TRABAJO Y ENERGÍA

► ***Hallar la energía potencial gravitatoria adquirida por un alpinista de 80 kg que escala una montaña de 1.200 metros de altura.***

Su energía potencial gravitatoria sería:

$$E_{pg} = mgh = 80\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 1200\ m = 940800\ J$$

---------- 000 ----------

► ***Calcular la masa de la bola de acero de un martillo pilón que incrementa su energía potencial gravitatoria en 600 J al elevarla una altura de 4 metros.***

Despejando la masa de la ecuación de la energía potencial gravitatoria tendremos:

$$m = \frac{E_{pg}}{gh} = \frac{600\ J}{9{,}8\ m/s^2 \cdot 4\ m} = 15{,}3\ kg$$

---------- 000 ----------

► ***Hallar el aumento de energía potencial gravitatoria de un libro de 500 gr que se sitúa a 80 cm de altura sobre una mesa.***

$$E_{pg} = mgh = 0{,}5\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 0{,}8\ m = 3{,}92\ J$$

---------- 000 ----------

► ***Calcular la energía cinética de un camión de 5 toneladas que se desplaza a 72 km/h.***

Pasamos la velocidad al Sistema Internacional:

$$v = 72\ \frac{km}{h}\ x\ \frac{1000\ m}{1\ km}\ x\ \frac{1\ h}{3600\ s} = 20\ m/s$$

Su energía cinética valdrá:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}5000\ kg \cdot (20\ m/s)^2 = 10^6\ J$$

---------- 000 ----------

► ***Calcular la energía cinética de una automóvil de 1000 kg que se desplaza a 90 km/h.***

Pasamos la velocidad al Sistema Internacional:

$$v = 90\ \frac{km}{h}\ x\ \frac{1000\ m}{1\ km}\ x\ \frac{1\ h}{3600\ s} = 25\ m/s$$

Su energía cinética valdrá:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}1000\ kg \cdot (25\ m/s)^2 = 312500\ J$$

---------- 000 ----------

► ***Dos coches de igual masa circulan uno a doble velocidad que el otro. ¿Cuál es la relación entre las energías cinéticas de cada uno de ellos?.***

Supongamos que el coche 2 tiene el doble de velocidad que el 1. Por lo tanto, $v_2 = 2\ v_1$.
Las energías cinéticas de cada uno de ellos serán:

$$E_c(1) = \frac{1}{2} m v_1^2 \qquad ; \qquad E_c(2) = \frac{1}{2} m v_2^2$$

Donde m es la masa de los coches que es igual en ambos. Si en la energía cinética del coche 2 sustituimos v_2 por 2 v_1 tendremos:

$$E_c(2) = \frac{1}{2} m (2v_1)^2 = \frac{1}{2} m \cdot 4 \cdot v_1^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} m v_1^2 =$$
$$= 4 \cdot E_c(1)$$

Por lo tanto, la energía cinética del 2 será 4 veces mayor que la del 1.

---------- 000 ----------

► ***Un coche y un camión circulan por una carretera a la misma velocidad. La masa del camión es diez veces mayor que la del automóvil. ¿Cuál es la relación entre las energías cinéticas de ambos vehículos?.***

Supongamos que $m_2 = 10\ m_1$. Sus energías cinéticas serían:

$$E_c(1) = \frac{1}{2} m_1 v^2 \qquad ; \qquad E_c(2) = \frac{1}{2} m_2 v^2$$

Si sustituimos en la energía cinética del 2, m_2 por $10m_1$ tendremos:

$$E_c(2) = \frac{1}{2} 10 \cdot m_1 v^2 = 10 \cdot \frac{1}{2} m_1 v^2 = 10 \cdot E_c(1)$$

Luego, la energía cinética del 2 es 10 veces mayor que la del 1.

---------- 000 ----------

► ***Dos masas m_1 y m_2, tal que m_2=4 m_1 , tienen la misma energía cinética. Calcula la relación entre sus velocidades.***

Si las dos masas tienen la misma energía cinética se deberá cumplir que:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

Si sustituimos m_2 por 4 m_1 tendremos:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} 4 \cdot m_1 v_2^2 \quad \Rightarrow \quad v_1^2 = 4 \cdot v_2^2$$

Y sacando la raíz cuadrada a los dos miembros tendremos que:

$$\sqrt{v_1^2} = \sqrt{4 \cdot v_2^2} \quad \Rightarrow \quad v_1 = 2 \cdot v_2$$

Por lo tanto, la velocidad de la masa 1 debe ser el doble de la velocidad de la masa 2.

