

## EXAMEN DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

1. Dado el punto  $A(3, -1)$  y la recta  $r: 2x - 3y + 4 = 0$ .

a) Halla la ecuación de una recta paralela a  $r$  y que pase por  $A$ .

b) Halla la ecuación de una recta perpendicular a  $r$  y que pase por  $A$ . (2 puntos)

2. Halla el simétrico del punto  $A(-2, 0)$  respecto de la recta  $r: x + 2y - 3 = 0$ .

(2 puntos)

3. Halla el ángulo  $\alpha$  que forman las rectas

$$r \equiv 3x - 4y + 7 = 0$$

$$s \equiv 12x + 5y - 5 = 0$$

(1 punto)

4. Dados los puntos  $A(-1, 3)$ ,  $B(1, 1)$  y  $C(-3, -2)$

a) Halla la ecuación de la mediatriz del segmento  $AB$ .

b) Halla la ecuación de una recta que sea paralela a  $AB$  y pase por el punto  $C$ .

(2 puntos)

5. Dado el triángulo de vértices  $A(-2, 1)$ ,  $B(5, 4)$ ,  $C(2, -3)$

a) Halla su área.

b) Halla su perímetro.

(2 puntos)

6. Comprueba si el cuadrilátero  $ABCD$  es un paralelogramo, siendo  $A(5, 1)$ ,  $B(1, 2)$ ,  $C(3, 4)$  y  $D(7, 3)$ .

(1 punto)

## SOLUCIONES

1. Dado el punto  $A(3, -1)$  y la recta  $r: 2x - 3y + 4 = 0$ .

a) Halla la ecuación de una recta paralela a  $r$  y que pase por  $A$ .

Pendiente de  $r$ :  $m = \frac{2}{3}$ , si es paralela, la pendiente es la misma.

Ecuación punto pendiente:  $y = y_0 + m(x - x_0) \rightarrow y = -1 + \frac{2}{3}(x - 3)$

La ecuación de la recta pedida es:  $y = \frac{2}{3}x - 3$

b) Halla la ecuación de una recta perpendicular a  $r$  y que pase por  $A$ .

Pendiente de una recta perpendicular:  $m = -\frac{3}{2}$

Ecuación punto pendiente:  $y = y_0 + m(x - x_0) \rightarrow y = -1 - \frac{3}{2}(x - 3)$

La ecuación de la recta pedida es:  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$

2. Halla el simétrico del punto  $A(-2, 0)$  respecto de la recta  $r: x + 2y - 3 = 0$ .

Recta dada en forma explícita:

$$2y = -x + 3 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

la recta perpendicular tendrá  $m = 2$

Y pasa por el punto  $A$ , es decir, que su ecuación es:

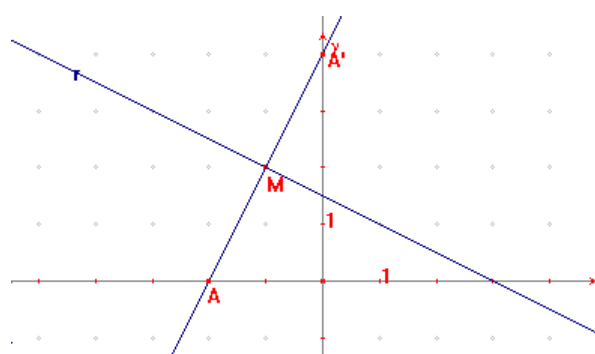
$$y = 0 + 2(x + 2) \rightarrow y = 2x + 4$$

La intersección de las dos rectas es el punto  $M$ , resolviendo el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - 3 = 0 \\ y = 2x + 4 \end{array} \right\} \rightarrow x + 2(2x + 4) - 3 = 0 \rightarrow 5x + 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \quad M(-1, 2)$$

este  $M$  es el punto medio del segmento  $AA'$ , siendo  $A(-2, 0)$  y  $A'(x, y)$

$$M(-1, 2) = \left( \frac{-2 + x}{2}, \frac{0 + y}{2} \right) \rightarrow -1 = \frac{-2 + x}{2}; 2 = \frac{y}{2} \rightarrow x = 0, y = 4 \rightarrow A'(0, 4)$$



3. Halla el ángulo  $\alpha$  que forman las rectas

$$r \equiv 3x - 4y + 7 = 0 \rightarrow \vec{n}(3, -4)$$

$$s \equiv 12x + 5y - 5 = 0 \rightarrow \vec{n}'(12, 5)$$

$$\cos \alpha = \cos(\vec{n}, \vec{n}') = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}'|}{\|\vec{n}\| \|\vec{n}'\|} = \frac{|3 \cdot 12 - 4 \cdot 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2} \sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{16}{5 \cdot 13} \rightarrow \alpha = 75^\circ 45'$$

4. Dados los puntos  $A(-1, 3)$ ,  $B(1, 1)$  y  $C(-3, -2)$

a) Halla la ecuación de la mediatriz del segmento  $AB$ .

