boxed{p(-5)=-3093,75}$$

Valor	Nota
10	

2. Resolver la siguiente ecuación:
$$\frac{1}{3}\cdot\left[(x-2)^2-\frac{6x+15}{4}\right]=\frac{1}{8}\cdot\left[(x+3)^2-\frac{5}{3}\cdot(67-x^2)\right]$$

Desarrollamos las potencias y quitamos los paréntesis:

$$\frac{1}{3}\left[x^2-4x+4-\frac{6x+15}{4}\right]=\frac{1}{8}\left[x^2+6x+9-\frac{5}{3}(67-x^2)\right] \Rightarrow \frac{x^2}{3}-\frac{4x}{3}+\frac{4}{3}-\frac{6x+15}{12}=\frac{x^2}{8}+\frac{6x}{8}-\frac{9}{8}-\frac{335-5x^2}{24}$$

Multiplicamos por el mínimo común múltiplo de los denominadores para quitarlos simplificando. Es 24:

$$8x^2-32x+32-2(6x+15)=3x^2+18x-27-(335-5x^2)$$

Quitamos los paréntesis y resolvemos la ecuación que queda:

$$8x^2-32x+32-12x-30=3x^2+18x+27-335+5x^2 \Rightarrow -32x+32-12x-30=18x+27-335$$

$$32-30-27+335=18x+32x+12x \Rightarrow 310=62x \Rightarrow x=\frac{310}{62} \Rightarrow \boxed{x=5}$$

Valor	Nota
10	

3. Resolver la siguiente ecuación con radicales:
$$\sqrt{x-2}+\sqrt{x+1}=3$$

Despejamos una de la raices : $\sqrt{x-2}=3-\sqrt{x+1}$ *y ahora elevamos al cuadrado:*

$$\left(\sqrt{x-2}\right)^2=\left(3-\sqrt{x+1}\right)^2 \Rightarrow x-2=9+(x+1)-6\sqrt{x+1} \Rightarrow x-2-9-x-1=-6\sqrt{x+1} \Rightarrow -12=-6\sqrt{x+1} \Rightarrow 2=\sqrt{x+1}$$

Volvemos a elevar al cuadrado y ya resolvemos la ecuación:

$$2^2=\left(\sqrt{x+1}\right)^2 \Rightarrow 4=x+1 \Rightarrow \boxed{x=3}$$

Debemos comprobar si la solución obtenida cumple la ecuación original:, ya que puede haber "soluciones falsas". Es evidente que en este caso no es así ya que: $\sqrt{3-2}+\sqrt{3+1}=1+2=3$.

Valor	Nota
25	

4. a) Calcular y simplificar: $\dfrac{4x-6}{x^2+4x-5}+\dfrac{3x-7}{x^2-4x+3}-\dfrac{2x+2}{x^2+2x-15}$

b) Resolver la ecuación: $\dfrac{4x-6}{x^2+4x-5}+\dfrac{3x-7}{x^2-4x+3}=\dfrac{2x+2}{x^2+2x-15}$

c) Resolver la inecuación: $\dfrac{4x-6}{x^2+4x-5}+\dfrac{3x-7}{x^2-4x+3}\le\dfrac{2x+2}{x^2+2x-15}$

a) Para poder hacer la operación, debemos descomponer en factores los denominadores . Para ello debemos resolver las tres ecuaciones que resultan de igualar a 0 cada uno de los denominadores. Las soluciones son, para la primera, -5 y 1; para la segunda 1 y 3; y para la tercera -5 y 3. Queda pues:

$$\frac{4x-6}{(x+5)(x-1)}+\frac{3x-7}{(x-1)(x-3)}-\frac{2x+2}{(x+5)(x-3)}$$

El mínimo denominador común será: $(x-1)(x-3)(x+5)$. Continuamos operando:

$$\frac{(4x-6)(x-3)}{(x+5)(x-1)(x-3)}+\frac{(3x-7)(x+5)}{(x-1)(x-3)(x+5)}-\frac{(2x+2)(x-1)}{(x+5)(x-3)(x-1)}=$$

$$\frac{(4x^2-18x+18)+(3x^2+8x-35)-(2x^2-2)}{(x-1)(x-3)(x+5)}=\frac{4x^2-18x+18+3x^2+8x-35-2x^2+2}{(x-1)(x-3)(x+5)}=\frac{5x^2-10x-15}{(x-1)(x-3)(x+5)}$$

