

POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

PRODUCTOS NOTABLES

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$$

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

OPERACIONES CON POLINOMIOS; SUMAS Y PRODUCTOS

1. Sean los polinomios:

$$p(x) = \frac{1}{3}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + 2 \quad q(x) = 2x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 2x \quad c(x) = (3x^2 + 2)$$

Calcular:

$$5(p(x) - 2q(x)) - (q(x) - p(x))$$

$$c(x)^2 + (2p(x) - q(x)) - (c(x) + p(x)) + 3c(x)$$

$$(6p(x) + \frac{1}{3}q(x)) - (\frac{1}{2}p(x) + q(x)) + c(x)^3$$

RECONOCER PRODUCTOS NOTABLES

2. Efectuar las multiplicaciones, reconociendo productos notables:

$$(2x-3)(2x+3)(4x^2+9)$$

$$(3x-\sqrt{5})^2(3x+\sqrt{5})^2$$

$$(5x+\sqrt{7})(5x-\sqrt{7})(25x^2-7)$$

$$(2x-3\sqrt{2})^2(2x+3\sqrt{2})^2$$

3. Descomponer en producto de factores, bien sacando factor común o bien reconociendo los desarrollos:

$$6x^4 - 150x^2 \quad x^4 - 16 \quad x^2 - 49 \quad x^2 - 14x + 49 \quad x^3 - 49x$$

$$5x^5 - 80x \quad 2x^3 - 28x^2 + 98x \quad x^4 - 18x^2 + 81 \quad 5x^5 - 10x^4 + 5x^3$$

$$x^4 - \frac{81}{256} \quad x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} \quad x^4 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16} \quad 4x^2 - 12x + 9 \quad x^4 + \frac{2}{9}x^2 + \frac{1}{81}$$

4. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

$$\frac{3x^2}{x^2 - 6x} \quad \frac{x^2 - 14x + 49}{x^2 - 49} \quad \frac{x^3 - 10x^2 + 25x}{2x^3 - 50x} \quad \frac{x^4 - 16}{x^4 + 8x^2 + 16}$$

DIVISIÓN DE POLINOMIOS

5. Calcula el cociente y el resto de cada una de las divisiones:

$$(x^4 - 4x^2 + 12x - 9) : (x^2 - 2x + 3)$$

$$(3x^3 - 5x^2 + 7x - 3) : (x^2 - 1)$$

$$(3x^4 - x^2 - 1) : (3x^2 - 3x - 4)$$

$$(6x^5 + 9x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 8x + 5) : (3x^2 - 3x - 1)$$

6. ¿Cuánto han de valer a y b para que la siguiente división sea exacta?

$$x^4 - 5x^3 + 3x^2 + ax + b : x^2 - 5x + 1$$

¿Y cuánto han de valer a y b para que el resto de la división sea $3x - 7$?

7. Expresa el resultado de las siguientes divisiones en la forma $\frac{D}{d} = c + \frac{r}{d}$

$$\frac{x^3 - x^2 + 2x + 1}{x^2 + 5x - 2} \quad \frac{3x^4 + 4x^2 - 52x + 2}{x^2 + 2} \quad \frac{x^4 + 3x^2 + 2x + 3}{x^2 + 4x - 1}$$

DIVISIÓN DE POLINOMIOS: REGLA DE RUFFINI

8. Efectuar las siguientes divisiones aplicando la regla de Ruffini para calcular los polinomios cociente y resto:

$$(2x^4 + x^3 - 3x^2 + 5x + 1) : (x - 2)$$

$$(3x^3 + 2x^2 + 1) : (x + 3)$$

$$(x^5 + 3x^3 - 3x + 2) : (x + 1)$$

$$(x^4 - 81) : (x - 3)$$

9. Efectuar las siguientes divisiones aplicando la regla de Ruffini para calcular los polinomios cociente y resto:

$$(x^6 + 5x^4 - 3x^2 + 1) : (2x - 4)$$

$$(x^3 + 2x^2 - 5x + 1) : (2x + 3)$$

$$(3x^3 + x^2 + 3x + 2) : (3x - 1)$$

$$(x^5 + 2x^4 - x^2 + 3x - 2) : (-2x + 1)$$

Si la división es entre (a x - b), o sea el coeficiente de x no es 1, tener en cuenta que:

$$P(x) \left| \begin{array}{l} ax - b \\ \hline \end{array} \right. P(x) = (ax - b)C(x) + R \quad (\text{dividendo} = \text{divisor} * \text{cociente} + \text{resto})$$

$$\underline{R} \quad C(x)$$

$$P(x) = (ax - b) * C(x) + R$$

$$P(x) = a \left(x - \frac{b}{a} \right) C(x) + R$$

$$\frac{P(x)}{a} = \left(x - \frac{b}{a} \right) C(x) + \frac{R}{a}$$

$$P''(x) = \left(x - \frac{b}{a} \right) C(x) + R'$$

VALOR NUMÉRICO DE UN POLINOMIO, RAÍCES O CEROS DE UN POLINOMIO

10. Calcula el valor numérico del polinomio $p(x) = x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 18x + 72$ para $x = -1$, $x = 0$, $x = -2$, $x = 2$ y $x = 3$. ¿Cuáles de esos valores son raíces del polinomio?.

11. **Teorema fundamental del Álgebra:**

Todo polinomio de grado n tiene n raíces.

Nosotros nos centraremos fundamentalmente en **detectar en primer lugar**, si existen, las raíces enteras, esto es, las que pertenecen al conjunto \mathbf{Z} , así:

Las raíces enteras de un polinomio, si existen, se encuentran entre los divisores del término independiente:

(Las raíces racionales o irracionales que tuviese las detectamos s más adelante)

Busca algunas raíces enteras, en los polinomios:

$$p(x) = 6x^4 - 5x^3 - 23x^2 + 20x - 4$$

$$q(x) = 2x^3 - 3x^2 - 9x + 10$$

$$j(x) = x^4 - 5x^2 + 4$$

TEOREMA DEL RESTO

“El valor numérico del polinomio $P(x)$ para $x = a$ coincide con el resto de la división entre el polinomio $p(x)$ y el binomio $(x - a)$ ”:

$$P(a) = R$$

Demostración:

$$P(x) \begin{array}{l} | \\ \hline x - a \end{array} \quad P(x) = (x - a)C(x) + R$$

$$\underline{R} \quad C(x) \quad \text{para } x = a \text{ es } P(a) = (a - a)C(x) + R = R \quad \text{luego } P(a) = R$$

12. Aplica la regla de Ruffini para calcular $P(-2)$ y $P(5)$ siendo:

$$P(x) = x^4 - 3x^2 + 5x - 7$$

13. Hallar “p” para que sea exacta la división del polinomio $P(x) = x^2 - 2x + p$ entre el polinomio $Q(x) = x + 3$

14. Buscar el valor de “r” para que sea nulo el resto de la división:

$$\left(x^3 - \frac{2}{3}x^2 + rx + \frac{7}{9}\right) : \left(x + \frac{1}{3}\right)$$

15. ¿Qué valor ha de tomar “m” para que $P(x) = x^5 - 8x^2 + mx - 6x^3 + 1$ sea divisible por el binomio $x - 4$?

16. ¿Qué valor ha de tomar “b” para que $x - 3$ sea un factor del polinomio:

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 2x - 2b - 2$$

17. En el polinomio $P(x) = x^4 - 3x^3 + 2x - 2m$ determinar “m” para que al dividirlo por el binomio $x + 4$ su resto sea 16.

18. Hallar el valor de “r” para que -2 sea un cero del polinomio

$$P(x) = -3x^3 + x^2 + 2rx - 4$$

19. Obtener $P(8)$ siendo $P(x) = -x^3 + x^2 + 2x - 4$ utilizando el teorema del resto.

20. Obtener el valor de “b” sabiendo que $P(2)=5$ en el polinomio

$$P(x) = x^4 - x^2 + bx + 5$$

21. ¿Cuánto vale “k” en $P(x) = x^3 - 3kx^2 + 2x - 5$ si $P(2)=4$?

22. Obtener $P(2)$ en $P(x) = -2x^3 - x^2 + 2x - 3$ de dos formas diferentes.

23. Calcular, sin realizar la división, el resto de las siguientes divisiones:

$$P(x) = 2x^4 + 4x^2 - 6x - 10 \text{ entre } Q(x) = 2x + 1$$

$$P(x) = -x^3 + 2x^2 - 3x - 1 \text{ entre } Q(x) = -3x + 2$$

24. ¿Es divisible $P(x) = x^4 + 3x^3 - 6x + 2$ por $(5x - 1)$?

