ECUACIONES RACIONALES

3) $$\frac{5}{x(x+1)} + \frac{1}{x-5} = \frac{6}{(x+1)(x-5)}$$

Veamos para qué valores se anulan los denominadores:

$x(x+1)=0$ para $x=0,-1$.
$x-5=0$ para $x=5$
$(x+1)(x-5)=0$ para $x=-1,5$

Luego la solución no puede ser ni: $0,-1,5$.

Por tanto $\forall x\in\mathbb{R}$ $x\neq 0,-1,5$ los denominadores ~~están bien dr~~ no se anulan.

Efectuamos las operaciones:

$$\frac{5(x-5)+x(x+1)}{x\cancel{(x+1)}\cancel{(x-5)}} = \frac{6}{\cancel{(x+1)(x-5)}}$$

$$\frac{5x-25+x^2+x}{x} = 6 \ldots$$

$$\cancel{6x}-25+x^2=\cancel{6x}$$

$$x^2=25 \Rightarrow x=\pm\sqrt{25} \begin{cases} x_1=5 \\ x_2=-5 \end{cases}$$

Son las "CANDIDATAS" a solución, pero $x_1=5$ no sirve como solución porque anula al menos a uno de los denominadores, por tanto la única solución VÁLIDA es $\boxed{x_2=-5}$

9) $\dfrac{2}{x} + \dfrac{x}{2} + \dfrac{4x+4}{3x+2} = \dfrac{3x^2}{6x+4} - 1$

Los valores que anulan a los denominadores son:

$$\left.\begin{array}{ll} x=0 & \\ 3x+2=0 & x=-\dfrac{2}{3} \\ 6x+4=0 & x=-\dfrac{4}{6}=-\dfrac{2}{3} \end{array}\right\} \quad x=0,\ -\dfrac{2}{3}$$

Luego $\forall x \in \mathbb{R}$ $x \neq 0, -\frac{2}{3}$ los denominadores no se anulan, las fracciones estarán bien definidas.

$$\frac{2(3x+2)2 + x^2(3x+2) + 2x(4x+4)}{2x(3x+2)} = \frac{3x^2-6x-4}{6x+4}$$

$$\frac{12x + 8 + 3x^3 + 2x^2 + 8x^2 + 8x}{\cancel{2}x\,\cancel{(3x+2)}} = \frac{3x^2-6x-4}{\cancel{2}\cancel{(3x+2)}}$$

$$\frac{3x^3 + 20x + 10x^2 + 8}{x} = 3x^2-6x-4$$

$$3x^3+20x+10x^2+8 = x(3x^2-6x-4)$$

$$3\cancel{x^3}+20x+10x^2+8 = 3\cancel{x^3}-6x^2-4x$$

$$16x^2+24x+8=0 \quad \text{(simplifico por 8)}$$

$$2x^2+3x+1=0$$

$$x = \frac{-3\pm\sqrt{9-8}}{4} = \frac{-3\pm 1}{4} = \begin{cases} \boxed{x_1 = -\dfrac{2}{4} = -\dfrac{1}{2}} \\ \boxed{x_2 = -1} \end{cases}$$

Son válidas ambas soluciones puesto que no ANULAN a ninguno de los denominadores