UNIDAD
4

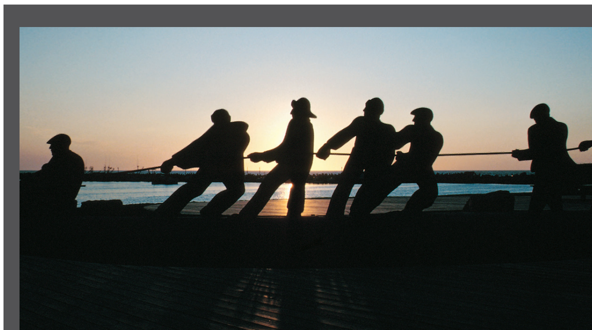
Dinámica

Contenidos

Revisión de la unidad

Ejercicios resueltos

Cuestionario final



La dinámica se ocupa de la relación entre las fuerzas y los movimientos. Las leyes de Newton proporcionan las herramientas precisas para comprender esta relación y para acometer las cuestiones y problemas que se nos presenten. La primera ley aclara que las fuerzas no son la causa del movimiento, puesto que este puede existir con una fuerza resultante nula. La segunda ley proporciona una herramienta simple pero muy valiosa: la ecuación fundamental de la dinámica. La tercera ley permite deducir rigurosamente el esquema de fuerzas aplicadas a un objeto.

1 ¿SON LAS FUERZAS CAUSA DEL MOVIMIENTO O DEL CAMBIO DE MOVIMIENTO?

¡QUÉ CURIOSO!

En la época de Galileo no existían los cronómetros, de manera que tuvo que ingeniárselas para medir o comparar tiempos usando péndulos o relojes de agua, e incluso interpretando –con un laúd– una partitura, en la que marcaba el compás y la nota en la que finalizaba el movimiento estudiado.

Hasta el siglo XVII, las teorías sobre la relación entre fuerzas y movimiento se basaban principalmente en las ideas recopiladas en los escritos de los autores griegos, en especial de Aristóteles. Galileo Galilei recogió el testigo de una corriente crítica que desde el siglo XIII cuestionaba el pensamiento aristotélico oficial.

Galileo creía en el sistema heliocéntrico de Nicolás Copérnico, pero para defenderlo tenía que justificar la posibilidad del movimiento de la Tierra. Con el fin de rebatir los argumentos físicos que los defensores de la postura de Aristóteles usaban para oponerse a la posibilidad de dicho movimiento, sentó las bases de una nueva **cinemática** y una nueva **dinámica**. La siguiente tabla resume algunas diferencias entre la física aristotélica y la galileana.

CINEMÁTICA Y DINÁMICA ARISTOTÉLICA	CINEMÁTICA Y DINÁMICA GALILEANA
Aristóteles clasifica los movimientos en: **Naturales**. Por ejemplo, la caída de un grave, la ascensión del humo de una hoguera, el movimiento circular de los planetas, etc. **Forzados**. Por ejemplo, el lanzamiento de un proyectil, el movimiento de un carro tirado por un buey, etc.	Galileo clasifica los movimientos en función de los valores de la velocidad y de la aceleración: **Uniformes**. Son aquellos en los que la velocidad es constante y la aceleración nula. **Uniformemente acelerados**. Son aquellos en los que la velocidad varía gradualmente y la aceleración es constante.
En su libro *Sobre los cielos* establece que la velocidad de caída es proporcional al peso. Así, un peso doble tardará la mitad de tiempo en recorrer la misma distancia.	Considera que todos los cuerpos que caen recorren, independientemente de su peso, la misma distancia en el mismo tiempo. La distancia recorrida en caída libre es proporcional al cuadrado del tiempo.
Aunque no lo dice expresamente, de sus textos se deduce que la velocidad de caída de un cuerpo permanece constante una vez iniciado el movimiento.	La velocidad de caída aumenta uniformemente a medida que el cuerpo cae.
Un cuerpo no puede moverse a no ser que una fuerza actúe sobre él.	Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, este puede estar en movimiento, pero será rectilíneo y uniforme.
La fuerza es la causa de la velocidad de los cuerpos.	La fuerza es la causa de los cambios de velocidad, es decir, de la aceleración.
Aunque considera la resistencia que un medio ofrece al avance de un cuerpo, no llega a conclusiones aceptables.	Considera el rozamiento como una fuerza que frena los objetos, e imagina el experimento de un plano horizontal idealmente pulido sobre el que una esfera rodante nunca se detiene. Esto le lleva a un primer enunciado del principio de inercia, precisado después por Descartes y recogido por Newton.

A la física aristotélica se la ha denominado *física del sentido común* porque, en general, las personas razonamos intuitivamente de forma semejante a Aristóteles y llegamos a conclusiones erróneas similares a las suyas.

Algunos errores y confusiones de los filósofos griegos se debían a que usaban un método especulativo para el estudio de la naturaleza, basado en la contemplación y en el razonamiento cualitativo. Galileo, sin embargo, introdujo con éxito la **experimentación** y la **matematización** en el campo de la física, lo que le permitió realizar un análisis más cuidadoso y preciso de los movimientos. De hecho, las leyes del movimiento de caída de graves estudiadas en la unidad Cinemática tienen su origen en los trabajos de Galileo.

Como la caída libre es demasiado rápida, a Galileo se le ocurrió usar planos inclinados y hacer rodar bolas por una canaladura practicada en su superficie superior. El movimiento de la bola por el plano inclinado continúa siendo acelerado, pero con un valor menor para la aceleración, cosa que le permitía medir tiempos y posiciones con cierta precisión.

Isaac Newton, recogiendo los principios de la matematización de los fenómenos naturales iniciada fundamentalmente por Galileo, consiguió, como se decía en en la unidad Gravitación, unificar los mundos sublunar y supralunar, los cuales estaban separados en la física aristotélica. Newton explicó con las mismas leyes el disparo de proyectiles, la caída de graves y el movimiento de los planetas. Su ley de la gravitación universal y las tres leyes conocidas como *principios de la dinámica* proporcionaron a la ciencia poderosos instrumentos que la llevaron a extraordinarios desarrollos durante los siguientes siglos.

