

1.- FRACCIONES Y DECIMALES

Operaciones combinadas con fracciones

Para realizar varias operaciones se realizan primero los paréntesis y se sigue el siguiente orden:

1º) Se hacen las multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha

2º) Se hacen las sumas y restas

Los resultados de las operaciones con fracciones se suelen dar simplificados.

Para hacerlo con tu calculadora científica usa la función $\boxed{a/b/c}$ y su inversa $\boxed{d/c}$

Por ejemplo, para simplificar $18/15$: $18 \boxed{a/b/c} 15 \boxed{=} \boxed{SHIFT} \boxed{a/b/c}$ (obtendrás $6/5$)

Fracción generatriz de un decimal

Decimales exactos: { **Numerador** : Número sin coma
Denominador : 1 seguido de tantos 0 como cifras decimales haya

$$\text{Ejemplo: } 0,875 = \frac{875}{1000} = \frac{7}{8}$$

Decimales periódicos puros: { **Numerador** : Número sin coma menos la parte entera
Denominador : Tantos 9 como cifras tenga el periodo

$$\text{Ejemplo: } 2,1\overline{5} = \frac{215-2}{99} = \frac{213}{99} = \frac{71}{33}$$

Decimales periódicos mixtos: { **Numerador** : Número sin coma menos la parte no periódica
Denominador : Tantos 9 como cifras tenga el periodo seguidos de tantos 0 como cifras tenga el anteperiodo

$$\text{Ejemplo: } 3,1\overline{6} = \frac{316-31}{90} = \frac{285}{90} = \frac{19}{6}$$

ACTIVIDADES

1) Calcula y simplifica: a*) $\frac{\left[\left(5 \cdot \frac{1}{4}\right) : \left(1 - \frac{1}{8} \cdot 3 - \frac{2}{4}\right)\right]}{-\left[\frac{1}{5} + 3 \cdot \left(-2 + \frac{1}{3}\right)\right]}$ b) $\left(\frac{3}{5} - 1\right) \cdot (-5) - \left(\frac{-5}{6} + \frac{-1}{2} - \frac{-5}{4}\right) : \frac{-1}{2}$

c) $\frac{3}{5} - \left(1 - \frac{7}{4}\right) \frac{1}{2} + \frac{5}{2} : \frac{7}{4} - \frac{1}{6}$ d) $\left(\frac{-7}{6} + \frac{1}{4} - \frac{5}{9}\right) : \left(\frac{3}{10} : \frac{-9}{5}\right) - \frac{7}{3} \cdot \left(2 - \frac{5}{6}\right)$ e) $\frac{1 - \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\right) + \frac{7}{2}}{1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{4}}$

2) Halla la expresión decimal de las siguientes fracciones y clasifica el decimal: a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{-7}{3}$ c) $\frac{17}{12}$

3) Expresa en forma de fracción irreducible:

a) 2,75 b) 1,333... c) 1,1666... d) 3,71212... e) 0,2424... f) -1,04545... g) 0,0125

4) Realiza, pasando los decimales a fracción irreducible: a*) $\left[0,5 - 0,333\ldots \cdot \left(\frac{21}{4} - 5\right)\right] + \left(\frac{7}{35} : 0,1\overline{6}\right)$

b) $1,8\overline{3} - \left(\frac{-7}{12} + 0,5\right) : (-0,225) \cdot \left(1 - \frac{-2}{3}\right)$

c) $\frac{3\left(1 - \frac{3}{18}\right) - (0,4 - 0,4\overline{9}) \cdot 5}{\frac{5}{12} - \frac{18}{27} - 1,25}$

Ordenación de fracciones

Si las fracciones tienen el mismo denominador, es menor la que tiene menor numerador.

Por ejemplo, $\frac{1}{4} < \frac{3}{4}$ porque $1 < 3$.

Cuando las fracciones no tengan el mismo denominador, se pueden comparar reduciéndolas a común denominador.

Por ejemplo, vamos a comparar $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6} \rightarrow \frac{9}{12}$ y $\frac{10}{12}$. Como $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$, pues $9 < 10$, entonces $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

Ordenación de decimales

Dados dos números decimales, es mayor el que tenga mayor parte entera. *Ejemplo:* $234,65 > 136,76$

Si tienen la misma parte entera, se compara la primera cifra decimal distinta.

$$146,82 > 146,74 \quad 357,56 > 357,53 \quad 634,128 > 634,125$$

Si no tienen el mismo número de cifras decimales puedes ponerlos con el mismo número de cifras decimales añadiendo ceros.