25. ¿Es exacta la división $(x^4 + 3x^3 - 6x + 2) : (4x + 2)$?

26. ¿Es divisible $P(x) = x^4 + 4x + 5 - 3x^3$ por $(3x + 1)$?

27. Hallar “m” y “n” sabiendo que el polinomio $P(x) = x^2 + mx + n$ es divisible por $P(x) = x^2 - 4x + 3$

28. Hallar “m” y “n” para que sea exacta la división:

$$(2x^4 - 5x^3 + 2x^2 + mx + n) : (x^2 - 3x + 2)$$

29. Hallar “k” para que sea exacta la división:

$$(x^4 + kx^2 + (k-1)x - 2) : (x - \frac{1}{2})$$

30. Hallar “k” para que la división tenga de resto 4:

$$(x^4 - kx^2 + (k+2)x + 1) : (2x - 1)$$

TEOREMA DEL FACTOR.

Si $x = a$ es raíz del polinomio $P(x)$ entonces $P(x)$ es divisible por $(x - a)$, esto es $(x - a)$ es factor de $P(x)$:

$$P(x) = (x - a) C(x)$$

Demostración:

$$P(x) \begin{array}{l} \underline{ x - a} \\ \end{array} \quad P(x) = (x - a)C(x) + R$$

\underline{R} $C(x)$ por el teorema del resto $P(a)=R$ y como a es raíz es $P(a)=0$ luego es $R = 0$, entonces queda $P(x) = (x - a)C(x)$

FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS I

31. Escribe un polinomio que tenga por raíces:

$$x_1 = \frac{4}{3}, x_2 = \frac{5}{2}, x_3 = -1$$

$$x_1 = x_2 = 2, x_3 = -\frac{3}{4}$$

$$x_1 = 5, x_2 = -2, x_3 = -\sqrt{3}, x_4 = \sqrt{3}$$

$$x_1 = 4, x_2 = -1 \text{ doble}, x_3 = \frac{1}{2}$$

$$x_1 = 0, x_2 = \sqrt{2}, x_3 = -\sqrt{2}, x_4 = \frac{1}{4}$$

$$x_1 = 1 \text{ triple}, x_2 = 0 \text{ doble}$$

¿EN QUE CONSISTE RESOLVER UNA ECUACIÓN?

Sea f una función real de variable real, la igualdad $f(x) = b$ en la que “ b ” es un número real conocido y “ x ” un número real a determinar se le llama una **ecuación**. A la letra “ x ” se le llama **incógnita**, y todo número “ x ” que verifique la citada igualdad se denomina una **solución** de la ecuación.

Entendemos por resolver la ecuación $f(x) = b$, encontrar el conjunto S de sus soluciones.

LA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO

Si tomamos f como $f(x) = ax$ donde “ a ” es un número real conocido y distinto de cero, obtenemos la ecuación de primer grado con una incógnita:

$$\begin{aligned}f(x) &= b \\ax &= b\end{aligned}$$

Si tomamos p como $p(x) = ax + b$, resolver la ecuación $p(x) = 0$ sería calcular el valor “ x ” para el cuál el polinomio $p(x)$ se anula, esto es, la raíz del polinomio $p(x)$.

Para resolver una ecuación de primer grado se quitan paréntesis y denominadores convenientemente y se reduce todo a una ecuación del tipo $ax = b$

32. Resolver las siguientes ecuaciones:

$$\frac{2x+3}{5} + \frac{2x-1}{2} - 2x = 1 + \frac{4x-1}{10}$$

$$(5x-3)^2 - 5x(4x-5) = 5x(x-1)$$

$$2\left(\frac{3x+5}{5} - \frac{3x+1}{2}\right) - 3x = \frac{16x+5}{5} - 2x$$

$$\frac{x-5}{2} - \frac{x-10}{12} = \frac{3-x}{4} - \frac{x-2}{3}$$

$$\frac{1}{3}(9-3x) + \frac{1}{4}(x-2)(x+1) = \frac{(x-1)^2}{4}$$

$$\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{1+x}{2} = \frac{(x-1)^2}{16} - \frac{2+x}{4}$$

LA ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

Si tomamos p como $p(x) = ax^2 + bx + c$, resolver la ecuación $p(x) = 0$ sería calcular los valores “ x ” (si los hay) para los cuales el polinomio $p(x)$ se anula, esto es, las raíces del polinomio $p(x)$.

