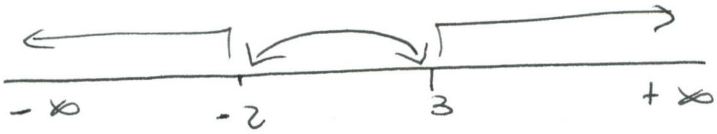
121 $|x-3|+2|x+2|=9$ ECUACIÓN

Valores que anulan a los argumentos de los $|\ |$:

$x-3=0 \Rightarrow x=3$ $\qquad$ $x+2=0 \Rightarrow x=-2$

Las zonas en donde estudiamos la ecuación son:



1) Si $x\le -2$: es $x+2\le 0 \Rightarrow |x+2|=-(x+2)$
$x-3<0 \Rightarrow |x-3|=-(x-3)$ y la ecuación queda:

$$-(x-3)-2(x+2)=9 \Rightarrow -x+3-2x-4=9 \Rightarrow -3x=10$$

$\Rightarrow x=\frac{10}{-3}$ y como $x=\frac{10}{-3}$ está en la zona $x\le -2$ ya que $\frac{10}{-3}\le -2$, por tanto $x=\frac{10}{-3}$ es solución de la ecuación

2) Si $-2<x<3$: es $x+2>0 \Rightarrow |x+2|=x+2$
$x-3<0 \Rightarrow |x-3|=-(x-3)$ y la ecuación queda:

$$-(x-3)+2(x+2)=9 \Rightarrow -x+3+2x+4=9 \Rightarrow x=2$$

y como $x=2$ está en la zona $-2<x<3$ ya que $-2<2<3$
es por tanto $x=2$ otra solución de la ecuación

3) Si $x\geq 3$: es $x-3\geq 0 \Rightarrow |x-3|=x-3$
$x+2>0 \Rightarrow |x+2|=x+2$ y la ecuación queda:

$$x-3+2(x+2)=9 \Rightarrow x-3+2x+4=9 \Rightarrow 3x=8 \Rightarrow x=\frac{8}{3}$$

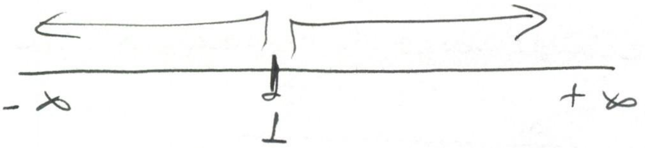
pero $x=\frac{8}{3}$ no está en la zona $x\geq 3$ ya que $\frac{8}{3}\not\geq 3$
luego $x=\frac{8}{3}$ no es solución

Resumiendo: las únicas soluciones son: $x=\frac{10}{-3}$ y $x=2$

(b) $2|x-1| = x^2-2x-14$ ECUACIÓN

Vemos cuando se anula $x-1=0 \Rightarrow x=1$

Las zonas en donde estudiamos la ecuación son:



1) Si $x \leq 1$: es $x-1 \leq 0 \Rightarrow |x-1| = -(x-1)$ y queda:

$-2(x-1) = x^2-2x-14 \Rightarrow -2x+2 = x^2-2x-14 \Rightarrow 16 = x^2$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{16} =$ ↗ $x=4$ no sirve pues $4 \not\leq 1$ (no está el $x=4$ en la zona $x \leq 1$)

↘ $x=-4$ sí sirve pues $-4 \leq 1$

La solución en la zona $x \leq 1$ sería $x=-4$

2) Si $x>1$: es $x-1>0 \Rightarrow |x-1| = x-1$ y queda:

$2(x-1) = x^2-2x-14 \Rightarrow 2x-2 = x^2-2x-14 \Rightarrow x^2-4x-12=0$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-4(-12)}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16+48}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{4 \pm 8}{2} = \begin{cases} x=6 \\ x=-2 \end{cases}$$

pero $x=-2$ no sirve pues ~~po~~ no está en la zona $x>1$

y $x=6$ sí está en la zona $x>1$ $(6>1)$ sí es solución

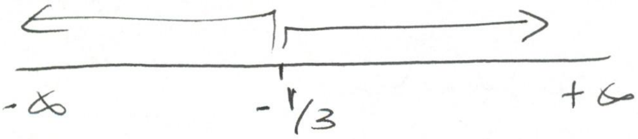
Resumiendo: las soluciones de la ecuación son $x=-4$

$x=6$

(c) $x^2-x-4 = |3x+1|$ ECUACIÓN

Vemos cuando se anula $3x+1=0 \Rightarrow x=-1/3$

Las zonas a estudiar la ecuación son:



1) Si $x \leq -1/3$ es: $3x+1 \leq 0 \Rightarrow |3x+1| = -(3x+1)$

la ecuación queda: $x^2-x-4 = -(3x+1)$ ⟶

$x^2-x-4=-3x-1 \Rightarrow x^2+2x-3=0$ es:

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{4-4(-3)}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{2}=\frac{-2\pm 4}{2}=\begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

para $x=1$ no sirve, pues no está en la zona $x\leq -1/3$

y $x=-3$ sí sirve pues sí está en la zona $x\leq -1/3$ $(-3<-1/3)$

luego $x=-3$ es solución

2) Si $x>-1/3$: es $3x+1>0 \Rightarrow |3x+1|=3x+1$ y queda:

$$x^2-x-4=3x+1 \Rightarrow x^2-4x-5=0 \Rightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{16-4(-5)}}{2}=$$