---------- 000 ----------

► ***Una persona empuja una vagoneta ejerciendo sobre ella una fuerza constante de 60 N. Calcular el trabajo que realiza sobre la vagoneta `para desplazarla 10 m.***

El trabajo será igual a:

$$W = F \cdot \Delta x = 60\ N \cdot 10\ m = 600\ J$$

---------- 000 ----------

► ***Hallar el trabajo realizado al subir un peso de 100 N por una escalera hasta una altura de 6 m.***

Para subir un cuerpo hay que realizar una fuerza igual a su peso, para poder vencer la atracción de la Tierra. Por lo tanto, el trabajo que hay que realizar será:

$$W = F \cdot \Delta x = 100\ N \cdot 6\ m = 600\ J$$

---------- 000 ----------

► ***Se aplica una fuerza constante de 100 N sobre un automóvil de 750 kg inicialmente en reposo, haciendo que recorra una distancia de 20 m. Hallar el trabajo realizado sobre el coche, su energía cinética final y su velocidad final.***

El trabajo sería igual a:

$$W = F \cdot \Delta x = 100\ N \cdot 20\ m = 2000\ J$$

Si inicialmente está en reposo, su energía cinética inicial será cero. Como el trabajo es igual a lo que varía la energía cinética tendremos que:

$$W = \Delta E_c = Ec_F - Ec_o = Ec_F - 0 = Ec_F = 2000\ J$$

Si conocemos la energía cinética final, podremos calcular la velocidad final despejándola de la ecuación de la energía cinética, es decir:

$$Ec_F = \frac{1}{2} m v_F^2 \quad \Rightarrow \quad v_F = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec_F}{m}} =$$
$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 2000\ J}{750\ kg}} = 2{,}3\ m/s$$

---------- 000 ----------

► ***Una persona empuja una vagoneta, de 300 kg de masa, sobre unos carriles horizontales sin rozamiento realizando sobre ella un trabajo de 800 J. Si al final la vagoneta tiene una energía cinética de 2200 J, calcular su energía cinética inicial y su velocidad inicial.***

Como el trabajo es igual a la variación de energía cinética podremos poner que:

$$W = \Delta E_c = Ec_F - Ec_o \quad \Rightarrow \quad Ec_0 = Ec_F - W =$$
$$= 2200\ J - 800\ J = 1400\ J$$

Y la velocidad inicial, despejándola de la fórmula de la energía cinética será:

$$Ec_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec_0}{m}} =$$
$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 1400\ J}{300\ kg}} = 3{,}05\ m/s$$

---------- 000 ----------

► ***¿Qué trabajo realiza el motor de un ascensor de 800 kg de masa para elevarlo desde el piso tercero al sexto, si la altura de cada piso es de 3 metros?.***

La fuerza que debe realizar el motor es igual al peso del ascensor, es decir:

$$F = P = mg = 800\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 = 7840\ N$$

Como sube tres pisos el desplazamiento será de 9 m, luego el trabajo que deberá realizar será:

$$W = F \cdot \Delta x = 7840\ N \cdot 9\ m = 70560\ J$$

---------- 000 ----------

► ***Un cuerpo se desplaza horizontalmente 50 m bajo la acción de una fuerza constante de 100 N. Determinar el trabajo realizado por dicha fuerza si:***
a) Actúa horizontalmente en el sentido del movimiento.
b) Forma un ángulo de 60º con la horizontal.
c) Actúa perpendicularmente.
d) Forma 150º con la dirección del desplazamiento.

La diferencia en cada caso viene dada por el ángulo que forma la fuerza con la dirección del desplazamiento.

a)
$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = 100\ N \cdot 50\ m \cdot \cos 0º = 5000\ J$$

b)
$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = 100\ N \cdot 50\ m \cdot \cos 60º = 2500\ J$$

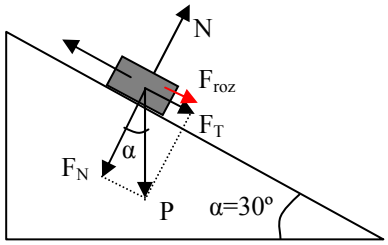
c)
$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = 100\ N \cdot 50\ m \cdot \cos 90º = 0\ J$$

d)
$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = 100\ N \cdot 50\ m \cdot \cos 150º =$$
$$= -4330\ J$$