Sala dedicada a Galileo Galilei en el Museo Técnico de Múnich. El tablón en primer término es un plano inclinado ideado por el propio científico.

2 PRIMERA LEY DE NEWTON DE LA DINÁMICA: PRINCIPIO DE INERCIA

Una de las causas de la persistencia de la física aristotélica y de lo costoso que fue descubrir el **principio de inercia** fue la imposibilidad de observar en la Tierra la situación en la que se basa este principio, a saber, que sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza. La **primera ley de Newton**, o principio de inercia, se enuncia así:

> Si la fuerza resultante sobre un objeto es nula, este no puede experimentar cambios de velocidad, es decir, no puede experimentar aceleración.

Por tanto, si el objeto se encuentra en reposo, perseverará en ese estado, y si está en movimiento, este será rectilíneo y uniforme (sin cambios ni en la orientación ni en el módulo de la velocidad). Con un lenguaje menos preciso diríamos que los objetos manifiestan resistencia a cambiar su estado de movimiento, o sea, tienen inercia.

Comparamos ahora los análisis discordantes que Aristóteles y Newton harían ante las siguientes situaciones:

Trineo tirado por perros

Aristóteles:
El estado natural del trineo es el reposo. El equipo de perros está aplicando constantemente una fuerza $\vec{F}$ para sacar el trineo de su estado natural.

Newton:
El trineo se mueve con movimiento rectilíneo uniforme, por tanto la fuerza resultante $\vec{F}_r$ es cero. Esto quiere decir que la fuerza motora $\vec{F}$ es exactamente igual a la fuerza de rozamiento $\vec{f}$ que se opone al movimiento.

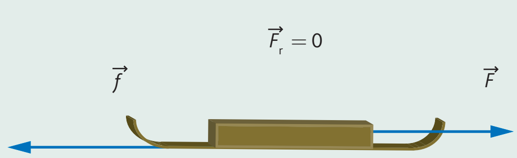


FIGURA **1**

¡QUÉ CURIOSO!

En la superficie de la Tierra, donde vivimos, no podemos desembarazarnos de la fuerza de la gravedad, ni del rozamiento. Por ello, las experiencias que acumulamos desde pequeños parecen contradecir la primera ley de la dinámica. Nos muestran, por ejemplo, que el balón, una vez ha salido de nuestras manos, no sigue una trayectoria rectilínea sino parabólica antes de entrar en la canasta, o que la silla, una vez hemos dejado de empujarla, se detiene. Interpretamos que estos hechos se han producido en ausencia de fuerzas, y erramos al hacerlo pues olvidamos que en ambos casos está actuando una fuerza: la gravitatoria o la de fricción, respectivamente.

04_fisica_02_5.indd 85 27/07/12 09:20

Movimiento de los planetas

Aristóteles:
Sobre el planeta con movimiento circular no se ejerce ninguna fuerza, puesto que el estado natural del planeta es el movimiento circular perpetuo.

Newton:
Puesto que hay un cambio en la dirección de la velocidad, el planeta tiene aceleración centrípeta. Es por tanto necesario el concurso de una fuerza centrípeta $\vec{F}_c$, que proviene de la atracción del Sol sobre el planeta.

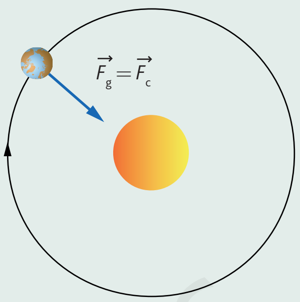


FIGURA **2**

3 SEGUNDA LEY DE NEWTON DE LA DINÁMICA: ECUACIÓN FUNDAMENTAL

La primera ley solo introduce un concepto cualitativo de fuerza, y también el concepto de inercia, como una propiedad de los cuerpos materiales. Una dinámica más poderosa necesita introducir conceptos que permitan medir tanto las fuerzas como las inercias. Así se establece la **segunda ley de Newton**, que enunciamos así:

> Si la fuerza resultante sobre un cuerpo no es nula, este adquiere una aceleración directamente proporcional a dicha fuerza.

Decimos que dos magnitudes tienen una relación directamente proporcional cuando su cociente es constante. Así pues, para un cuerpo dado:

$$\frac{F_r}{a} = \text{constante}$$

De esta expresión se deduce que el valor de la constante será elevado para el caso de fuerzas resultantes elevadas que producen aceleraciones pequeñas. Esta misma situación es la que esperamos encontrar cuando el cuerpo que experimenta la aceleración tiene una gran masa (una gran inercia), lo que nos lleva a identificar esta constante como la masa inerte (m) del cuerpo:

$$\frac{F_r}{a} = m$$

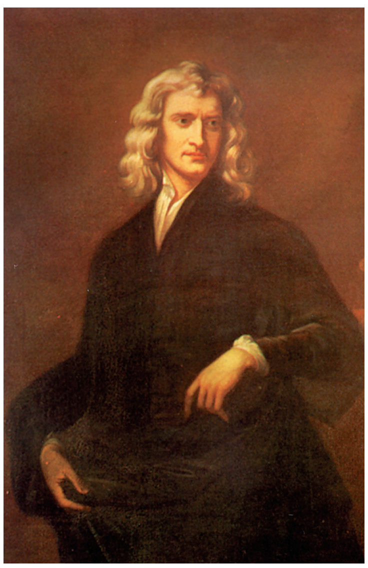
La segunda ley de Newton, también llamada **ecuación fundamental de la dinámica**, puede escribirse así:

$$F_r = m\,a \qquad \text{(ec. 1)}$$

Si tenemos en cuenta que tanto la fuerza como la velocidad son magnitudes vectoriales, podemos escribirla en forma vectorial:

$$\vec{F}_r = m\vec{a} \qquad \text{(ec. 2)}$$

La ecuación 2 indica que la aceleración tiene la misma orientación (igual dirección y sentido) que la fuerza resultante. En las FIGURAS **3**, **4** y **5** se ejemplifica este hecho.



Isaac Newton (1642 – 1727).

