Trigonometría

1.- Un carpintero quiere construir una escalera de tijera cuyos brazos, una vez abiertos, formen un ángulo de 60º. Si la altura de la escalera, estando abierta es de 2 m, ¿qué longitud deberá tener cada brazo?

Sol: Cada brazo deberá medir (aprox.) 2,3 m

2.- Para calcular la altura de una iglesia, Víctor sube al campanario y lanza el extremo de una cuerda de 51 metros hacia fuera. Ramón se aleja con la cuerda hasta que se tensa y la clava en el suelo, formando un ángulo de 42º. a) ¿Cuál es la altura del campanario? b) ¿A qué distancia está Ramón de la base del campanario?

Sol: a) A 34,13 m. b) A 37,9 m

3.- Para hallar la altura a la que se encuentra un globo, procedemos del siguiente modo: Rosa se coloca en el punto B y yo en el punto A, a 5 m de ella, de tal forma que los puntos A,B y C quedan alineados. Si los ángulos α y β miden 40º y 50º respectivamente, ¿a qué altura se encuentra el globo?

Sol: A 14,28 m de altura

4.- Dado un triángulo rectángulo con dimensiones 41mm, 32,5mm y 25mm Calcula las razones trigonométricas del ángulo β, ángulo formado por el cateto de mayor longitud y la hipotenusa.

Sol: Sen β = 0,61; cos β = 0,79; tan β = 0,77

5.- En un triángulo rectángulo recto en C, conocemos $\hat{B} = 50^{o}$ y $\overline{BC} = 7$ cm. Calcula $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ y $\hat{A}$.

Sol : AB= 10,89 cm ; AC= 8,34 cm; A=40°

6.- Calcula los ángulos de un rombo cuyas diagonales midan 12 y 8 cm, respectivamente.

Sol: Un ángulo mide 112,6° y el otro 67,4°

7.- Calcula la altura de una torre sabiendo que su sombra mide 13 m cuando los rayos del sol forman un ángulo de 50º con el suelo.

Sol: La torre mide 15,49 m

8.- Dos edificios de igual altura, distan entre sí 150 m. Desde un punto que está entre los edificios, vemos que las visuales a los puntos más altos de estos forman con la horizontal ángulos de 35º y 20º. ¿Cuál es su altura?

Sol: Cada edificio mide 35,66 m

9.- De un triángulo rectángulo se sabe que uno de sus catetos mide 5 cm y un ángulo mide 45º. ¿Cuánto mide la hipotenusa, el otro cateto y el otro ángulo agudo?

Sol: El otro cateto 5 cm, la hipotenusa 7,1 cm y el otro ángulo 45°

10.- Los brazos de un compás miden 12 cm y forman un ángulo de 60º. ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa apertura?

Sol: De 12 cm

11.- Una señal de peligro en una carretera nos advierte que la pendiente es del 12%. ¿qué ángulo forma este tramo de carretera con la horizontal? ¿Cuántos metros hemos descendido después de recorrer 7 km?

Sol: El ángulo es de 6,84° y se habrán descendido 834 m

12.- En una ruta de montaña una señal indica una altitud de 785 m. Tres kilómetros más adelante, la altitud es de 1065 m. Halla la pendiente de esa ruta y el ángulo que forma con la horizontal.

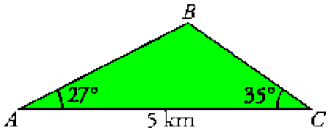
Sol: Ángulo de 5,35° y pendiente del 9,37%

13.- El diámetro de una moneda de dos euros es de 2,5 cm. Averigua el ángulo que forman sus tangentes trazadas desde una distancia de 4,8 cm del centro.

Sol: 30,19°

14.- Si la sombra de un poste es la mitad de su altura, ¿qué ángulo forman los rayos del sol con el horizonte?

Sol: 63,43º



15.- En dos comisarías de policía, A y C, se escucha la alarma de un banco B. Con los datos de la figura, calcula la distancia del banco a cada una de las comisarías.

Sol: De A a B hay 3,23 km y de C a B hay 2,56 km

16.- Desde el lugar donde me encuentro la visual de la torre forma un ángulo de 32º con la horizontal. Si me acerco 15m, el ángulo es de 50º. ¿Cuánto mide la torre?

Sol: La altura es de 19,4 m

17.- Desde la torre de control de un aeropuerto se establece comunicación con un avión que va a aterrizar. En ese momento el avión se encuentra a una altura de 1200 m y el ángulo de observación desde la torre es de 30º. ¿A qué distancia está el avión del pie de la torre si ésta mide 40 m de altura?

Sol: Distancia de 2340 m

18.- Calcula la altura de la luz de un faro sobre un acantilado cuya base es inaccesible, si desde un barco se toman las siguientes medidas:

- El ángulo que forma la visual hacia la luz con el horizonte es de 25º
- Nos alejamos 200 m y el ángulo que forma ahora dicha visual es de 10º.