Factorizamos el numerador para ver si puede simplificarse la fracción. Las soluciones de la ecuación que se obtiene al igualarlo a cero son -1 y 3. Luego la fracción queda así:

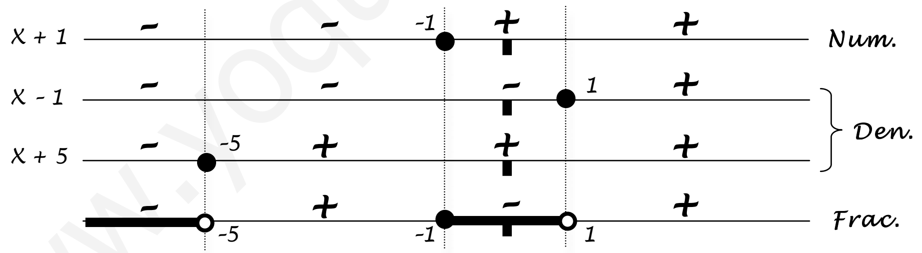
$$\frac{5x^2-10x-15}{(x-1)(x-3)(x+5)}=\frac{5(x+1)\cancel{(x-3)}}{(x-1)\cancel{(x-3)}(x+5)}=\boxed{\frac{5(x+1)}{(x-1)(x+5)}}$$

b) Para resolver la ecuación propuesta basta con igualar a cero la expresión obtenida en el apartado anterior: $\dfrac{5(x+1)}{(x-1)(x+5)}=0$. Esta expresión sólo puede anularse cuado su numerador se anula. Luego:

$$\frac{5(x+1)}{(x-1)(x+5)}=0 \quad\Rightarrow\quad 5(x+1)=0 \quad\Rightarrow\quad x+1=0 \quad\Rightarrow\quad \boxed{x=-1}$$

c) La inecuación que tenemos que resolver es: $\dfrac{5(x+1)}{(x-1)(x+5)}\le 0$

El signo de esta fracción depende de los signos de los distintos factores que cambian, el del numerador en -1, y los del denominador en, 1 y 5. Hacemos el diagrama de signos de la fracción:
Loa valores 1 y 5 debemos excluirlos pues en ellos no está definida la fracción pues anulan el denominador.



La solución , como se ve en el diagrama, es: $\boxed{(-\infty,-5)\cup[-1,1)}$.

Valor	Nota
15	

5. a) Encontrar las soluciones, comprendidas entre 0º y 360º, de la siguiente ecuación trigonométrica: $2\cdot \text{sen}\alpha=\tan\alpha$

b) Resolver la siguiente ecuación logarítmica: $2^{\ln x}=0{,}25$

a) Escribimos la ecuación con senos y cosenos y luego la factorizamos :

$$2sen\,\alpha=\frac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha} \;\Rightarrow\; 2sen\,\alpha-\frac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha}=0 \;\Rightarrow\; sen\,\alpha\left(2-\frac{1}{cos\,\alpha}\right)=0 \;\Rightarrow\; \begin{cases} sen\,\alpha=0 \\ 2-\dfrac{1}{cos\,\alpha}=0 \;\Rightarrow\; cos\,\alpha=\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

Ahora resolvemos cada ecuación por su parte. De la primera sale que $\boxed{\alpha = 0º \text{ y } 180º}$, mientras que de la segunda sale que $\boxed{\alpha = 60º \text{ y } 300º}$.