RECUERDA

La segunda ley de Newton, tal y como se expresa en la ecuación 1, justifica la definición del newton como unidad de fuerza que se introdujo en la unidad 3.

$$F = ma \rightarrow 1\,\text{N} = 1\,\text{kg} \cdot 1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

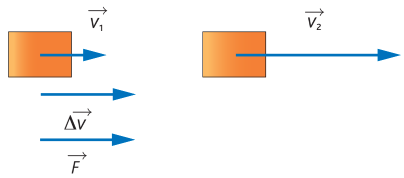


FIGURA 3 Un objeto con trayectoria rectilínea acelera aumentando el módulo de su velocidad de v_1 a v_2. El vector $\vec{F}$ tiene la misma orientación que $\Delta\vec{v}$, y por tanto que $\vec{a}$ (dirección horizontal hacia la derecha).

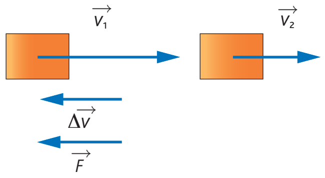


FIGURA 4 Un objeto con trayectoria rectilínea frena disminuyendo el módulo de su velocidad de v_1 a v_2. El vector $\vec{F}$ tiene la misma orientación que $\Delta\vec{v}$, y por tanto que $\vec{a}$ (horizontal hacia la izquierda).

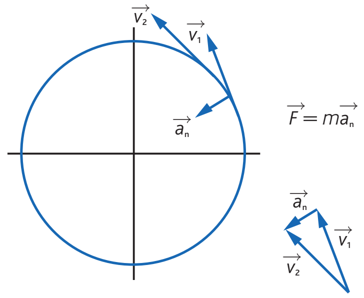


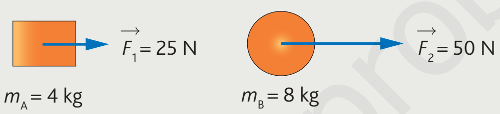
FIGURA 5 Un objeto se mueve con un MCU. El módulo de su velocidad se mantiene constante, pero la dirección varía continuamente. El vector $\Delta\vec{v}$ representa la variación de velocidad de $\vec{v}_1$ a $\vec{v}_2$; su dirección es radial y su sentido hacia el centro de la circunferencia que describe (sentido centrípeto). La aceleración correspondiente $\vec{a}$ y la fuerza resultante $\vec{F}$ son también radiales y centrípetas.

EJEMPLO RESUELTO

1 Considera dos cuerpos *A* y *B*, inicialmente en reposo, que son empujados por las fuerzas de módulo F_1 y F_2 indicadas en la figura. ¿Cuál tendrá mayor velocidad al cabo de 5 segundos?

$m_A = 4$ kg; $F_1 = 25$ N

$m_B = 8$ kg; $F_2 = 50$ N



La aceleración del cuerpo *A* es el cociente entre la fuerza resultante F_1, aplicada sobre él, y su masa m_A:

$$a_A = \frac{F_1}{m_A} = \frac{25\text{ N}}{4\text{ kg}} = 6{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

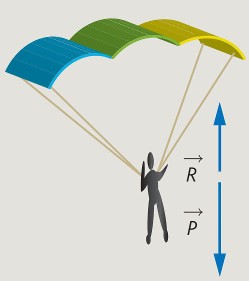
La aceleración del cuerpo *B* es el cociente entre la fuerza resultante F_2, aplicada sobre él, y su masa m_B:

$$a_B = \frac{F_2}{m_B} = \frac{50\text{ N}}{8\text{ kg}} = 6{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Como los dos objetos parten del reposo y adquieren la misma aceleración, al cabo de 5 s tendrán la misma velocidad.

2 Un paracaidista cae verticalmente a velocidad constante. Si el conjunto formado por el paracaidista y el paracaídas posee una masa de 80 kg, ¿qué valor tiene la fuerza de resistencia que ofrece el aire?

Sobre el paracaidista actúan dos fuerzas: la de atracción gravitatoria, es decir, el peso (*P*), y la resistencia del aire al avance (*R*). Las dos fuerzas tienen la misma dirección, pero sentidos contrarios.



Según el primer principio de la dinámica, si la velocidad es constante y la trayectoria rectilínea, la fuerza resultante es nula: $R - P = 0$. Por tanto:

$$R - P = 0 \rightarrow R = P \rightarrow R = mg = 80\text{ kg} \cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 784\text{ N}$$

3 Se aplican dos fuerzas, una de 6 N sobre una masa de 100 kg de masa y una de 4 N sobre una masa de 50 kg. ¿Cuál de las dos masas adquiere una aceleración mayor?

La aceleración se calcula como el cociente entre la fuerza aplicada sobre el cuerpo y la masa de este:

Caso 1: $a_1 = \dfrac{F_1}{m_1} = \dfrac{6\text{ N}}{100\text{ kg}} = 0{,}06\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$ Caso 2: $a_2 = \dfrac{F_2}{m_2} = \dfrac{4\text{ N}}{50\text{ kg}} = 0{,}08\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Por tanto, la aceleración de la segunda masa es mayor que la de la primera.

04_fisica_02_5.indd 87 27/07/12 09:20

EJEMPLO RESUELTO

4 **Tenemos dos masas, de valores *m* y 2*m*, sobre las que actúan dos fuerzas de módulos *F* y 2*F*, respectivamente. ¿Cuál de las dos masas adquiere una aceleración mayor?**

La aceleración se calcula como el cociente entre la fuerza aplicada sobre el cuerpo y la masa de este:

$$\text{masa } m\text{: } a_1 = \frac{F}{m} \qquad \text{masa } 2m\text{: } a_2 = \frac{2F}{2m} = \frac{F}{m}$$

Las aceleraciones de las dos masas son iguales.