Sol: La altura de la luz del faro es de 53,93 m

19.- Una escultura está colocada sobre un pedestal de 1,5 m de altura. Desde un punto del suelo se ve la escultura bajo un ángulo de 42º y el pedestal bajo un ángulo de 18º. Calcula la altura de la escultura.

Sol: La escultura mide 2,66 m

20.- ¿Cuál es la inclinación de una escalera de 4 m de altura que está apoyada sobre una pared si su base dista 2 m de ésta?

Sol: Inclinación de 60°

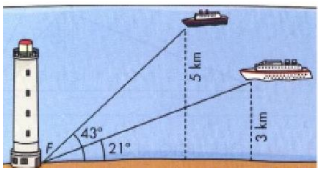
21.- Dos barcos salen de un puerto con rumbos distintos formando un ángulo de 58º, y con velocidades de 18 y 22 nudos (1 nudo = 1 milla/hora). ¿A qué distancia se encontrarán al cabo de una hora?

Sol: A 19,7 millas de distancia

22.- Calcula la altura de una torre sabiendo que la sombra que proyecta es de 108 m cuando el sol está elevado un ángulo de 50º sobre el horizonte.

Sol: La altura de la torre es de 128,71 m

23.- Desde el faro F se observa el barco A bajo un ángulo de 43º con respecto a la línea de la costa; y el barco B, bajo un ángulo de 21º. El barco A está a 5 km de la costa y el B a 3 km. Calcula la distancia entre los barcos.



Sol: 3,16 km

24.- Si α es un ángulo obtuso y sen α =0,4, ¿cuánto valen las otras dos razones trigonométricas?

Sol: Cos a=-0,9165; tg a=-0,4364

25.- Observamos el punto más alto de una torre bajo un ángulo de 72º sobre la horizontal. Si nos alejamos 350 m, se ve bajo uno de 31º. ¿Cuánto mide la torre?

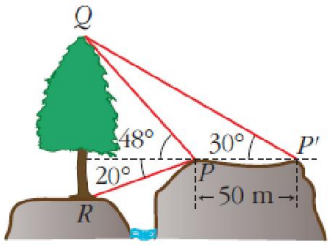
Sol: La altura de la torre es 261,3 m

26.- Un avión que vuela a 3 Km de altura, ve un pueblo A bajo un ángulo de 40º con respecto a la horizontal de vuelo (ángulo de depresión) y otro pueblo B bajo un ángulo de 15º. ¿Qué distancia hay entre A y B?

Sol: 7621 m

27.- Alfonso está haciendo volar su cometa. Ha soltado ya 47 m de hilo y el ángulo que forma la cuerda de la cometa con la horizontal es de 52º. ¿A qué altura, h, se encuentra la cometa?

Sol: A 37 m de altura



28.- Halla la altura del árbol *QR* de pie inaccesible y más bajo que el punto de observación, con los datos de la figura.

Sol: 79,82 m

29.- Conocemos la distancia de nuestra casa a la iglesia, 137m; la distancia de nuestra casa al depósito de agua, 211m y el ángulo, 43º, bajo el cual se ve desde nuestra casa el segmento cuyos extremos son la iglesia y el depósito. Calcula la distancia entre la iglesia y el depósito.

Sol: 144,93 m

30.- Si el coseno de un ángulo del segundo cuadrante vale -0,05, calcula las otras dos razones trigonométricas

Sol: Sen a=0,9987; tg a= -19,9750

31.- Si *a* es un ángulo del 3º cuadrante y sen *a* = - 0,9, calcula las otras dos razones trigonométricas.

Sol: Cos a= -0,4359; tg a= 2,0647

32.- Si *a* es un ángulo del 4º cuadrante y tg *a* = -5/3, calcula las otras dos razones trigonométricas.

Sol: Cos a= 0,514; Sen a= -0,8575

33.- Determina, sin calculadora, para qué ángulos comprendidos entre 0 y 2π radianes se verifica que $sen\alpha = 1/2$; $Cos\beta = 1/2$ y $\tan\phi = -1$.

Sol: $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ó $\frac{5\pi}{6}$ rad. $\beta = \frac{\pi}{3}$ ó $\frac{5\pi}{3}$ rad.

34.- Completa la tabla sin utilizar la calculadora. ¿Hay varias soluciones posibles? Calcula además A, B y C:

	A =210 ó 300	**B** =30 ó 330	**C** = 45 ó 225
sen	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\pm\frac{1}{2}$	$\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$
cos	$\pm\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$
tg	$\mp\sqrt{3}$	$\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$	1

35.- El piloto de un avión observa un punto del terreno con un ángulo de depresión de 30°. 18 segundos más tarde, el ángulo de depresión obtenido sobre el mismo punto es de 55°. Si vuela horizontalmente y a una velocidad de 400 km por hora, halla la altura del vuelo.

Sol: La altitud de vuelo es de 1,94 Km

36.- Dos circunferencias de radios 15 y 9 cm son secantes. Las dos rectas tangentes comunes a ambas circunferencias se cortan formando un ángulo de 45°. Calcula la distancia del punto de corte de las rectas tangentes a los centros de las circunferencias.