Para resolver una ecuación de segundo grado aplicamos la fórmula:

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

¿Cuántas soluciones hay de la ecuación de 2º grado?:

si $b^2 - 4ac > 0$ hay dos soluciones $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ y $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

si $b^2 - 4ac = 0$ las dos soluciones son iguales $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

si $b^2 - 4ac < 0$ no hay solución real

33. Resolver las siguientes ecuaciones:

$$4x^2 - 12x + 5 = 0$$

$$-3x^2 - 8x + 3 = 0$$

$$x^2 - 4\sqrt{2}x + 6 = 0$$

$$-6x^2 - x + 1 = 0$$

$$2x^2 + 5x + 1 = 0$$

$$4x^2 - 12\sqrt{5}x + 45 = 0$$

$$(x^2 - 1)^2 = x(x^3 + 1)$$

$$x^2 + \sqrt{3}x + \sqrt{5} = 0$$

ECUACIONES BICUADRADAS

34. Resolver las siguientes ecuaciones bicuadradas:

$$9x^4 + 16 = 40x^2$$

$$x^4 - 29x^2 + 100 = 0$$

$$x^4 + 5x^2 = 0$$

$$x^4 + 21x^2 - 100 = 0$$

$$x^4 + 5x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 = \frac{12}{x^2 + 1}$$

Relación entre las raíces x_1 y x_2 de una ecuación de segundo grado y los coeficientes a , b y c de la ecuación

$$ax^2 + bx + c = 0$$

la suma de las raíces es: $x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b}{a}$

el producto de las raíces es: $x_1 \cdot x_2 = \frac{(-b + \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a} \cdot \frac{(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a} = \frac{c}{a}$

en el caso particular de $a = 1$ queda:

$$x^2 + bx + c = 0$$

la suma de las raíces es: $x_1 + x_2 = -b$ opuesto del coeficiente de la x

el producto de las raíces es: $x_1 \cdot x_2 = c$ término independiente

35. Obtener las raíces α y β de las siguientes ecuaciones de 2º grado y factorizar el polinomio $ax^2 + bx + c$ de la forma $a(x - \alpha)(x - \beta)$

$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$16x^2 - 16x + 3 = 0$$

$$x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$25x^2 - 30x + 9 = 0$$

36. Deducir las raíces de la ecuación de 2º grado en la que se sabe que la suma y el producto son:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{suma} = 5 \\ \text{producto} = 6 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{suma} = \frac{3}{2} \\ \text{producto} = \frac{1}{2} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{suma} = -\frac{5}{6} \\ \text{producto} = -\frac{1}{6} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{suma} = \frac{1 + \sqrt{3}}{3} \\ \text{producto} = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{array} \right.$$

37. Escribir una ecuación de 2º grado cuyas raíces sean α y β :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = -1 \\ \beta = 4 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = -2 \\ \beta = -\frac{3}{2} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = -\frac{5}{6} \\ \beta = -\frac{1}{3} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 1 - \sqrt{3} \\ \beta = 1 + \sqrt{3} \end{array} \right.$$

FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS II

Recordemos el teorema del factor: Si $x = a$ es raíz del polinomio $P(x)$ entonces $P(x)$ es divisible por $(x - a)$, esto es $(x - a)$ es factor de $P(x)$:

$$P(x) = (x - a) C(x)$$

38. Descomponer en factores estos polinomios y di cuáles son sus raíces:

$$r(x) = x^4 + x^3 - 27x^2 - 25x + 50$$

$$p(x) = 6x^4 - 5x^3 - 23x^2 + 20x - 4$$

$$q(x) = 2x^3 - 3x^2 - 9x + 10$$

$$j(x) = x^4 - 5x^2 + 4$$

$$h(x) = x^5 - 7x^4 + 10x^3 - x^2 + 7x - 10$$

$$j(x) = 4x^2 + 4x + 1$$

$$s(x) = x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 12x + 12$$

M.C.D y m.c.m DE POLINOMIOS

39. Calcula el M.C.D y el m.c.m de cada pareja de polinomios

$$A(x) = x^2 - 4 \quad B(x) = x^2 - 4x + 4$$

$$A(x) = x^4 - 7x^3 + 12x^2 \quad B(x) = x^5 - 3x^4 - 4x^3$$

$$A(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \quad B(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$$