5 **Sobre una masa de 2 t se aplica una fuerza de 200 N. Calcula la velocidad que alcanzará al cabo de 1 minuto si inicialmente estaba en reposo.**

Calculamos la aceleración: $m = 2\text{ t} = 2.000\text{ kg} \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{200\text{ N}}{2.000\text{ kg}} = 0{,}1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Ahora calculamos la velocidad sustituyendo $v_0 = 0$ y $t = 60$ s en la ecuación de la velocidad del movimiento uniformemente acelerado:

$$v = v_0 + at = 0 + 0{,}1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 60\text{ s} = 6\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

AHORA TÚ

1 **Una nave interplanetaria se encuentra en movimiento bajo la acción de sus turbinas en una región del espacio donde reina el vacío y no existen otros cuerpos que actúen gravitatoriamente sobre ella. En un determinado instante se acaba el combustible. ¿Qué le ocurrirá a la nave?**

2 **Si la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo se reduce a la cuarta parte, ¿qué le ocurre a la aceleración del cuerpo?**

3 **Dos fuerzas, de 20 N y 50 N, actúan sobre dos masas de 50 kg y 200 kg, respectivamente. ¿Cuál de las dos masas adquiere mayor aceleración?**

4 **Al aplicar durante 2 segundos una fuerza a un cuerpo de 5 kg inicialmente en reposo, este alcanza una velocidad de 6 m/s. Calcula el valor de dicha fuerza.**

Al saltar sobre una superficie elástica realizamos una acción sobre la superficie y recibimos la reacción de esta, que nos impulsa hacia arriba.

4 TERCERA LEY DE NEWTON DE LA DINÁMICA: PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN

Este principio expone una de las propiedades más sorprendentes de las fuerzas**:** las fuerzas siempre aparecen por pares. Dicho de otra manera, la fuerza no es una propiedad de los cuerpos materiales en el sentido de que un objeto pueda ejercer o experimentar una fuerza por sí mismo, ya que solo aparecen fuerzas en las interacciones entre objetos. Un objeto nunca podría sentir la acción de una fuerza. Sin embargo, dos objetos (1) y (2) pueden interaccionar, por ejemplo, por contacto. También pueden repelerse si se trata de cargas eléctricas del mismo signo, o pueden atraerse gravitatoriamente, etc.

04_fisica_02_5.indd 88 27/07/12 09:20

En todos estos casos existen dos fuerzas: la que el objeto 1 ejerce sobre el 2 $\left(\vec{F}_{12}\right)$ y la que el objeto 2 ejerce sobre el 1 $\left(\vec{F}_{21}\right)$. Ambas fuerzas aparecen simultáneamente, y solo en casos en que interviene un agente de forma activa hablamos de **acción y reacción**. Por ejemplo, cuando el nadador empuja la pared de la piscina con sus pies al dar la vuelta, decimos que realiza la acción y que recibe la reacción de la pared, que lo empuja.

La **tercera ley de Newton** informa sobre las características de este par de fuerzas, y se puede enunciar de la siguiente manera:

En toda interacción entre dos cuerpos aparecen dos fuerzas iguales en módulo y en dirección, pero de sentido contrario. Cada una de las fuerzas está aplicada sobre uno de los cuerpos.

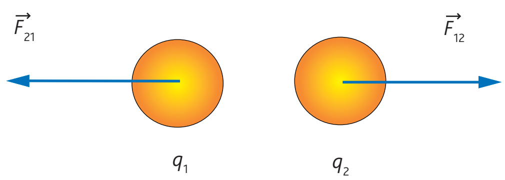


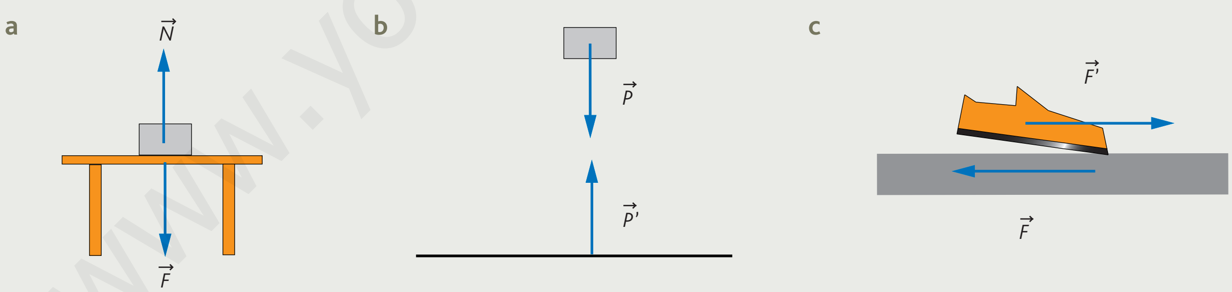
FIGURA **6** Representación de las dos fuerzas con que se repelen dos cargas de igual signo.

La bola naranja se mueve debido a la acción que la bola blanca ha realizado sobre ella. A su vez, la bola blanca se detiene por la reacción realizada por la bola naranja.

EJEMPLO RESUELTO

6 **Dibuja y describe las fuerzas que aparecen en los siguientes casos:**

a **Interacción entre un objeto que está encima de la mesa y la superficie de esta.**
b **Interacción entre un objeto y la Tierra.**
c **Interacción** entre el pie de un caminante y el suelo.



a Para soportar el objeto, la mesa ejerce una fuerza $\vec{N}$. El símbolo N se toma de la palabra *normal*, que significa *perpendicular*, puesto que la fuerza con que una superficie soporta un objeto es siempre perpendicular a esta superficie. El objeto ejerce sobre la mesa una fuerza $\vec{F}$, igual en módulo a $\vec{N}$.
b La Tierra atrae el objeto con la fuerza $\vec{P}$, mientras que el objeto atrae la Tierra con una fuerza $\vec{P}'$. Esta fuerza $\vec{P}'$ está aplicada en el centro de gravedad del planeta y coincide en módulo con $\vec{P}$.
c El pie empuja el suelo con una fuerza $\vec{F}$ en sentido opuesto al de la marcha (podemos decir que esa es la acción del caminante). La fuerza de reacción $\vec{F}'$ es la fuerza con que el suelo empuja el pie del caminante en el sentido de la marcha. $\vec{F}$ y $\vec{F}'$ tienen igual módulo. (Naturalmente, para que existan estas dos fuerzas es necesario que haya rozamiento entre la suela del zapato y el suelo).

AHORA TÚ

5 Dibuja las dos fuerzas que aparecen en los siguientes casos:

a Interacción gravitatoria entre el Sol y la Tierra.

b Interacción entre el pie del jugador de fútbol y el balón que golpea.

