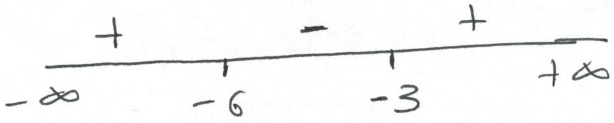
f) $\left|\dfrac{2x+9}{x+3}\right| \le 1 \Rightarrow$ INECUACIÓN RACIONAL

luego $-1 \le \dfrac{2x+9}{x+3} \le 1$. Se ha de cumplir dos condiciones:

1) $\dfrac{2x+9}{x+3} \le 1 \Rightarrow \dfrac{2x+9}{x+3} - 1 \le 0 \Rightarrow \dfrac{2x+9-x-3}{x+3} \le 0 \Rightarrow$

$\dfrac{x+6}{x+3} \le 0$



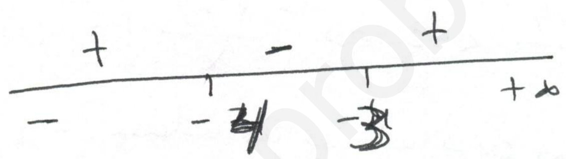
$x+6=0 \to x=-6$

$x+3=0 \to x=-3$

luego $x \in [-6,-3)$

2) $\dfrac{2x+9}{x+3} \ge -1 \Rightarrow \dfrac{2x+9}{x+3} + 1 \ge 0 \Rightarrow \dfrac{2x+9+x+3}{x+3} \ge 0 \Rightarrow$

$\dfrac{3x+12}{x+3} \ge 0$



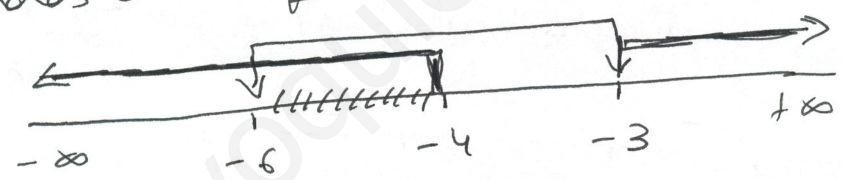
$3x+12=0$

$x=-4$

$x+3=0 \to x=-3$

luego $x \in (-\infty,-4] \cup (-3,+\infty)$

Los valores de "x" que satisfacen a la vez 1) y 2) son:



$[-6,-3) \underset{y}{\cap} \left[(-\infty,-4] \underset{o}{\cup} (-3,+\infty)\right] = [-6,-4]$

La solución de la inecuación es $[-6,-4]$

g) $\left|\dfrac{-x^2+4}{x}\right| > 3$ INECUACIÓN RACIONAL

Tenemos dos casos:

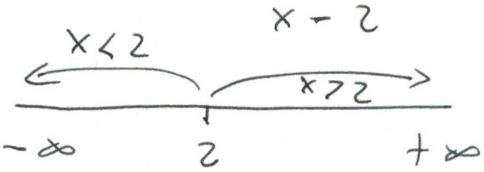
1) $\dfrac{-x^2+4}{x} > 3 \Rightarrow \dfrac{-x^2+4}{x} - 3 > 0 \Rightarrow \dfrac{-x^2+4-3x}{x} > 0$

Vemos cuando se anulan numerador y denominador:

y

1) $\dfrac{x}{x-2} < 1 \Rightarrow \dfrac{x}{x-2} - 1 < 0 \Rightarrow \dfrac{x - x + 2}{x-2} < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underbrace{\dfrac{2}{x-2}}$ < 0



este cociente es <0 para $\boxed{x<2}$

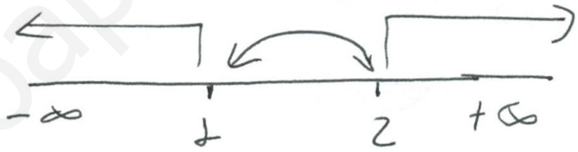
ya que el numerador es esto $2>0$

2) $\dfrac{x}{x-2} > -1 \Rightarrow \dfrac{x}{x-2} + 1 > 0 \Rightarrow \dfrac{x + x - 2}{x-2} > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{2x-2}{x-2} > 0$ para hacer esta inecuación, consideramos los valores que anulan el numerador y denominador:

$2x-2=0 \Rightarrow \underline{\underline{x=1}}$ y $x-2=0 \rightarrow \underline{\underline{x=2}}$

Las zonas a estudiar son



Si $x<1 \Rightarrow \dfrac{2x-2}{x-2} > 0$

Si $1<x<2 \Rightarrow \dfrac{2x-2}{x-2} < 0$

Si $x>2 \Rightarrow \dfrac{2x-2}{x-2} > 0$

luego es $\dfrac{2x-2}{x-2} > 0$ para $\underline{x \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)}$

Como queremos los valores de "x" que cumplan, A LA VEZ

$-1 < \dfrac{x}{x-2} < 1$ serán

$(x<2) \underset{y}{\cap} (x<1 \underset{o}{\cup} x>2) = x<1 \Rightarrow x \in (-\infty, 1)$ es la solución de la inecuación

2) $(x-1)^2-4<-5 \Rightarrow (x-1)^2<-1$ $\nexists$ pues un nº $+ \not< $ nº $-$

Solución de la inecuación:

$x\in(-\infty,-2)\cup(4,+\infty)$

d) $|-x^2-4x+5|>16$ <u>INECUAC DE 2º GRADO</u>

Tenemos dos casos: → hacemos el coef de x^2 para que sea $+$

1) $-x^2-4x+5>16 \Rightarrow x^2+4x-5<-16 \Rightarrow x^2+4x+11<0$

expresamos como suma de cuadrados → : (∗)

$x^2+4x+11 = x^2+4x+4-4+11 = (x+2)^2+7$

$(x+a)^2$ donde $4x=2xa$

$a=2 \rightarrow a^2=4$

(∗) la inecuac queda: $(x+2)^2+7+11<0 \Rightarrow (x+2)^2<-18$

$\nexists$ pues un nº $+ \not<$ nº $-$

2) $-x^2-4x+5<-16 \Rightarrow x^2+4x-5>16 \Rightarrow x^2+4x-21>0$

$x^2+4x+4-4-21>0 \Rightarrow (x+2)^2-25>0$ la ponemos como suma de cuad.

$\Rightarrow (x+2)^2>25 \Rightarrow |x+2|>5$ por lo que:

a) $x+2>5 \Rightarrow x>3 \Rightarrow x\in(3,+\infty)$

b) $x+2<-5 \Rightarrow x<-7 \Rightarrow x\in(-\infty,-7)$

Luego, la solución de la inecuación es:

$x\in(-\infty,-7)\cup(3,+\infty)$

e) $\left|\dfrac{x}{x-2}\right|<1$ <u>INECUACIÓN RACIONAL</u>

luego $-1<\dfrac{x}{x-2}<1$, ha de verificarse pues dos condiciones a la vez: →

b) $|x^2+2x| \le 3$ INECUACIÓN DE 2º GRADO

luego $-3 \le x^2+2x \le 3 \xRightarrow{+3} 0 \le x^2+2x+3 \le 6$

Ha de ser pues, A LA VEZ:

$$\left.\begin{array}{l} x^2+2x+3 \le 6 \\ \text{y} \quad x^2+2x+3 \ge 0 \end{array}\right\} (*)$$