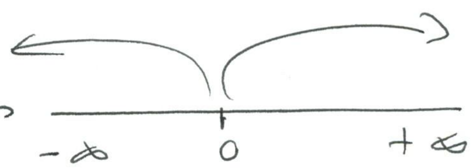
$$=\frac{4\pm\sqrt{36}}{2}=\frac{4\pm 6}{2}=\begin{cases} x=5 \text{ sí sirve pues } 5>-1/3 \\ x=-1 \text{ no sirve pues } -1 \not> -1/3 \end{cases}$$

Resumiendo: las soluciones de la ecuación son:

$x=-3$ y $x=5$

d) $x^2+|x|-6=0$ ECUACIÓN

Vemos cuándo $x=0$ (obvio) Zonas



1) Si $x\leq 0$: es $x\leq 0 \Rightarrow |x|=-x$ y queda la ecuación

$$x^2-x-6=0 \Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1-4(-6)}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{1\pm 5}{2}=\begin{cases} x=3 \\ x=-2 \end{cases}$$

Sólo sirve $x=-2$ pues es la que cumple $x\leq 0$

2) Si $x>0$: es $x>0 \Rightarrow |x|=x$ y queda la ecuación

$$x^2+x-6=0 \Rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1-4(-6)}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{-1\pm 5}{2}=\begin{cases} x=3 \\ x= \end{cases}$$

Sólo sirve la $x=\mathbf{2}$ pues es la que cumple $x>0$

Resumiendo: las soluciones de la ecuación son

$x=\mathbf{2}$ y $x=-2$

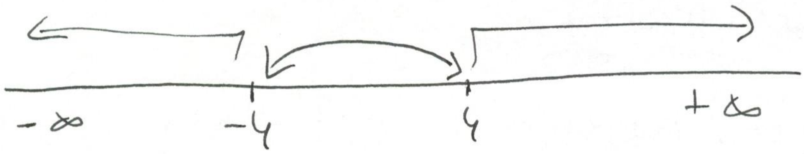
e) $|x-4|-|x^2-16|=0$

Veamos cuando se anulan los argumentos de los $|\ |$:

$x-4=0 \Rightarrow x=4 \qquad x^2-16=0 \Rightarrow x^2=16 \Rightarrow x=\pm\sqrt{16}=\pm 4$

$x=-4$ y $x=4$

Las zonas a estudiar son:



1) Si $x\leq -4$: es $x-4<0 \Rightarrow |x-4|=-(x-4)$

$x^2-16\geq 0 \Rightarrow |x^2-16|=+(x^2-16)$ } y queda

$-(x-4)-(x^2-16)=0 \Rightarrow -x^2-x+20=0$ y entonces:

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1-4(-20)}}{-2}=\frac{1\pm\sqrt{1+80}}{-2}=\frac{1\pm\sqrt{81}}{-2}=\frac{1\pm 9}{-2}=\begin{cases}x=-5\\ x=4\end{cases}$$

de las dos sólo $x=-5$ está en la zona $x\leq -4$

$x=4 \rightarrow$ no sirve.

luego en esta zona la ecuación $\rightarrow$ tiene solución $x=-5$

2) Si $-4<x<4$: es $x-4<0 \Rightarrow |x-4|=-(x-4)$

$x^2-16<0 \Rightarrow |x^2-16|=-(x^2-16)$ }

y queda $-(x-4)+x^2-16=0 \Rightarrow x^2-x-12=0$ y queda:

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1-4(-12)}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{1\pm 7}{2}=\begin{cases}x=4\\ x=-3\end{cases}$$

y sólo $x=-3$ está en la zona $-4<x<4$

3) Si $x\geq 4$: es $x-4\geq 0 \Rightarrow |x-4|=x-4$

$x^2-16\geq 0 \Rightarrow |x^2-16|=x^2-16$ } y queda:

$x-4-(x^2-16)=0 \Rightarrow -x^2+x+12=0$ y por tanto

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1-4(-1)12}}{-2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+48}}{-2}=\frac{-1\pm\sqrt{49}}{-2}=\frac{-1\pm 7}{-2}=\begin{cases}x=-3\\ x=4\end{cases}$$

y de las "candidatas" $x=-3$ y $x=4$ la que están en la zona $x \geq 4$ $\longrightarrow$ es $x=4$.

Resumiendo: las soluciones de la ecuación son:

$x=-5$ y $x=4$ y $x=-3$

Otra forma: $|x-4|-|x^2-16|=0$

aprovechando que el término independiente es 0, podríamos haberlo hecho así: $|x-4|=|x^2-16|$

y si son iguales sus $|\ |$ es porque:

a) $x-4=x^2-16$ ---- etc

ó b) $x-4=-(x^2-16)$ ---- etc.

terminadlas ----.

Nota: $|x|=|y| \Rightarrow x=y$ ó $x=-y$

f) $|x^2-9| \geq 7$ INECUACIÓN (tipo $|cosa| \geq$ nº)

Tenemos dos casos:

1) $x^2-9 \geq 7 \Rightarrow x^2 \geq 16 \Rightarrow \sqrt{x^2} \geq 4 \Rightarrow |x| \geq 4$ ojo!!!

$\Rightarrow x \geq 4$ ó $x \leq -4$ $\Rightarrow x \in (-\infty,-4] \cup [4,+\infty)$

2) $x^2-9 < -7 \Rightarrow x^2 < 2 \Rightarrow \sqrt{x^2} < \sqrt{2} \Rightarrow |x| < \sqrt{2}$ ojo!

$\Rightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \Rightarrow x \in (-\sqrt{2},\sqrt{2})$

Resumiendo, la solución de la inecuación es:

$x \in (-\infty,-4] \cup (-\sqrt{2},\sqrt{2}) \cup [4,+\infty)$