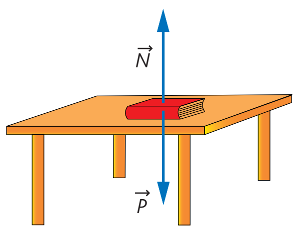


FIGURA **7**

Las fuerzas de acción y reacción están aplicadas sobre cuerpos diferentes

Como las fuerzas de acción y reacción tienen igual módulo y dirección pero diferente sentido, podría parecer que se anulan entre sí; sin embargo, es esta una idea equivocada que podría llevar a análisis erróneos y absurdos. En realidad, las fuerzas de acción y reacción no se anulan entre sí porque **están aplicadas sobre cuerpos diferentes**.

Las fuerzas que se anulan entre sí son aquellas que tienen igual módulo y dirección y diferente sentido y además están **aplicadas sobre un mismo cuerpo**. El libro de la FIGURA **7** está en reposo porque se anulan entre sí dos fuerzas aplicadas sobre él que provienen de interacciones diferentes: su peso (interacción libro-Tierra) y la normal (interacción libro-mesa); no son, por tanto, fuerzas de acción y reacción.

Observa estas dos situaciones:

FIGURA **8** La imagen es físicamente imposible, y no solamente porque los renos y el trineo estén volando. Aunque los renos estén unidos al trineo por una cuerda, no pueden tirar de él. Sin contar con un punto de apoyo en el suelo, los renos no podrían avanzar arrastrando el trineo.

FIGURA **9** Esta imagen sí es físicamente posible. Sobre los renos actúan cuatro fuerzas, que provienen de cuatro interacciones. El peso y la normal no se han dibujado por claridad del esquema. Las otras dos fuerzas se representan en negro. Los renos empujan el suelo hacia atrás (fuerza roja) y el suelo empuja a los renos hacia delante; como consecuencia de esto, los renos tiran del trineo hacia la izquierda (fuerza amarilla) y el trineo tira de los renos hacia la derecha. La resultante de las dos fuerzas en negro aplicadas a los renos no es nula (la fuerza hacia la izquierda es mayor), por ello los animales pueden avanzar arrastrando el trineo.

RECUERDA

La importancia de la tercera ley de Newton nunca será lo bastante enfatizada, pues sin ella no podríamos dibujar correctamente los esquemas de fuerzas que aparecen sobre un objeto en una situación determinada, y, por lo tanto, no podríamos resolver eficazmente problemas de dinámica.

¿Podrías indicar y dibujar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo?

En la mayoría de los casos, se debe iniciar la resolución de un problema de dinámica con el dibujo de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. Para ello hay que empezar preguntándose: ¿con cuántos otros cuerpos interacciona nuestro objeto de estudio? La interacción con cada uno de ellos dará lugar a una fuerza aplicada sobre el objeto en cuestión. Y por cada una de estas interacciones existirá una fuerza de reacción ejercida por nuestro objeto sobre cada uno de los otros cuerpos (aunque normalmente no se dibujan).

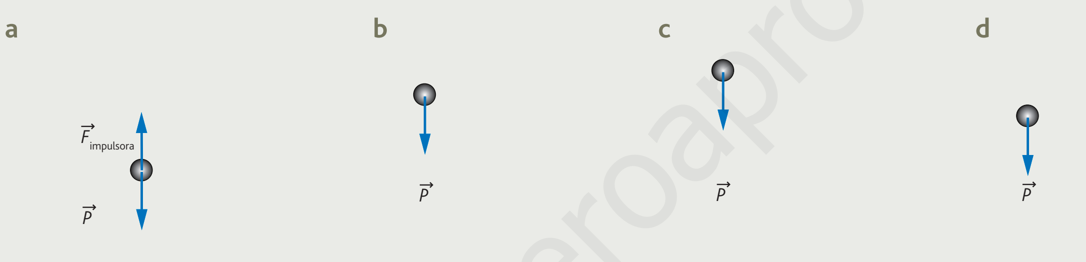
EJEMPLO RESUELTO

7 **Dibuja el esquema de las distintas fuerzas aplicadas sobre un cuerpo que se lanza verticalmente, en los siguientes instantes:**

a **Mientras permanece en contacto con el mecanismo impulsor.**
b **Durante el ascenso.**
c **En el punto más alto de su trayectoria.**
d **Durante el descenso.**

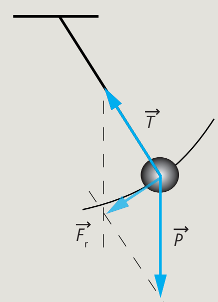
El origen de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo está en las interacciones de este cuerpo con otros. La fuerza impulsora solo se aplica sobre el cuerpo mientras este se encuentra en contacto con el mecanismo impulsor, es decir, en la situación **a**.

Cuando el contacto se pierde, solamente existe la interacción gravitatoria entre el cuerpo y la Tierra. Esta interacción es la única presente en todo instante, y es la misma durante el ascenso, en el punto más alto de su trayectoria y durante el descenso. Así, los esquemas de fuerzas de las situaciones **b**, **c** y **d** son idénticos:



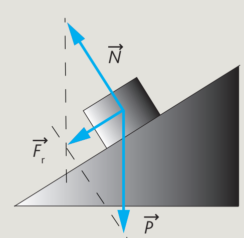
8 **Dibuja el esquema de las fuerzas aplicadas sobre los siguientes cuerpos:**

a **Una bola atada a una cuerda que oscila como un péndulo, cuando está en un extremo de la oscilación.**
b **Un objeto que se desliza por un plano inclinado, considerando que la fricción entre el objeto y la superficie del plano inclinado es nula.**



a La bola del péndulo interacciona con dos cuerpos:
- Con la Tierra, que la atrae con la fuerza $\vec{P}$ (correspondiente al peso de la bola).
- Con la cuerda, que tira de ella con la fuerza $\vec{T}$ (correspondiente a la tensión de la cuerda).