---------- 000 ----------

► ***Un cuerpo de 2 kg recorre un espacio de 10 m en ascenso por un plano inclinado 30º sobre la horizontal, obligado por una fuerza de 15 N paralela al plano. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano vale 0'2, calcula el trabajo realizado por las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.***

Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo al subir por el plano inclinado son:



Los valores de las componentes del peso y de la fuerza de rozamiento valen:

$$P = m \cdot g = 2\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 = 19{,}6\ N$$

$$F_T = P \cdot sen\ \alpha = 19{,}6\ N \cdot sen\ 30^o = 9{,}8\ N$$

$$F_N = P \cdot cos\ \alpha = 19{,}6\ N \cdot cos\ 30^o = 16{,}97\ N$$

$$F_{roz} = \mu \cdot F_N = 0{,}2 \cdot 16{,}97\ N = 3{,}39\ N$$

Si el cuerpo sube 10 m a lo largo del plano, las fuerzas F_N y N no realizan trabajo ya que forman un ángulo de 90º con el desplazamiento. El trabajo de las demás fuerzas será:

$$W(F) = F \cdot \Delta x \cdot cos\ \alpha = 15\ N \cdot 10\ m \cdot cos\ 0^o = 150\ J$$

$$W(F_T) = F_T \cdot \Delta x \cdot cos\ \alpha = 9{,}8\ N \cdot 10\ m \cdot cos\ 180^o = \\ = -98\ J$$

$$W(F_{roz}) = F_{roz} \cdot \Delta x \cdot cos\ \alpha = 3{,}39\ N \cdot 10\ m \cdot cos\ 180^o = \\ = -33{,}9\ J$$

El trabajo total realizado será la suma de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas, es decir:

$$W_{TOTAL} = 150\ J - 98\ J - 33{,}9\ J = 18{,}1\ J$$

---------- 000 ----------

► ***Un automóvil de 1000 kg de masa circula por una carretera horizontal con una velocidad constante de 72 km/h; el motor aplica sobre él una fuerza de 200 N en la dirección y sentido de su movimiento a lo largo de 500 m.***

a) ¿Cuál es la energía cinética inicial del vehículo?.

b) ¿Qué trabajo ha realizado el motor sobre el automóvil?.

c) ¿Cuál será la energía cinética final suponiendo que no hay rozamiento?.

d) ¿Cuál es la velocidad final del automóvil?.

a) La velocidad inicial en el S.I. es de 20 m/s luego su energía cinética inicial será:

$$Ec_o = \frac{1}{2} m v_o^2 = \frac{1}{2} 1000\ kg \cdot (20\ m/s)^2 = 200000\ J$$

b) El trabajo que realiza el motor será:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot cos\ \alpha = 200\ N \cdot 500\ m \cdot cos\ 0^o = \\ = 100000\ J$$

c) El trabajo realizado por el motor se invierte en variar la energía cinética del coche, luego:

$$W = \Delta Ec = Ec_F - Ec_o \quad \Rightarrow \quad Ec_F = W + Ec_o = \\ = 100000\ J + 200000\ J = 300000\ J$$

d) Si despejamos la velocidad final de la ecuación de la energía cinética final tendremos que:

$$Ec_F = \frac{1}{2} m v_F^2 \quad \Rightarrow \quad v_F = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec_F}{m}} = \\ = \sqrt{\frac{2 \cdot 300000\ J}{1000\ kg}} = 24{,}49\ m/s$$

---------- 000 ----------

► ***Un cuerpo de 1 kg de masa se mueve a una velocidad de 2 m/s. ¿Qué trabajo se deberá realizar para pararlo?.***

El cuerpo lleva inicialmente una energía cinética de valor:

$$Ec_o = \frac{1}{2} m v_o^2 = \frac{1}{2} 1\,kg \cdot (2\,m/s)^2 = 2\,J$$

Si al final se para su energía cinética final será cero. Luego, su energía cinética habrá variado en:

$$\Delta Ec = Ec_F - Ec_o = 0\,J - 2\,J = -2\,J$$

Y como el trabajo es igual a lo que varía su energía cinética, habrá que realizar un trabajo de – 2 J, lógicamente será negativo ya que la fuerza que habrá que realizar para pararlo deberá ir en contra del sentido del movimiento.