b) Calculamos el ln de los dos términos:

$$ln(2^{\ln x})=ln(0{,}25) \;\Rightarrow\; ln\,x\cdot ln\,2=ln\left(\frac{1}{4}\right) \;\Rightarrow\; ln\,x\cdot ln\,2=ln\,1-ln\,4=-ln\,4$$

Como $ln\,4=ln\,2^2=2ln\,2$, queda que: $ln\,x\cdot ln\,2=-2ln\,2 \;\Rightarrow\; ln\,x=\dfrac{-2ln\,2}{ln\,2}=-2 \;\Rightarrow\; \boxed{x=e^{-2}}$

Valor	Nota
10	

6. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x-2y+2z=1 \\ 2x-y-z=0 \\ 3x+2z=2 \end{cases}$

Aplicamos el método de Gauss para reducir el sistema:

$$\begin{cases} x-2y+2z=1 \\ 2x-y-z=0 \\ 3x+2z=2 \end{cases} \to \begin{matrix} \\ 2E_1-E_2 \\ 3E_1-E_3 \end{matrix} \begin{cases} x-2y+2z=1 \\ -3y+5z=2 \\ -6y+4z=1 \end{cases} \to \begin{matrix} \\ \\ 2E_2-E_3 \end{matrix} \begin{cases} x-2y+2z=1 \\ -3y+5z=2 \\ 6z=3 \end{cases}$$

Y ahora se resuelve empezando en la última ecuación del sistema:

$$z=\frac{3}{6}\Rightarrow \boxed{z=\frac{1}{2}};\quad -3y+5\cdot\frac{1}{2}=2\Rightarrow -3y=2-\frac{5}{2}=-\frac{1}{2}\Rightarrow \boxed{y=\frac{1}{6}};\quad x-2\cdot\frac{1}{6}+2\cdot\frac{1}{2}=1\Rightarrow x=1+\frac{1}{3}-1\Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{3}}$$

Valor	Nota
15	

7. Una ONG organiza un convoy de ayuda humanitaria con un máximo de 27 camiones, para llevar agua potable y medicinas a una zona devastada por unas inundaciones. Para agua potable dedica un mínimo de 12 camiones y para medicinas debe dedicar un número de camiones mayor o igual que la mitad del número de camiones dedicados a llevar agua. Enviar un camión con agua potable tiene un coste de 9000 euros, mientras que el coste para un camión de medicinas es de 6000 euros.
a) Plantea un problema de programación lineal que permita averiguar cómo debe organizarse el convoy para que su coste sea mínimo.
b) Dibuja la región factible.
c) ¿Cuánto es el coste de la solución óptima?

a) Denominaremos x e y al número de camiones de agua y de medicinas que formarán parte del convoy. Cómo entre ambos no pueden ser más de 27, $\boxed{x + y \le 27}$. *Además, como ha de haber al menos 12 de agua, luego* $\boxed{x \ge 12}$. *Y además el número de camiones de medicinas debe ser mayor que la mitad de los dedicados a agua:* $\boxed{y \ge x/2}$. *Estas tres condiciones son las restricciones del problema. El coste del convoy viene dado por la función* $\boxed{C(x,y) = 9x + 6y}$ *(en miles de euros).*

b) Para dibujar la región factible se debe estudiar las tres restricciones: se estudian las rectas asociadas así como sus puntos de intersección encontrando que son A(12, 15); B(12,6); C(18,9). El resultado es la zona en blanco de la figura adjunta.

c) La función objetivo cero es la recta que aparece en la figura y pasa por el origen de coordenadas. Para hallar el coste mínimo de forma gráfica basta que traslademos esta recta paralelamente hasta encontrar el recinto. Evidentemente esto ocurre en el punto B. También podemos calcular el objetivo en los tres vértices del recinto, sustituyendo sus coordenadas en la función C(x,y). Se obtiene que:

C(12,15) = 198 miles de €; C(12,6) = 144 miles de € y C(18,9) = 216 miles de €

Por lo tanto, la solución óptima corresponde al punto B(12,6) es decir, ***montar el convoy con 12 camiones de agua y 6 de medicinas.***