Como se observa, la fuerza resultante $\vec{F}_r$ es tangente a la trayectoria y justifica el movimiento de la bola.



b El objeto que se desliza sobre el plano interacciona con dos cuerpos:
- Con la Tierra, que lo atrae con la fuerza $\vec{P}$ (correspondiente al peso del objeto).
- Con la superficie del plano inclinado, que lo soporta con la fuerza perpendicular al plano $\vec{N}$ (correspondiente a la normal).

Como se observa, la fuerza resultante $\vec{F}_r$ es paralela a la superficie del plano inclinado y justifica el movimiento del objeto.

04_fisica_02_5.indd 91 27/07/12 09:20

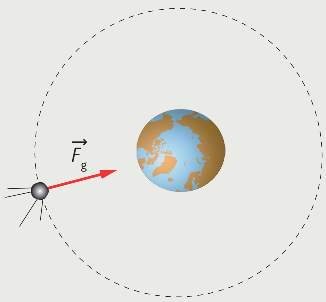
EJEMPLO RESUELTO

9 Dibuja el esquema de las fuerzas aplicadas sobre los siguientes cuerpos:

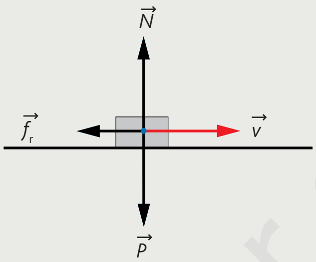
a Un satélite en órbita alrededor de la Tierra.

b Un disco que ha sido golpeado por un jugador de *hockey* sobre hielo.

a



b



a La única interacción del satélite es con la Tierra. La única fuerza es $\vec{F}_g$.

b El disco se mueve hacia la derecha. Sobre él actúan tres fuerzas: la fuerza de la gravedad $\vec{P}$, la fuerza con que el suelo soporta el disco $\vec{N}$ y la fuerza de fricción $\vec{f}_r$, de sentido opuesto a la velocidad.

AHORA TÚ

6 Dibuja el esquema de las fuerzas aplicadas sobre los siguientes cuerpos:

a La bola de un péndulo en la parte más baja de su trayectoria.

b Un objeto que se desliza por un plano inclinado con rozamiento.

c Un cajón empujado sobre un suelo horizontal con rozamiento.

5 APLICACIONES DE LA ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA DINÁMICA

Una pista de patinaje sobre hielo es una aproximación aceptable de un plano horizontal sin rozamiento.

Movimiento de un cuerpo sobre un plano horizontal sin rozamiento

Un cuerpo que es empujado sobre un plano horizontal interacciona con el agente que lo empuja, con la Tierra y con el plano que lo soporta. Para estudiar el movimiento del cuerpo en estas circunstancias, conviene analizar por separado las fuerzas que actúan en el eje horizontal y en el eje vertical:

Eje horizontal: la única fuerza que actúa es la fuerza que empuja al cuerpo.

Eje vertical: las fuerzas que actúan en este eje son el peso y la normal, de manera que la resultante es $\vec{N} - \vec{P}$. Como el cuerpo se desplaza sobre el plano horizontal, no existe aceleración vertical, es decir, $a_y = 0$, y, por tanto, $N = P$. Si el cuerpo se desplaza sobre un plano inclinado, hay que descomponer la fuerza en sus componentes en el eje X y en el eje Y.

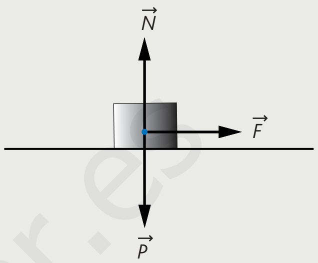
EJEMPLO RESUELTO

10 **Un bloque de 20 kg es empujado por una fuerza horizontal de 60 N.**

a **Calcula la aceleración del bloque.**

b **Calcula la fuerza normal con la que el plano soporta el bloque. (Considera despreciable el rozamiento y $g = 9,8$ m/s²).**

Analizamos las fuerzas que actúan en el eje horizontal y en el eje vertical:



a Eje horizontal

La única fuerza que actúa es $\vec{F}$ (la fuerza resultante). Como no es nula, al aplicar la segunda ley de Newton se obtiene la aceleración del cuerpo en este eje:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{60\text{ N}}{20\text{ kg}} = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b Eje vertical

Al aplicar la segunda ley de Newton se obtiene que la fuerza con que el plano soporta el bloque es igual al peso del bloque:

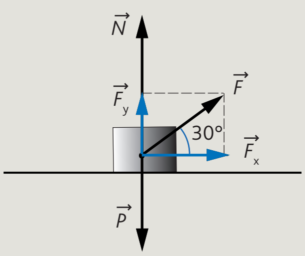
$$N - P = 0 \rightarrow N = P \rightarrow N = mg = 60\text{ N} \cdot 9,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 196\text{ N}$$

Esto quiere decir que, si interpusiéramos una báscula entre el bloque y la superficie del plano, obtendríamos una medida igual al peso del bloque.

11 **Se tira de un bloque de 20 kg con una fuerza $F = 60$ N que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Si el bloque se desplaza horizontalmente, calcula:**

a **La aceleración del bloque.**

b **La fuerza con que el bloque presiona el suelo. (Considera despreciable el rozamiento y $g = 9,8$ m/s²).**



a Eje horizontal

En el eje X, la única fuerza actuante es la componente horizontal de $\vec{F}$, es decir, $F_x = F \cos \alpha$. La aceleración del objeto se produce en la dirección indicada por este eje, de manera que de la ecuación fundamental de la dinámica se obtiene:

$$F\cos\alpha = ma \rightarrow a = \frac{F\cos\alpha}{m} = \frac{60\text{ N} \cdot \cos 30}{20\text{ kg}} \approx 2,6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b Eje vertical

En el eje Y hay tres fuerzas: el peso $P = mg$, la normal N y la componente vertical de la fuerza $F_y = F \text{ sen } \alpha$. Así, pues, la fuerza resultante en este eje es: $N + F_y - P$.

Como en el eje vertical no hay movimiento, $a = 0$, y la ecuación fundamental de la dinámica queda: $N + F_y - P = 0$.