Ejemplos:

$$207,12 > 207,00 \quad 43,28 > 43,20 \quad 72,10 > 72,09$$

(**Observación:** Se pueden ordenar fracciones pasándolas a decimal y luego ordenando los decimales)

ACTIVIDAD

5 Ordena de menor a mayor los siguientes números, usando la forma decimal:

$$a^*) -3\pi; -9,\bar{5} \quad ; \sqrt{6} \quad y \quad \frac{7}{3} \quad b) -3; -1,7; \frac{-5}{3} \quad y \quad -\sqrt{3}$$

2.- POTENCIAS**Potencias de exponente natural**

Si n es par $\boxed{(-a)^n = a^n}$. Por ejemplo, $(-3)^4 = 3^4 = 81$

Si n es impar $\boxed{(-a)^n = -a^n}$. Por ejemplo, $(-2)^3 = -2^3 = -8$

Si la base es una fracción, $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}}$. Por ejemplo, $\left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{5^3} = \frac{-8}{125}$

Potencias de exponente entero negativo

Si la base es un número entero, $\boxed{a^{-m} = \frac{1}{a^m}}$ Por ejemplo, $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ $5^{-1} = \frac{1}{5^1} = \frac{1}{5}$

Si la base es una fracción, $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \frac{b^m}{a^m}}$ Por ejemplo, $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3^1}{2^1} = \frac{3}{2}$

Cualquier potencia se puede hallar con la calculadora científica. Por ejemplo, 2^{15} se calcula así:

$$2 \quad \boxed{\wedge} \quad 15 \quad \boxed{=}$$
 El resultado es 32 768

Operaciones con potencias (propiedades)

$$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}} \quad \boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}} \quad \boxed{a^0 = 1} \quad \boxed{(a^m)^n = a^{m \cdot n}} \quad \boxed{a^m b^m = (ab)^m} \quad \boxed{(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m} \quad \boxed{\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m}$$

ACTIVIDADES

6 Da el resultado en forma de fracción irreducible:

a) $(-0,25)^2$ b) $(-0,1666\dots)^3$ c) $\left(\frac{-2}{3}\right)^2$ d) $\left(\frac{-1}{5}\right)^3$ e) $\left(\frac{7}{4}\right)^1$

f) $(-3)^{-1}$ g) $(-5)^{-3}$ h) $(-2)^{-4}$ i) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ j) $\left(\frac{-1}{3}\right)^{-3}$ k) $\left(\frac{-1}{2}\right)^{-1}$ l) $\left(\frac{-3}{4}\right)^{-2}$

7 Transforma las expresiones en otras que no lleven denominadores: a) $\frac{1}{3^2}$ b) $\frac{1}{5^{-3}}$ c) $\frac{2}{x^{-4}}$

8 Calcula y simplifica, usando la fracción irreducible: a*) $4 \cdot (-2)^{-3} - 1,3 \cdot \left[\left(\frac{-3}{2}\right)^{-1} + 1,5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right]$

b) $\frac{3 \cdot 2^4 - 5 \cdot 2^0}{2^{-2} + 6^{-1}}$ c) $-(-3)^{-2} + (-3)^{-3} + 5 \cdot (3 \cdot 2^{-2})^{-2}$ d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - 5 \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$

9 Usando propiedades de las potencias, reduce y simplifica: a*) $\frac{(x^{-2})^{-3} y^2}{(x^{-2} y^3)^4 y^{-10}}$ b) $\left(\frac{a^4 b^{-3}}{ab^2}\right)^{-2}$

c) $(3a^4)^2 \cdot (2a^3)^3 \cdot (2a)^5$ d) $\frac{(4x^3)^2}{(2x)^5}$ e) $\frac{(6x)^2 2x^5}{(2x)^3}$ f) $\frac{(6x^2)^5}{(3y)^5}$ g) $\frac{-30(ab)^4(abc)^2}{15ab^3c^2}$

h) $\left(\frac{a^3 b^{-4}}{a^4 b^{-1}}\right)^{-3}$ i) $\frac{(x^{-4})^{-1} y^3}{(x^{-3} y^2)^2 y^{-2}}$ j) $(5^{-1})^{-2} \cdot 5^{-6}$ k) $\frac{2^2}{2^{-1}}$ l) $\frac{5^{12} \cdot 5^{-3}}{5^{-2} \cdot 5^8}$ m) $\frac{2^{17} \cdot (2^{-5})^3}{2^{-1} \cdot (2^3)^2}$ n) $\frac{3^7 \cdot (3^{-5})^3}{3^{-1} \cdot (3^2)^{-3}}$

3.- NOTACIÓN CIENTÍFICA**Potencias de base 10 y exponente natural**

Observa: $10^1 = 10$ $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$ $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ etc .

