1. Resuelve las siguientes ecuaciones: **(3 puntos, 1 por apartado)**

a)
$$\frac{2(x-1)}{3} - \frac{3(x-2)}{4} = \frac{4(x-3)}{5} - \frac{3}{10}$$

b)
$$\frac{2x+5}{x+1} - \frac{x+1}{x-3} = 1$$

c)
$$\sqrt{5x-6} + 3 = \sqrt{10x+6}$$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones: (3 puntos; 1,5 por apartado)

$$\mathbf{a)} \left. \begin{array}{l} \sqrt{x+y} = y+3 \\ \frac{2x+y}{2} + \frac{x+9}{4} = x-y \end{array} \right\}$$

$$\mathbf{b)} \left. \begin{array}{l} \frac{2}{y} + \frac{3}{x} = -1 \\ \frac{5(x-2)}{3} - \frac{3(y+1)}{2} = x-7 \end{array} \right\}$$

3. Resuelve el siguientes sistema de inecuaciones: **(1 punto)**

$$\begin{cases} \frac{-x}{3} - 1 > \frac{3x-5}{2} - x - 1 \\ \frac{3-2x}{7} - 2 < \frac{5x}{2} - 2x \end{cases}$$

4. Resuelve la siguiente inecuación: **(1,5 puntos)**

$$\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 3x - 4} \geq 0$$

5. Paco le dice a Pepe: «Dame cinco euros y entonces ambos tendremos la misma cantidad de dinero». Pepe le responde a Paco: «Dame tú diez euros y entonces yo poseeré el doble de lo que a ti te queda». ¿Cuánto dinero tiene cada uno? **(1,5 puntos)**

1. Resuelve las siguientes ecuaciones: (3 puntos, 1 por apartado)

a) $\frac{2(x-1)}{3} - \frac{3(x-2)}{4} = \frac{4(x-3)}{5} - \frac{3}{10}$ MCM(3, 4, 5, 10) = 60. Multiplicando todos los términos por 60:

$$40(x-1) - 45(x-2) = 48(x-3) - 18;$$

$$40x - 40 - 45x + 90 = 48x - 144 - 18;$$

$$-5x + 50 = 48x - 162; -53x = -212;$$

$$x = \frac{-212}{-53} \Rightarrow \underline{\underline{x = 4}}$$

b) $\frac{2x+5}{x+1} - \frac{x+1}{x-3} = 1$ Multipliquemos todos los términos por $(x+1)(x-3)$

$$(2x+5)(x-3) - (x+1)^2 = (x+1)(x-3);$$

$$2x^2 - 6x + 5x - 15 - x^2 - 1 - 2x = x^2 - 3x + x - 3;$$

$$x^2 - 3x - 16 = x^2 - 2x - 3; -3x + 2x = -3 + 16;$$

$$-x = 13 \Rightarrow \underline{\underline{x = -13}}$$

c) $\sqrt{5x-6} + 3 = \sqrt{10x+6}$. Elevemos ambos miembros al cuadrado:

$$5x - 6 + 9 + 6\sqrt{5x-6} = 10x + 6 \Rightarrow 6\sqrt{5x-6} = 5x + 3$$

Volvamos a elevar ambos miembros al cuadrado:

$$36(5x-6) = 25x^2 + 9 + 30x; 180x - 216 = 25x^2 + 9 + 30x;$$

$$25x^2 - 150x + 225 = 0; x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} = \frac{6 \pm 0}{2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x = 3}}$$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones: (3 puntos; 1,5 por apartado)

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} \sqrt{x+y} = y+3 \\ \frac{2x+y}{2} + \frac{x+9}{4} = x-y \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{De la 1}^\text{a} \text{ ecuaci3n: } x+y = (y+3)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow x = y^2 + 9 + 6y - y \Rightarrow \underline{x = y^2 + 5y + 9} \end{array}$$

Quitando denominadores en la 2ª ecuaci3n:

$$4x + 2y + x + 9 = 4x - 4y \Rightarrow x + 6y = -9. \text{ Sustituyendo}$$

$$y^2 + 5y + 9 + 6y = -9 \Rightarrow y^2 + 11y + 18 = 0$$

$$y = \frac{-11 \pm \sqrt{11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18}}{2} = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 72}}{2} = \frac{-11 \pm \sqrt{49}}{2} =$$

$$= \frac{-11 \pm 7}{2} = \begin{cases} y_1 = -2 \\ y_2 = -9 \end{cases}$$

* Si $\underline{y_1 = -2} \Rightarrow x_1 = (-2)^2 + 5(-2) + 9 \Rightarrow \underline{x_1 = 3}$