Por tanto: $N = P - F_y$

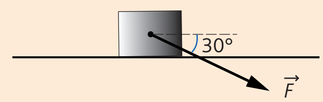
La fórmula anterior indica que la fuerza con que el plano soporta el bloque es menor que el peso del mismo. Es decir, si interpusiéramos una báscula entre el bloque y el suelo, obtendríamos una medida inferior al peso del bloque.

$$N = mg - F_y = 20\text{ kg} \cdot\ 9,8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 60\text{ N} \cdot\ \text{sen } 30 = 166\text{ N}$$

AHORA TÚ

7 Se tira del bloque del ejemplo anterior con la misma fuerza $F = 60$ N, pero en esta ocasión forma un ángulo de 30° con la horizontal en el sentido horario, tal y como muestra la figura. Calcula:

a La aceleración del bloque.
b La fuerza con la que el bloque presiona el suelo.
(Nota: Considera despreciable el rozamiento y $g = 9{,}8$ m/s²).



RECUERDA

Otras fuerzas de fricción las hallamos en la resistencia al avance de un cuerpo que se mueve velozmente a través del aire (por ejemplo, un aeroplano) o en la resistencia al avance de un cuerpo que se mueve lentamente a través de un líquido viscoso (por ejemplo, un objeto pesado cayendo por el interior de una columna de aceite o de miel).

En ambos casos, las leyes que describen las fuerzas resistentes muestran algún tipo de dependencia respecto a la velocidad del cuerpo y a su forma. No son leyes sencillas, y se obtienen experimentalmente en túneles de viento y en columnas de sedimentación.

SUPERFICIES EN CONTACTO	μ_e	μ_d
acero – hielo	0,03	0,02
esquí – nieve	0,10	0,05
acero – acero	0,15	0,09
caucho – pavimento húmedo	0,30	0,25
madera – madera	0,70	0,40
caucho – pavimento seco	1,00	0,80

TABLA **1** Coeficientes estáticos y dinámicos de rozamiento para algunas superficies en contacto.

La fuerza de fricción en los deslizamientos

Las fuerzas de fricción o rozamiento son fuerzas que se oponen al movimiento de los objetos. Pueden ser de diferentes tipos, pero en este tema solo estudiaremos la fricción que se origina cuando un cuerpo sólido se desliza sobre otro: la llamada **fricción por deslizamiento**.

Esta fricción tiene un origen atómico. Los átomos de las superficies en contacto de los dos cuerpos, atraídos por fuerzas de origen eléctrico, se «pegan» entre sí, de manera que al desplazarse originan vibraciones atómicas y, consecuentemente, calor en ambos cuerpos.

La fricción por deslizamiento comporta, por tanto, un consumo de energía mecánica que se disipa en forma de calor. Por ejemplo, un bloque lanzado hacia arriba con la misma velocidad inicial por dos planos inclinados (uno con rozamiento y el otro sin rozamiento) llegaría más alto en el plano ideal sin fuerza de fricción. La pérdida de energía mecánica en el plano con rozamiento se habría transformado en calor.

Veamos algunas características de esta fuerza y la ecuación que la describe:

1. El sentido de la fuerza de fricción $\vec{f}_r$ es siempre opuesto al del vector velocidad.

2. Contrariamente a lo que pueda imaginarse, f_r no depende del área de las superficies en contacto.

3. f_r depende de la fuerza perpendicular (o normal) con que se presionan las superficies, es decir, depende de N.

4. f_r depende de la naturaleza de las superficies en contacto. Esta dependencia se cuantifica, para cada par de superficies, hallando experimentalmente el valor de un parámetro denominado **coeficiente de rozamiento** (μ).

5. La dependencia de f_r respecto de N y de μ puede expresarse así:

$$f_r = \mu\, N \qquad \text{(ec. 3)}$$

f_r es mayor cuando el objeto permanece estático que cuando está en movimiento. Para cada par de superficies hay dos coeficientes de rozamiento, el **coeficiente estático** μ_e –aplicable cuando se inicia el movimiento– y el **coeficiente dinámico** μ_d. El valor de μ_e es siempre mayor que el de μ_d. En la tabla del margen se recogen algunos coeficientes estáticos y dinámicos

04_fisica_02_5.indd 94 27/07/12 09:20

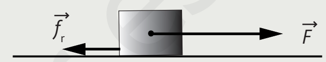
EJEMPLO RESUELTO

12 **Un bloque de madera de 25 kg de masa se encuentra sobre una superficie de madera dispuesta horizontalmente.**

a **Calcula la fuerza mínima que se ha de ejercer sobre el bloque en la dirección horizontal para que este empiece a moverse.**

b **Si el mismo bloque se encuentra sobre un plano que forma 30° con la horizontal, ¿se mantendrá inmóvil o se deslizará por el plano?**

(Toma los coeficientes de rozamiento de la tabla de la página anterior y considera g = 9,8 m/s²).



a De analizar las fuerzas en la dirección horizontal se deduce que la fuerza $\vec{F}$ necesaria para mover el cuerpo ha de ser mayor que la fuerza de fricción $\vec{f}_r$, que calculamos haciendo uso del coeficiente de rozamiento estático $\mu_e = 0{,}70$.

Dado que $f_r = \mu_e N$, previamente debemos calcular el valor de la fuerza normal (N). Para ello aplicamos la ecuación fundamental al eje normal a la superficie:

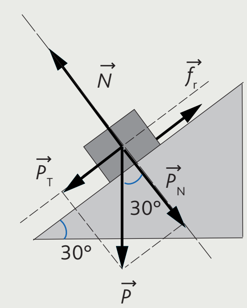
$$N - P = 0 \rightarrow N = P \rightarrow N = mg = 25\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 245\,\text{N}$$

Ahora calculamos la fuerza de rozamiento:

$$f_r = \mu_e N = 0{,}70 \cdot 245\ \text{N} \approx 172\ \text{N}$$

Por tanto, la fuerza horizontal capaz de mover el bloque ha de ser de superior a 172 N.

b Descomponemos el peso P en sus componentes normal (P_n) y tangencial (P_t) al plano:



$$P_n = P\cos 30 = mg\cos 30 = 25\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 30 \approx 212\ \text{N}$$

$$P_t = P\,\text{sen}\,30 = mg\,\text{sen}\,30 = 25\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{sen}\,30 \approx 85\ \text{N}$$

De aplicar la ecuación fundamental al eje normal al plano se deduce que:

$$N - P_n = 0 \rightarrow N = P_n = 212\ \text{N}$$

La fuerza de rozamiento (calculada con el coeficiente estático) es por tanto:

$$f_r = \mu_e N = 0{,}70 \cdot 212\ \text{N} \approx 148\ \text{N}$$

Si $P_t > f_r$, el bloque empieza a moverse y cae por la rampa; en caso contrario, el bloque permanece en reposo. Comparamos ambas fuerzas y obserbamos que $P_t < f_r$; por tanto, el bloque permanece quieto sin deslizarse sobre la superficie.