$$A(x) = x^2 + x - 12 \quad B(x) = x^3 - 9x$$

$$A(x) = x^3 + x^2 - x - 1 \quad B(x) = x^3 - x$$

$$A(x) = x^6 - x^2 \quad B(x) = x^3 - x^2 + x - 1$$

FRACCIONES ALGEBRAICAS

40. Efectuar, simplificando el resultado lo más posible:

$$\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2-x} \quad \frac{7}{x-7} - \frac{7}{x+7} + \frac{x^2+49}{x^2-49} \quad \frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} + \frac{1}{x^2+4x+4}$$

$$\left(1 - \frac{9}{x^2}\right) \frac{4x}{x^2-6x+9} \quad \left(1 + \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2}\right) \left(\frac{3}{x+3} + \frac{3}{x-3}\right) \quad \left(1 - \frac{49}{x^2}\right) \frac{x^2-2x}{x^2-14x+49} \frac{3x}{x^2-4}$$

$$\frac{x^2-3x}{x^2-4x+4} : \left(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}\right) \quad \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right) \cdot \frac{x^2+5x}{x^2-1} \cdot \frac{4x}{x^2-25}$$

$$\frac{3}{x^3-4x} - \frac{3}{x^3-2x^2} + \frac{1}{x^4-4x^3+4x^2} \qquad \frac{x^3-x^2}{x^2-5x+6} \cdot \frac{x^2-4}{x^2+x}$$

$$\frac{1}{x^2-9x+20} - \frac{1}{x^2-11x+30} + \frac{1}{x^2-10x+24} \qquad \frac{3x^2+6x+3}{x^4+x^2} : \frac{x^2+2x+1}{x^3+x^2}$$

$$\left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}\right) : \left[\left(\frac{1+x}{1-x} - 1\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1+x}\right)\right] \qquad \frac{4x^2-1}{x^2-10x+25} : \frac{2x+1}{x^2-25}$$

$$\left(3 - \frac{4x+20}{2x+5}\right) : \left[\left(4 - \frac{16}{x} + \frac{15}{x^2}\right) \cdot \left(\frac{4}{x} - 4 - \frac{15}{x^2}\right)\right] \qquad \frac{x^2-1}{x^2-4} : \frac{x^2+4x+4}{x^2+2x+1}$$

$$\left(\frac{2x+1}{2x^2+2x} - \frac{3x-5}{x^2+5x+6}\right) : \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right)$$

ECUACIONES RACIONALES

41. Resolver las siguientes ecuaciones racionales:

$$\frac{5}{x-2} + \frac{16}{x-5} + 3 = 0 \qquad \frac{x+2}{x+3} + \frac{2x-4}{x-3} = 3 + \frac{6}{x^2-9}$$

$$\frac{5}{x(x+1)} + \frac{1}{x-5} = \frac{6}{(x+1)(x-5)} \qquad \frac{x}{x+6} + \frac{2x-15}{x-9} = \frac{45}{(x+6)(x-9)}$$

$$\frac{8-x}{2-x} - \frac{8+x}{x+2} = \frac{9}{4} \qquad 1 + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2-x-2}$$

$$\frac{5x^2}{x^2-16} + \frac{8}{x-4} = \frac{3x}{x+4} \qquad \frac{x^2+6x}{3x+9} + \frac{3x^2+6x}{2x^2+9x+9} = \frac{2x^2+12x+9}{6x+9}$$

$$\frac{2}{x} + \frac{x}{2} + \frac{4x+4}{3x+2} = \frac{3x^2}{6x+4} - 1 \qquad \frac{x+1}{x} = \frac{7}{x^2-x} + \frac{7x}{1-x}$$

$$\frac{x}{x-1} + \frac{2x+10}{x+3} = 3 + \frac{14x}{(x-1)(x+3)} \qquad \frac{9}{2x-6} - \frac{1}{2x-4} = \frac{18}{(2x-6)(2x-4)}$$

$$\frac{2}{(x-3)(x-1)} + 1 = \frac{x-2}{x-3} + \frac{1}{(x-2)(x-1)} \qquad \frac{1}{x} = \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^2-2x}$$