La regla es: Se pone un 1 y se añaden tantos ceros como indica el exponente: $10^m = 1 \underbrace{0\dots0}_m$ ceros

Potencias de base 10 y exponente entero negativo

Observa: $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$ $10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$ $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0,001$ etc

La regla es: Se pone un 1 y a la izquierda tantos ceros como indica el exponente: $10^{-m} = \underbrace{0, \dots, 0}_m$ ceros

Producto de un número por una potencia de base 10

Observa: $3,25 \cdot 10^3 = 3,25 \cdot 1000 = 3250$

La regla es: Si el exponente es positivo, se desplaza la coma hacia adelante tantas cifras como indica el exponente, añadiendo ceros si fuese necesario.

Observa: $3,25 \cdot 10^{-3} = 3,25 : 1000 = 0,00325$

La regla es: Si el exponente es negativo, se desplaza la coma hacia atrás tantas cifras como indica el exponente, añadiendo ceros si fuese necesario.

Observación: Las expresiones que son de la forma un número por una potencia de 10 se pueden introducir en la calculadora científica. Por ejemplo, la forma de introducir $225,6 \cdot 10^{-9}$ es: 225.6 **EXP** -9

Expresión en notación científica

Las expresiones $2,5 \cdot 10^7$ y $1,75 \cdot 10^{-6}$ tienen la peculiaridad de que constan de un número decimal con 1 cifra entera no nula y una potencia de base 10. Se dice que es una expresión en **notación científica**.

En general, un número está escrito en notación científica si es de la forma $A \cdot 10^m$, siendo A un número con una cifra entera no nula, llamado coeficiente y el exponente, m, un número entero, llamado orden de magnitud

El orden de magnitud nos sirve para saber si el número es muy grande o muy pequeño. Cuanto mayor es el orden de magnitud mayor es el número

ACTIVIDADES

10 Expresa como potencia de base 10: a*) 1000^{-1} b) $0,01^3$ c) $0,001^{-3}$
d) Una milésima e) Un billón f) $0,1^{-2}$ g) 1000^2

11 Calcula los siguientes productos: a) $2,72 \cdot 10^{-2}$ b) $0,4 \cdot 10^3$ c) $-35 \cdot 0,1$

12 Expresa en notación científica: a*) 54 milésimas b*) 38,5 billones c*) $305,7 \cdot 10^{-5}$
d) $0,4025 \cdot 10^5$ e) 3 milésimas f) 6,75 billones g) $740 \cdot 10^{-7}$ h) $-0,045 \cdot 10^{10}$

13 Realiza las siguientes operaciones (si quieres puedes usar tu calculadora científica):

a*) $\frac{3 \cdot 10^4 \cdot (5 \cdot 10^{-2} + 30,25 \cdot 10^{-3} - 0,2 \cdot 10^{-1})}{(4 \cdot 10^{-7}) : (5 \cdot 10^{-6})}$ b) $225,6 \cdot 10^{-9} + 0,45 \cdot 10^{-7}$ c) $8,72 \cdot 10^7 - 1,234 \cdot 10^9$

d) $1\ 750\ 000 \cdot 25,3 \cdot 10^{-6}$ e) $0,2 \cdot 10^3 (0,5 \cdot 10^{-2})^2$ f) $(35,2 \cdot 10^{-7}) : (2 \cdot 10^{-4})$

g) $\frac{(8,5 \cdot 10^6) \cdot (0,4 \cdot 10^{-4} + 0,6 \cdot 10^{-3} - 1,4 \cdot 10^{-4})}{(20 \cdot 10^{18}) \cdot (0,02 \cdot 10^{-21})}$

14 Averigua cuál de los siguientes números es mayor, usando la notación científica:

a) $1,785 \cdot 10^{12}$ y $2\ 500\ 000\ 000\ 000$ b) $0,000\ 000\ 000\ 00084$ y $9 \cdot 10^{-13}$

15* El ser vivo más pequeño es un virus que pesa aproximadamente $2 \cdot 10^{-18}$ kg y el más grande es la ballena azul, que pesa, aproximadamente 138 toneladas.