Necesitamos hallar el punto medio de AB,  $M \rightarrow M\left(\frac{-1+1}{2}, \frac{3+1}{2}\right) = (0,2)$ , la

mediatriz pasa por M y es perpendicular a la recta AB, cuya pendiente es:

$m = \frac{1-3}{1+1} = -1$ , luego la pendiente de la mediatriz será 1 (inversa y opuesta), la

ecuación de la recta pedida será:  $y = 2 + 1(x - 0) \rightarrow y = 2 + x$

b) Halla la ecuación de una recta que sea paralela a AB y pase por el punto C.

Si es paralela a AB, su pendiente es la misma, es decir  $m = -1$ , y pasa por C:

$y = -2 - 1(x + 3) \rightarrow y = -x - 5$

5. Dado el triángulo de vértices A(-2,1), B(5,4), C(2,-3)

a) Halla su área. Necesitamos una base y la altura correspondiente: base AB y la altura será la distancia de C a AB.

Ecuación de AB:  $m = \frac{4-1}{5+2} = \frac{3}{7} \rightarrow y = 1 + \frac{3}{7}(x+2) \rightarrow y = \frac{3}{7}x + \frac{13}{7}$  en forma

implícita:  $7y = 3x + 13 \rightarrow 3x - 7y + 13 = 0$

Base =  $d(A,B) = \sqrt{(5+2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{58} u$

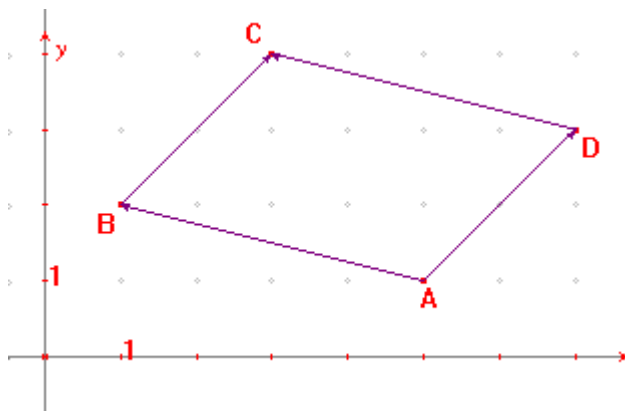
Altura =  $d(C,AB) = \frac{|3 \cdot 2 - 7(-3) + 13|}{\sqrt{3^2 + (-7)^2}} = \frac{40}{\sqrt{58}} u \rightarrow A = \frac{\sqrt{58} \cdot \frac{40}{\sqrt{58}}}{2} = 20 u^2$

b) Halla su perímetro.  $P = d(A,B) + d(B,C) + d(C,A)$

$d(B,C) = \sqrt{(2-5)^2 + (-3-4)^2} = \sqrt{58} u$

$d(A,C) = \sqrt{(2+2)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{32} u \rightarrow P = \sqrt{58} + \sqrt{58} + \sqrt{32} = 2\sqrt{58} + \sqrt{32} u$

6. Comprueba si el cuadrilátero ABCD es un paralelogramo, siendo A(5,1), B(1,2), C(3,4) y D(7,3). Para que sea un paralelogramo los lados no adyacentes tienen que ser paralelos, es decir que, tiene que ser:  $\overline{AB} = \overline{DC}$  y  $\overline{BC} = \overline{AD}$ , lo comprobamos:



$$\overline{AB} = (1-5, 2-1) = (-4, 1)$$

$$\overline{DC} = (3-7, 4-3) = (-4, 1)$$

$$\overline{BC} = (3-1, 4-2) = (2, 2)$$

$$\overline{AD} = (7-5, 3-1) = (2, 2)$$

Comprobado, es un paralelogramo