---------- 000 ----------

► ***Una bala de 15 gr perfora una tabla de 7 cm de espesor incidiendo con una velocidad de 450 m/s. La fuerza de rozamiento que ofrece la tabla al paso de la bala es de 1200 N. Determinar la velocidad de salida de la bala una vez que atraviesa la tabla.***

La fuerza de rozamiento realizará un trabajo negativo mientras que la bala está atravesando la tabla, de valor:

$$W(F_{roz}) = F_{roz} \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = 1200\,N \cdot 0{,}07\,m \cdot \cos 180^o = -84\,J$$

Este trabajo en contra de la bala disminuirá su energía cinética de tal forma que al salir de la tabla llevará menor energía cinética (menor velocidad).

La energía cinética inicial será:

$$Ec_o = \frac{1}{2} m v_o^2 = \frac{1}{2} 0{,}015\,kg \cdot (450\,m/s)^2 = 1518{,}75\,J$$

Por lo tanto, la energía cinética con que saldrá la bala al final será:

$$Ec_F = 1518{,}75\,J - 84\,J = 1434{,}75\,J$$

Y la velocidad final será:

$$Ec_F = \frac{1}{2} m v_F^2 \quad \Rightarrow \quad v_F = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec_F}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1434{,}75\,J}{0{,}015\,kg}} = 437{,}37\,m/s$$

---------- 000 ----------

► ***Si dos máquinas realizan el mismo trabajo ¿tienen la misma potencia?.***

No. La potencia es el trabajo realizado en relación al tiempo empleado. Luego, tendrá mayor potencia la máquina que realice el trabajo en menor tiempo.

---------- 000 ----------

► ***El motor de una grúa eleva un bloque de 50 kg a una altura de 10 m en 5 s. a) ¿Qué trabajo ha realizado?, b) ¿Cuál es su potencia?.***

a) La fuerza que tiene que realizar la grúa es igual al peso del cuerpo, es decir:

$$F = P = m \cdot g = 50\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 = 490\ N$$

Y el trabajo será:

$$W = F \cdot \Delta x = 490\ N \cdot 10\ m = 4900\ J$$

b) La potencia que desarrolla será:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{4900\ J}{5\ s} = 980\ w$$

---------- 000 ----------

► ***Una persona eleva un bloque de 20 kg a una altura de 6 m en 15 s. a) ¿Qué trabajo ha realizado? , b) ¿Cuál es su potencia?.***

a) La fuerza que tiene que realizar la persona es igual al peso del bloque, es decir:

$$F = P = m \cdot g = 20\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 = 196\ N$$

Y el trabajo será:

$$W = F \cdot \Delta x = 196\ N \cdot 6\ m = 1176\ J$$

b) La potencia que desarrolla será:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{1176\ J}{15\ s} = 78{,}4\ w$$

---------- 000 ----------

► ***El motor de una excavadora tiene una potencia de 250 CV. a) ¿Cuál es su potencia en vatios y kilovatios? b) ¿Qué trabajo puede realizar en una hora de funcionamiento?.***

a) Como 1 CV=735 w tendremos que:

$$P = 250\ CV \cdot \frac{735\ w}{1\ CV} = 183750\ w = 183{,}75\ kw$$

b) El trabajo que realizará en 1 hora será:

$$W = P \cdot t = 183750\ w \cdot 3600\ s = 6{,}615 \cdot 10^8\ J$$

---------- 000 ----------

► ***Un automóvil de 800 kg de masa acelera desde 0 a 100 km/h en 8 s. Calcular:***
a) La variación de energía cinética del automóvil en ese tiempo.
b) El trabajo realizado por el motor.
c) La potencia desarrollada por el vehículo, expresada en CV.

a) La energía cinética inicial será cero ya que está parado. La velocidad final es de 27,77 m/s, luego la energía cinética final será:

$$Ec_F = \frac{1}{2}mv_F^2 = \frac{1}{2}800\ kg \cdot (27{,}77\ m/s)^2 =$$
$$= 308469{,}16\ J$$

Y esta será también la variación de la energía cinética ya que al principio es nula.

b) El trabajo realizado equivale a lo que varía la energía cinética, luego:

$$W = \Delta Ec = 308469{,}16\ J$$

c) La potencia será:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{308469{,}16\ J}{8\ s} = 38558{,}64\ w = 52{,}46\ CV$$

---------- 000 ----------

► ***Un cuerpo de 20 kg cae desde una altura de 20 m. Calcular su energía cinética y su velocidad al llegar al suelo.***
Nota: No utilizar las ecuaciones del movimiento.