* Si $\underline{y_2 = -9} \Rightarrow x_2 = (-9)^2 + 5(-9) + 9 \Rightarrow \underline{x_2 = 45}$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} \frac{2}{y} + \frac{3}{x} = -1 \\ \frac{5(x-2)}{3} - \frac{3(y+1)}{2} = x-7 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Eliminando denominadores en la 1}^\text{a} \\ \text{ecuaci3n: } 2x + 3y = -xy \Rightarrow \\ \Rightarrow xy + 3y = -2x \Rightarrow y(x+3) = -2x; \end{array}$$

$$y = \frac{-2x}{x+3}. \text{ Eliminando denominadores en la 2}^\text{a} \text{ ecuaci3n:}$$

$$10x - 20 - 9y - 9 = 6x - 42 \Rightarrow 4x - 9y = -13.$$

$$\text{Sustituyendo: } 4x - 9 \frac{-2x}{x+3} = -13 \Rightarrow 4x + \frac{18x}{x+3} = -13$$

$$\Rightarrow 4x(x+3) + 18x = -13(x+3) \Rightarrow 4x^2 + 12x + 18x = -13x - 39$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 43x + 39 = 0$$

$$x = \frac{-43 \pm \sqrt{43^2 - 4 \cdot 4 \cdot 39}}{2 \cdot 4} = \frac{-43 \pm \sqrt{1225}}{8} = \frac{-43 \pm 35}{8} =$$

$$= \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{78}{8} = -\frac{39}{4} \end{cases}$$

* Si $\underline{x_1 = -1} \Rightarrow y_1 = \frac{-2(-1)}{-1+3} = \frac{2}{2} \Rightarrow \underline{y_1 = 1}$

* Si $\underline{x_2 = -\frac{39}{4}} \Rightarrow y_2 = \frac{-2(-\frac{39}{4})}{-\frac{39}{4}+3} = \frac{\frac{39}{2}}{-\frac{27}{4}} = -\frac{4 \cdot 39}{2 \cdot 27} \Rightarrow \underline{y_2 = -\frac{26}{9}}$

3. Resuelve el siguientes sistema de inecuaciones: (1 punto)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{-x}{3} - 1 > \frac{3x-5}{2} - x - 1 \\ \frac{3-2x}{7} - 2 < \frac{5x}{2} - 2x \end{array} \right. \text{Eliminemos denominadores: } \left. \begin{array}{l} -2x - 6 > 9x - 15 - 6x - 6 \\ 6 - 4x - 28 < 35x - 28x \end{array} \right\};$$

$$\left. \begin{array}{l} -2x - 6 > 3x - 21 \\ -4x - 22 < 7x \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} x < 3 \\ x > -2 \end{array} \right\}; \quad \left. \begin{array}{l} (-\infty, 3) \\ (-2, +\infty) \end{array} \right\}$$

Solución del sistema:

$$\underline{\underline{(-\infty, 3) \cap (-2, +\infty) = (-2, 3)}}$$

4. Resuelve la siguiente inecuación: (1,5 puntos)

$$\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 3x - 4} \geq 0 \text{ Factoricemos. } x^2 + x - 6 = (x+2)(x-3),$$

$$x^2 + 3x - 4 = (x-1)(x+4). \text{ Por tanto la inecuación es}$$

$$\text{equivalente a esta otra: } \frac{(x+2)(x-3)}{(x-1)(x+4)} \geq 0.$$

Las raíces son: $-2, 3, 1$ y -4 . Colocándolas ordenadamente y estudiando el signo obtendremos la solución:

$(-\infty, -4)$	$(-4, 2)$	$(-2, 1)$	$(1, 3)$	$(3, +\infty)$
-4	-3	-2	-1	0
$+$	$-$	$+$	$-$	$+$

$$\underline{\underline{\text{Solución: } (-\infty, -4) \cup [-2, 1) \cup [3, +\infty)}}$$

5. Paco le dice a Pepe: «Dame cinco euros y entonces ambos tendremos la misma cantidad de dinero». Pepe le responde a Paco: «Dame tú diez euros y entonces yo poseeré el doble de lo que a ti te queda». ¿Cuánto dinero tiene cada uno? (1,5 puntos)

Llamemos x : dinero que tiene Paco
 y : dinero que tiene Pepe

$$\text{Entonces : } \left. \begin{array}{l} x + 5 = y - 5 \\ 2(x - 10) = y + 10 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$(*) \left. \begin{array}{l} x - y = -10 \\ 2x - y = 30 \end{array} \right\} . \text{ Por reducción restando ambas :}$$

$$-x = -40 \Rightarrow \underline{\underline{x = 40}}$$

$$\text{Sustituyendo en } (*): 40 - y = -10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -y = -50 \Rightarrow \underline{\underline{y = 50}}$$

Por tanto Paco tiene 40 euros y Pepe tiene 50 euros.