Sol: d_1=23,52 cm; d_2=39,2 cm.

37.- Comprueba que:

$a)\ tg\alpha + \text{cotg}\alpha = \sec\alpha \cdot \text{cosec}\alpha \qquad b)\ \frac{1+tg\alpha}{1-tg\alpha} = \frac{\cos\alpha + sen\alpha}{\cos\alpha - sen\alpha}$

38.- El coseno de un ángulo del primer cuadrante vale 12/13. Calcula:

$a) sen(180+\alpha)\quad b) tg(90-\alpha)\quad c)\cos(180-\alpha)\quad d) sen(-\alpha)$

Sol: a) -5/13; b) 12/5; c)-12/13; d) -5/13

39.- Pasa a radianes los siguientes ángulos: 210° y 70°

Sol: 210° = 7π/6; 70° =7π/18

40.- Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas, expresando los resultados en radianes.

$a)\ tg\ x = -2 \qquad b)\ 2 - 5\cos x = 6 \qquad c)\ senx = 0{,}81$

S: a) x= -0,35 π+k π b) x_1=0,8 π+2k π; x_2=1,2 π+2k π; c) x_1=0,3 π+2k π; x_2=0,7 π+2k π;

41.- Comprueba las siguientes identidades:

$a)\ sen\alpha \cdot \cos\alpha \cdot \tan\alpha \cdot \text{cotan}\alpha \cdot \sec\alpha \cdot \text{cosec}\alpha = 1$

$b)\ \frac{1+tg^2\alpha}{\text{cotg}\alpha} = \frac{tg\alpha}{\cos^2\alpha} \qquad c)\ \frac{1-sen\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\cos\alpha}{1+sen\alpha}$

$d)\ tg^1\alpha \cdot (1 - sen^2\alpha) = sen^2\alpha \qquad e)\ \frac{sen\alpha \cdot \cos\alpha}{tg\alpha} = 1 - sen^2\alpha$

$f)(1+tg^2\alpha)\cdot\cos^2\alpha = 1 \qquad g)\cos\alpha + \frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha}$

42.- Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

$a)\ tg^2x + 3 = 2\cdot\sec^2 x \qquad b)\ 2sen^2x + \cos x = 1$

$c) 2\cos x = 3\cdot\tan x \qquad d) 2tgx - 3\cdot\text{cotg}x - 1 = 0$

$e)\cos^2 x - 3\cdot sen^2 x = 0 \qquad f)\ 3\cdot sen^2x - 5\cdot senx + 2 = 0$

Sol: a) x_1=45°, x_2=315°, x_3=135°, x_4=225°; b) x_1=0°; x_2=360°; x_3=120°; x_4=240°
c)x_1=30° ; x_2=330° ; d) x_1=45° ; x_2=225°;x_4=303,7° ; x_4=123,7° ;
e) x_1=30° ; x_2=-30° ; f) x_1=90° ; x_2=41,8° ; x_3=318,2°

43.- Resuelve los siguientes sistemas:

$a)\begin{cases} senx + \cos y = 3/2 \\ 3\cdot senx - 2\cdot\cos y = 2 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} sen\ x + sen\ y = 1 \\ x + y = 90° \end{cases}$

$x=90°+360k$; $y_1=60°+360k$; $y_2=300°+360k$ $\qquad$ $x_1=0+360k; x_2=90+360k$; $y_1=90+360k; y_2=0+360k$

44.- Si cos x = $1/\sqrt{5}$ y $\pi < x < 2\pi$. Halla el resto de sus razones trigonométricas.

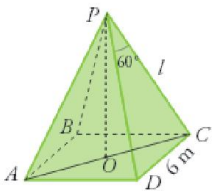
Sol: $Sen\ x = \frac{2\sqrt{5}}{5}; \tan x = 2; Sec\ x = \frac{\sqrt{5}}{5}; \text{Cosec}\ x = \frac{\sqrt{5}}{2}; \text{cotg}\ x = \frac{1}{2}$

45.- Calcula el valor del seno, coseno y tangente del ángulo de 120°, relacionándolos con un ángulo del primer cuadrante.

Sol: Sen 120=Sen 60= $\frac{\sqrt{3}}{2}$; Cos 120= -Cos 60= -1/2; tg 120=-tg 60= $-\sqrt{3}$

46.- Si $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = \frac{2}{3}$ y $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, calcular las razones trigonométricas de α.

Sol: $Cos\alpha = -\frac{2}{3}$; $sen\ \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ y $\tan x = \frac{\sqrt{5}}{2}$



47.- El lado de la base de una pirámide cuadrangular regular mide 6 m y el ángulo *APD*= 60°. Halla su volumen.

Sol: $V = 36\sqrt{2}\ m^3$

48.- Halla el ángulo que forma la diagonal de un cubo de arista 6 cm con la diagonal de su base.

Sol: 35° 15' 52''

49.- La base de un triángulo isósceles mide 64 cm y el ángulo que se forma entre sus lados iguales de de 40°. Calcula su perímetro y su área.

Sol: P=252,24 cm; A=2.831,04 cm