¿Cuántos virus serían necesarios para conseguir el peso de una ballena?

16 La masa de un protón es aproximadamente $1,7 \cdot 10^{-25}$ kg .

Calcula la masa, en gramos, de 250 000 billones de protones

17 La Luna está a una distancia media aproximada de la Tierra de 384 000 km y la velocidad de la luz es, aproximadamente, 300 000 km/s. Halla el tiempo que tarda la luz de la Luna en llegar hasta nosotros.

4.- RADICALES

Concepto de radical

Si tienes que resolver la ecuación $x^5 = 40$, para calcular la "x" hay que hallar una raíz: $x = \sqrt[5]{40}$
 $\sqrt[5]{40}$ se llama radical (5 es el índice y 40 es el radicando).

En general, $\sqrt[n]{a}$ con $n \geq 2$ se llama radical o raíz de índice "n" y radicando "a".

El índice, n, es un número natural mayor que 1.

Si el índice es 2, se llama raíz cuadrada y se expresa de forma simplificada así: \sqrt{a}

Número de soluciones de un radical

Dependiendo del índice (si es par o impar) y del radicando (si es positivo o negativo), un radical puede tener 2, 1 o ninguna solución:

	Índice par	Índice impar
Radicando positivo	2 soluciones opuestas. Por ejemplo, $\sqrt[4]{81} = \pm 3$	1 solución positiva. Por ejemplo, $\sqrt[3]{125} = 5$
Radicando negativo	Ninguna solución. Por ejemplo, $\sqrt{-4}$	1 solución negativa. Por ejemplo, $\sqrt[3]{-8} = -2$

Cálculo de radicales con la calculadora

Cualquier radical se puede hallar con la calculadora científica.

Ejemplo: $\sqrt[5]{40}$ se calcula así: 5 SHIFT $\sqrt[n]{}$ 40 = El resultado es 2.091279105...

Radical en forma de potencia

Cualquier radical se puede expresar en forma de potencia usando la siguiente fórmula: $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$

Ejemplos: $\sqrt[5]{3^{-2}} = 3^{-2/5}$ $\sqrt{x^7} = x^{7/2}$ $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{x^{2/3}} = x^{-2/3}$

Potencia de exponente fraccionario en forma de radical

Cualquier potencia cuyo exponente sea una fracción de denominador un número natural mayor que 1 se puede expresar en forma de radical usando la siguiente fórmula: $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$

Ejemplos: $5^{-2/3} = \sqrt[3]{5^{-2}}$ $m^{3/2} = \sqrt{m^3}$

Simplificación de radicales

Si dividimos el índice y el exponente por un mismo divisor común, el radical queda simplificado

Ejemplo: $\sqrt[12]{5^8} = \sqrt[12:4]{5^{8:4}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$

Si al pasar un radical a potencia resulta una potencia de exponente entero entonces el radical queda simplificado. Esto ocurre siempre que el exponente sea divisible entre el índice

Ejemplos: $\sqrt[3]{2^{18}} = 2^{18/3} = 2^6 = 64$ $\sqrt[5]{y^{40}} = y^{40/5} = y^8$

Si el índice es igual al exponente se puede simplificar así: $\sqrt[n]{a^n} = a^{n/n} = a^1 = a \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = a$

Ejemplos: $\sqrt[6]{2^6} = 2$ $\sqrt[4]{85^4} = 85$

Reducción de radicales a común índice

Para reducir radicales común índice se toma como índice común el mcm de los índices.

El común índice se divide entre cada índice y el resultado se multiplica por el exponente del radicando. *Ejemplo:* $\sqrt[6]{3}$ y $\sqrt[8]{5^7}$; $\text{mcm}(6,8) = 24 \rightarrow \sqrt[24]{3^4}$ y $\sqrt[24]{5^{21}}$

ACTIVIDADES

18 Expresa las siguientes potencias en forma de radical: a) $2^{5/3}$ b) $x^{1/2}$ c) $3^{-2/5}$

19 Expresa en forma de potencia: a) $\sqrt[5]{3^{-2}}$ b) $\sqrt[3]{x}$ c) $\sqrt{\frac{1}{x^5}}$ d) $\sqrt[3]{\frac{1}{a^4}}$

20 Simplifica los siguientes radicales: a) $\sqrt[4]{2^6}$ b) $\sqrt[6]{x^{-9}}$ c) $\sqrt{5^2}$ d) $\sqrt[3]{y^6}$

21 Reduce a común índice los siguientes radicales: $\sqrt[4]{x^3}$, $\sqrt[8]{x}$, \sqrt{x} y $\sqrt[3]{x^{-2}}$

5.- OPERACIONES CON RADICALES**Suma y resta de radicales**

Para poder sumar o restar términos con raíces, todos los términos deben llevar la misma raíz.