$$\frac{3}{(x-1)(x-4)} + \frac{1}{(x-5)(x-4)} = \frac{4}{x^2-6x+5}$$

$$\frac{x^2 - 7x + 13}{x - 4} + \frac{2x - 4}{x - 1} = \frac{34}{x^2 - 5x + 4}$$

$$\frac{x}{x + 4} = 3 + \frac{16}{x(x + 4)} - \frac{2x + 7}{x}$$

$$\frac{1}{x - 5} + \frac{1}{(x - 3)(x - 5)} = \frac{-2}{(x + 1)(x - 3)}$$

$$\frac{x^2 - 8x + 16}{x - 6} - \frac{x + 4}{x - 2} = \frac{16}{x^2 - 8x + 12}$$

$$\frac{x^2 + 10x + 25}{x + 3} = \frac{16}{x^2 + 10x + 21} = \frac{x + 13}{x + 7}$$

$$\frac{2x + 3}{x^2 + 3x + 2} + \frac{2x + 5}{(x + 2)(x + 3)} = \frac{x^2 + 6x + 7}{x^2 + 4x + 3}$$

ECUACIONES IRRACIONALES

42. Resolver las siguientes ecuaciones irracionales:

$$2\sqrt{x^2 - 1} = x - 1$$

$$x - 1 + \sqrt{x - 2} = 13$$

$$\sqrt{x^2 - 2x + 2} = \sqrt{x + 2}$$

$$\sqrt{x^4 + 1} = x^2 + x + 1$$

$$x + 2 + \sqrt{x^2 - 2x} = 2\sqrt{x^2 + 2x + 2}$$

$$\sqrt{x - 5} = \sqrt{2x - 6} - 2$$

$$\sqrt{3x + 1} + \sqrt{10 - x} = 5$$

$$\sqrt{2x - 1} + \sqrt{x + 4} = 6$$

$$\sqrt{x - 4} - 3 = -\sqrt{x - 1}$$

$$\sqrt{x^2 - 1} + 3 = 2\sqrt{x^2 + 4x + 5} - x$$

$$2\sqrt{2x - 7} - \sqrt{2x - 15} = \sqrt{6x - 23}$$

$$\sqrt{2x + 7} + \sqrt{x + 8} - 6 = 0$$

$$\sqrt{4x^2 + 4x - 1} = \sqrt{x^2 - 1} + x$$

ECUACIONES POLINÓMICAS DE GRADO SUPERIOR A 2

43. Resolver las siguientes ecuaciones polinómicas:

$$2x^4 - 7x^3 + 6x^2 + x - 2 = 0$$

$$x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 4 = 0$$

$$x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x - 18 = 0$$

$$x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$2x^4 - 3x^3 - 2x^2 = 0$$

$$x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$x^4 - 3x^3 + 4x = 0$$

$$-3x^5 + 2x^4 + x = 0$$

$$3x^3 + 10x^2 + 9x + 2 = 0$$

$$x^4 - 1 = 0$$

$$x^4 - 16 = 0$$

$$x^4 - 9 = 0$$

$$x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0$$

$$x^4 + 7x^3 + 10x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$x^3 - 6x^2 - 5x + 30 = 0$$

$$x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$-2x^4 + 3x^3 - x^2 + x - 1 = 0$$

ECUACIONES CON VALORES ABSOLUTOS

44. Resolver las siguientes ecuaciones:

$$|x - 5| = 3x - 4 \quad |x^2 - 3x + 1| = 1 \quad |x + 2| = |x - 6| \quad |x^2 - x| = |1 - x^2|$$

VARIOS

45. Resuelve estas ecuaciones de segundo grado en las que la incógnita es x:

a) $abx^2 - (a+b)x + 1 = 0$

b) $(x-a)^2 - 2x(x+a) - 4a^2 = 0$

c) $ax^2 + bx + b - a = 0$

d) $(a+b)x^2 + bx - a = 0$

46. Hallar un polinomio de tercer grado que verifique:

- Su coeficiente principal valga 5.
- No tenga término en x^2 .
- Sea divisible por $(x+1)$
- Al dividirlo por $x-2$ su resto sea 36.

47. De un polinomio de tercer grado $P(x)$ sabemos que:

- $P(1) = 0$
- (-2) es una raíz.
- Su término independiente vale 6.
- Su valor numérico para 2 es -4.

48. Sea un polinomio completo de tercer grado de coeficientes enteros:

$P(x) = b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0$, que se anula para que $x = a$ y para $x = \frac{1}{a}$, ¿Qué podemos decir de b_3, b_0 y a ?

49. Averigua si $37^{40} - 1$ es divisible por 36 y si $43^{70} - 1$ es divisible por 42.