→ Tomo aparte $\underbrace{x^2+2x+3}_{(x+a)^2} = x^2+2x+1-1+3 = (x+1)^2+2$

$2x = 2xa \Rightarrow a=1$

Luego (*) da lugar a $(*,*)$

$$\left\{\begin{array}{l} (x+1)^2+2 \le 6 \Rightarrow (x+1)^2 \le 4 \\ (x+1)^2+2 \ge 0 \longrightarrow \text{se cumple } \forall x \in \mathbb{R} \end{array}\right.$$

pues es + de dos cantidades ≥ 0

$|x+1| \le 2 \Rightarrow -2 \le x+1 \le 2 \Rightarrow -3 \le x \le 1$

Luego los valores de "x" que satisfacen las dos condiciones $(*,*)$ son $x \in [-3,1]$

c) $|x^2-2x-3| > 5$ INECUACIÓN DE 2º GRADO

Tenemos dos casos:

1) $x^2-2x-3 > 5$ y 2) $x^2-2x-3 < -5$

Antes vamos a expresar $\underbrace{x^2-2x-3}_{(x-a)^2} = x^2-2x+1-1-3 = (x-1)^2-4$

$2x = 2xa$

$a=1$

Quedan pues los casos:

1) $(x-1)^2-4 > 5 \Rightarrow (x-1)^2 > 9 \Rightarrow |x-1| > 3$

→ $x-1 > 3 \Rightarrow x > 4$

→ $x-1 < -3 \Rightarrow x < -2$

Sale de aquí $x \in (-\infty,-2) \cup (4,+\infty)$

122 $|-x^2+6x+16|<11$ INECUACIÓN DE 2º GRADO (|cosa| < nº)

luego $-11<-x^2+6x+16<11 \xrightarrow{\times(-1)} -11<x^2-6x-16<11 \xrightarrow{+11}$

$\underline{0<x^2-6x-5<22}$ aunque esto luego lo haremos más adelante de otra forma, ahora lo vamos a hacer completando cuadrados y con lo hacemiento del 11:

Nota: recuerda $(a\pm b)^2=a^2+b^2\pm 2ab$

Tomo x^2-6x-5 y lo expreso así: $x^2-6x-5 = x^2-6x+9-9-5$

$=(x-3)^2-14$

proviene del cuadrado de una diferencia, donde $6x=2ax$

$(x-a)^2$ y a? ← $a=3$

Entonces $0<x^2-6x-5<22 \Rightarrow 0 \underset{y}{<} (x-3)^2-14 \underset{y}{<} 22$.

esto da lugar a que se tiene que verificar que:

$$\left.\begin{array}{l}(x-3)^2-14<22\\ \text{y} \quad 0<(x-3)^2-14\end{array}\right\} (*) \Rightarrow \begin{array}{l}(x-3)^2<36 \Rightarrow |x-3|<6 \Rightarrow -6<x-3<6 \quad \boxed{-3<x<9}\\ (x-3)^2>14 \Rightarrow |x-3|>\sqrt{14}\end{array}$$

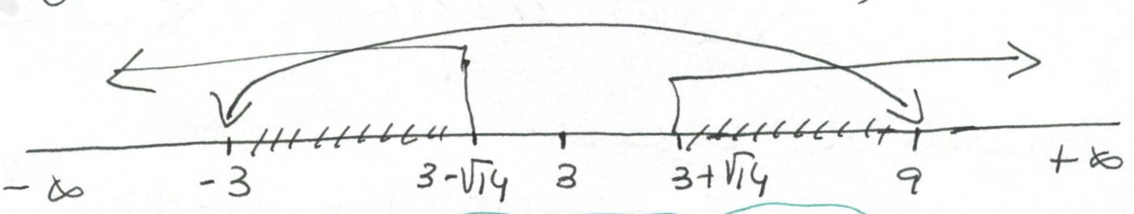
luego:

$x-3>\sqrt{14} \Rightarrow x>3+\sqrt{14}$

ó

$x-3<-\sqrt{14} \Rightarrow x<3-\sqrt{14}$

Tenemos que escoger los valores de x que satisfacen, A LA VEZ las condiciones (*)



La solución es $x\in(-3,3-\sqrt{14})\cup(3+\sqrt{14},9)$