Para realizar las sumas y restas se saca factor común el radical

Por ejemplo, $5\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{7} + 2\sqrt[3]{7} = (5 - 1 + 2)\sqrt[3]{7} = 6\sqrt[3]{7}$

La regla es: $M\sqrt[n]{a} \pm N\sqrt[n]{a} = (M \pm N)\sqrt[n]{a}$

Producto de radicales

Si tienen el mismo índice, se deja el mismo índice y se multiplican los radicandos.

Por ejemplo, $\sqrt[3]{2} \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2 \cdot 5} = \sqrt[3]{10}$

La regla es: $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

Cuando no tengan el mismo índice se reduce a común índice y se aplica la regla anterior

División de radicales

Si tienen el mismo índice, se deja el mismo índice y se dividen los radicandos

Por ejemplo, $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{7}{3}}$

La regla es: $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

Cuando no tengan el mismo índice se reduce a común índice y se aplica la regla anterior

Potencia de radicales

Para hallar la potencia de un radical se deja el mismo índice y el radicando se eleva al exponente de la potencia.

Por ejemplo, $(\sqrt[12]{3})^{20} = \sqrt[12]{3^{20}} \xrightarrow{\text{Simplificando}} 12:4 \sqrt[3]{3^{20:4}} = \sqrt[3]{3^5}$ La regla es: $\boxed{(\sqrt[n]{A})^m = \sqrt[n]{A^m}}$

Raíz de radicales

Para calcular la raíz de un radical, se multiplican los índices y se deja el mismo radicando.

Por ejemplo, $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[3 \cdot 2]{5} = \sqrt[6]{5}$ La regla es: $\boxed{\sqrt[m]{\sqrt[n]{A}} = \sqrt[mn]{A}}$

Raíz de un producto

Para calcular la raíz de un producto, se calcula la raíz de cada factor.

Por ejemplo, $\sqrt[3]{2 \cdot 5} = \sqrt[3]{2} \sqrt[3]{5}$ La regla es: $\boxed{\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}}$

Raíz de un cociente

Para calcular la raíz de un cociente, se calcula la raíz de cada término.

Por ejemplo, $\sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ La regla es: $\boxed{\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$

ACTIVIDADES

22 Efectúa las siguientes sumas y restas: **a*)** $3\sqrt[3]{2} - \sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{2} + \frac{2}{3}\sqrt{2}$ **b)** $3\sqrt[3]{x} - \sqrt{y} - 2\sqrt[3]{x} + 4\sqrt{y}$

23 Realiza las siguientes operaciones y simplifica: **a*)** $\frac{\sqrt[4]{a^3} (\sqrt[6]{ab})^3}{\sqrt[4]{b}}$ **b*)** $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(6\sqrt{5} + 6\sqrt{3})$

c) $\frac{\sqrt[3]{x^7} \sqrt[3]{x^4}}{\sqrt[3]{x^2}}$ **d)** $\frac{\sqrt[8]{x} \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[12]{x^7} \sqrt{x}}$ **e)** $\frac{\sqrt{xy^2}}{\sqrt[3]{x^5} \sqrt[6]{y}}$ **f)** $(\sqrt[20]{x^4})^5$ **g)** $(\sqrt[12]{\frac{1}{x^3}})^{20}$ **h)** $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^{18}}}$

i) $(\sqrt{3} - 5)(2\sqrt{3} + 5)$ **j)** $(2 - \sqrt{3})(2\sqrt{3} - 2)$

Introducción de factores en la raíz

Para introducir un factor en una raíz se eleva el factor al índice de la raíz: $\boxed{A \sqrt[n]{B} = \sqrt[n]{A^n B}}$

Ejemplo: $2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 5} = \sqrt[3]{40}$

Extracción de factores de la raíz

Para extraer factores de una raíz se expresan como potencia de exponente el índice de la raíz y se

usa la fórmula: $\boxed{\sqrt[n]{A^n B} = A \sqrt[n]{B}}$ *Ejemplo:* $\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{2^3 5} = 2\sqrt[3]{5}$