En este caso la energía potencial que tiene al principio se convertirá íntegramente en energía cinética al llegar al suelo, luego:

$$Ec(suelo) = Ep(arriba) = mgh = 20\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot$$
$$\cdot 20\ m = 3920\ J$$

Y La velocidad final al llegar al suelo será:

$$v_{suelo} = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec_{suelo}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3920\ J}{20\ kg}} = 19{,}79\ m/s$$

---------- 000 ----------

► ***Un cuerpo de 10 kg de masa es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 25 m/s. Calcula, aplicando el principio de conservación de la energía mecánica, qué altura puede alcanzar.***

La energía cinética inicial del cuerpo al lanzarlo será:

$$Ec_o = \frac{1}{2}mv_o^2 = \frac{1}{2}10\ kg \cdot (25\ m/s)^2 = 3125\ J$$

Si no existe rozamiento esta energía cinética se va convirtiendo en energía potencial gravitatoria. Luego, al alcanzar su máxima altura (velocidad cero) toda la energía cinética inicial se habrá convertido en potencial gravitatoria. Luego, en la altura máxima tendrá 3125 J de energía potencial gravitatoria y la altura correspondiente será:

$$h = \frac{Ep}{mg} = \frac{3125\ J}{10\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2} = 31{,}88\ m$$

---------- 000 ----------

► ***Una pelota de tenis de 100 gr de masa cae de una altura de 10 m. Calcular la energía cinética y potencial:***
a) cuando se encuentra a 10 m.
b) Cuando se encuentra a 5 m.
c) En el momento de contacto con el suelo.

A lo largo de todo el trayecto la energía mecánica permanecerá constante.

a) Su energía cinética será cero y la potencial:

$$Ep = mgh = 0{,}1\,kg \cdot 9{,}8\,m/s^2 \cdot 10\,m = 9{,}8\,J$$

La energía mecánica será:

$$Em = Ec + Ep = 0\,J + 9{,}8\,J = 9{,}8\,J$$

Al no existir rozamiento este valor de energía mecánica permanecerá igual en toda la caída.

b) Cuando está a 5 m su energía potencial será:

$$Ep = mgh = 0{,}1\,kg \cdot 9{,}8\,m/s^2 \cdot 5\,m = 4{,}9\,J$$

Y la cinética será:

$$Ec = Em - Ep = 9{,}8\,J - 4{,}9\,J = 4{,}9\,J$$

c) Al llegar al suelo no tendrá energía potencial y toda la energía mecánica será cinética, por lo tanto, la energía cinética al llegar al suelo será de 9,8 J.

---------- 000 ----------

► ***Lanzas verticalmente hacia arriba una pelota de 100 gr de masa. Cuando se encuentra a 30 m del suelo, su velocidad es de 5 m/s ¿Cuánto vale su energía cinética? ¿y su energía mecánica? ¿Con qué velocidad se lanzó?***

Si a los 30 m su velocidad es de 5 m/s las energías cinéticas y potencial en esa posición serán:

$$Ec = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0{,}1\,kg \cdot (5\,m/s)^2 = 1{,}25\,J$$

$$Ep = mgh = 0{,}1\,kg \cdot 9{,}8\,m/s^2 \cdot 30\,m = 29{,}4\,J$$

Y su energía mecánica será:

$$Em = Ec + Ep = 1{,}25\,J + 29{,}4\,J = 30{,}65\,J$$

Como la energía mecánica permanece constante, al principio cuando se lanza desde el suelo la energía mecánica valdrá también 30,65 J y, como en ese momento, la energía potencial es cero (por estar a altura cero) toda la energía mecánica será cinética, Por lo tanto, la energía cinética al lanzarla valdrá 30,65 J y la velocidad de lanzamiento será:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30{,}65\,J}{0{,}1\,kg}} = 24{,}75\,m/s$$

---------- 000 ----------

► ***Lanzamos un objeto, de 10 kg de masa, verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Calcula la altura y la velocidad de la misma cuando su energía cinética se haya reducido a la mitad.***

La energía cinética inicial será:

$$Ec_o = \frac{1}{2}mv_o^2 = \frac{1}{2}10\,kg \cdot (20\,m/s)^2 = 2000\,J$$

Su energía mecánica también valdrá 2000 J ya que en ese momento no tiene energía potencial.

En el momento de que su energía cinética se reduce a la mitad (1000 J) lo que ha perdido de energía cinética lo habrá ganado de energía potencial luego su energía potencial valdrá también 1000 J, ya que la energía mecánica no varía. Por lo tanto, la velocidad y la altura en ese momento será:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000\ J}{10\ kg}} = 14{,}14\ m/s$$

$$h = \frac{Ep}{mg} = \frac{1000\ J}{10\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2} = 10{,}2\ m$$

---------- 000 ----------