ACTIVIDADES

24 Introduce en la raíz: a*) $\frac{2x}{y} \sqrt[3]{\frac{y^2}{x}}$ b*) $\frac{\sqrt[3]{x^5 \sqrt{x}}}{\sqrt[4]{x}}$ c) $x \sqrt{x}$ d) $\frac{a}{2} \sqrt[3]{a}$ e) $yx^3 \sqrt[4]{3x^2y}$

25 Extrae factores de la raíz: a*) $\frac{3x}{5} \sqrt[3]{\frac{125y^7}{x^4}}$ b*) $\frac{x^2}{y} \sqrt[3]{\frac{2y^5}{x^3}}$ c) $\sqrt{54x^2}$ d) $2 \sqrt[3]{x^4}$ e) $3x \sqrt{4x^2y^3}$ f) $\frac{x}{3} \sqrt[3]{\frac{27}{x^4}}$

26 Realiza las siguientes sumas y restas: a*) $5 \sqrt{75b^2} + \sqrt{27} - a \sqrt{3}$ b*) $\frac{3}{4} \sqrt[3]{54} - \frac{1}{6} \sqrt[3]{16}$

c) $2\sqrt{x} + \sqrt{x^3} - \sqrt{9x}$ d) $4\sqrt{2x^2} + \sqrt{8} - x\sqrt{2}$ e) $5 \sqrt[3]{8x} - 3\sqrt[3]{27x}$ f) $6 \sqrt[3]{27a^2} - 2 \sqrt[3]{a^5}$

Racionalización de fracciones radicales

Racionalizar una fracción radical con alguna raíz en el denominador es transformarla en otra fracción equivalente pero que NO tenga ninguna raíz en el denominador.

Caso 1: En el denominador sólo hay un término en el que aparece alguna raíz

Ejemplos:

$$\frac{5a}{3\sqrt{b}} \xrightarrow{\text{Se multiplica por } \sqrt{b}} \frac{5a \cdot \sqrt{b}}{3\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{5a \sqrt{b}}{3(\sqrt{b})^2} = \frac{5a \sqrt{b}}{3b}$$

$$\frac{-1}{\sqrt[5]{b^3}} \xrightarrow{\text{Se multiplica por } \sqrt[5]{b^2}} \frac{-1 \cdot \sqrt[5]{b^2}}{\sqrt[5]{b^3} \cdot \sqrt[5]{b^2}} = \frac{-\sqrt[5]{b^2}}{\sqrt[5]{b^5}} = \frac{-\sqrt[5]{b^2}}{b}$$

Caso 2: En el denominador hay suma/resta de dos términos en los que aparece alguna raíz cuadrada

Ejemplos:

$$\frac{2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} \xrightarrow{\text{Se multiplica por } (x+2\sqrt{x})} \frac{2\sqrt{x} \cdot (x+2\sqrt{x})}{(x-2\sqrt{x}) \cdot (x+2\sqrt{x})} = \frac{2x\sqrt{x} + 4(\sqrt{x})^2}{x^2 - (2\sqrt{x})^2} = \frac{2x\sqrt{x} + 4x}{x^2 - 4x}$$

$$\frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{5} + 5\sqrt{3}} \xrightarrow{\text{Se multiplica por } (3\sqrt{5} - 5\sqrt{3})} \frac{\sqrt{15} \cdot (3\sqrt{5} - 5\sqrt{3})}{(3\sqrt{5} + 5\sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{5} - 5\sqrt{3})} = \frac{3\sqrt{75} - 5\sqrt{45}}{(3\sqrt{5})^2 - (5\sqrt{3})^2} = \frac{15\sqrt{3} - 15\sqrt{5}}{45 - 75} = \frac{15(\sqrt{3} - \sqrt{5})}{-30}$$

$$\text{Simplificando se obtiene: } \frac{-15(\sqrt{3} - \sqrt{5})}{30} = \frac{-(\sqrt{3} - \sqrt{5})}{2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$$

ACTIVIDADES

27 Efectúa y simplifica: a*) $\left(\frac{\sqrt{3}+2}{3-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3+\sqrt{2}}\right) : \sqrt{18}$ b) $\frac{3x}{2\sqrt{x}}$ c) $\frac{2}{\sqrt[5]{x^3}}$ d) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$

e) $\frac{4\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$ f) $\frac{3\sqrt{x}+1}{2+\sqrt{x}}$ g) $\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{3}-\sqrt{18}}$ h) $\left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right) : \sqrt{8}$