EJEMPLO RESUELTO

13 **Una fuerza $F = 100$ N tira del bloque de madera del ejemplo anterior (de 25 kg de masa) formando un ángulo de 30° con la horizontal, tal y como muestra el esquema. Calcula la fuerza de rozamiento entre el bloque y el suelo.**

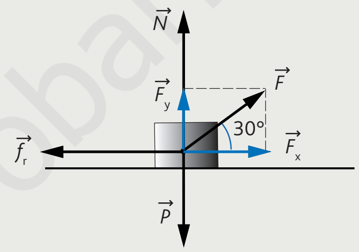
Datos: $\mu_e = 0{,}7$ y $g = 9{,}8$ m/s²

Para calcular f_r hemos de calcular previamente N, que está en el eje normal. Dibujamos las fuerzas $\vec{N}$ y $\vec{P}$, que tienen la dirección del eje normal, y descomponemos $\vec{F}$, cuya componente normal $(\vec{F}_y)$ es la que nos interesa:

$$F_y = F \text{ sen } 30 = 100 \cdot \text{sen } 30 = 50 \text{ N}$$

$$P = mg = 25 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 245 \text{ N}$$

Puesto que $P > F_y$, no hay movimiento en el eje normal. Es decir, la fuerza aplicada no puede levantar el bloque. Veremos, sin embargo, que el valor de N y de f_r ha disminuido. Para ello, aplicamos la ecuación fundamental al eje normal y obtenemos N:



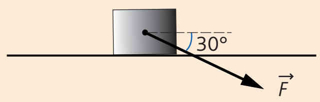
$$N + F_y - P = 0 \rightarrow N = P - F_y = 245 - 50 = 195 \text{ N}$$

Por tanto, la fuerza de rozamiento vale:

$$F_r = \mu_e N = 0{,}7 \cdot 195 = 136{,}5 \text{ N}$$

AHORA TÚ

8 **Resuelve el mismo problema que en el ejemplo anterior, con los mismos datos, exceptuando el ángulo entre la fuerza y la horizontal, que ahora tiene un valor de 30° pero en sentido horario, tal y como se muestra en la figura de al lado.**



Movimiento de un cuerpo sobre un plano horizontal con rozamiento

En los siguientes ejemplos estudiaremos cuerpos que se mueven sobre superficies horizontales y veremos cómo la fuerza de rozamiento relaciona la ecuación fundamental aplicada a uno y otro eje.

Supongamos que lanzamos un bloque por una superficie horizontal con cierta velocidad inicial v_0. El esquema de las fuerzas sobre el bloque en movimiento se muestra en la FIGURA **10**. Su velocidad (hacia la derecha) va decreciendo. La aceleración es de sentido contrario a la velocidad, y tiene la misma dirección y sentido que el rozamiento $\vec{f}_r$, que es la única fuerza en la dirección del eje X. En el eje Y no hay aceleración, por tanto, la fuerza resultante en ese eje es nula. Estudiamos los dos ejes por separado y aplicamos la segunda ley de la dinámica:

ecuación en el eje X: $f_r = ma$
ecuación en el eje Y: $N - P = 0 \rightarrow N = P$

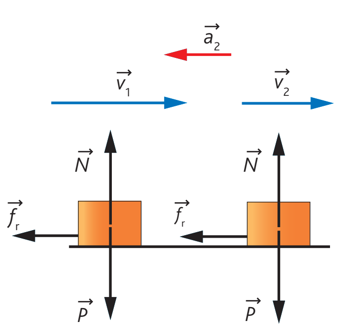


FIGURA **10**

04_fisica_02_5.indd 96 27/07/12 09:20

La fuerza de rozamiento $\vec{f}_r$ depende de la normal N según la expresión $f_r = \mu N$. Esta dependencia tiene consecuencias en la resolución de problemas de dinámica.

La ecuación en el eje tangencial (eje horizontal en la FIGURA **10**) nos permite calcular la aceleración una vez conocida la fuerza de rozamiento. Sin embargo, previamente debemos conocer la normal N, que se obtiene a partir de la ecuación en el eje normal (eje vertical en la FIGURA **10**).

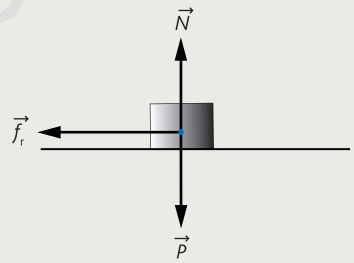
Revisamos, a continuación, algunos de los anteriores ejemplos resueltos pero ahora sin despreciar la fricción.

EJEMPLO RESUELTO

14 **Un bloque de 20 kg es empujado por una fuerza horizontal de 60 N. Calcula la aceleración que adquiere.**

Datos: $\mu_d = 0{,}2$

La figura es la misma que la del ejemplo 10, pero se ha añadido la fuerza de fricción $\vec{f}_r$, de sentido contrario al movimiento.



ecuación en el eje horizontal: $F - f_r = ma$

ecuación en el eje vertical: $N - P = 0 \rightarrow N = P = mg$

Calculamos la fuerza de rozamiento a partir de la ecuación en el eje vertical:

$$f_r = \mu N = \mu mg$$

La aceleración la obtenemos a partir de la ecuación en el eje horizontal y de la expresión hallada para f_r:

$$a = \frac{F - \mu mg}{m} = \frac{60\ \text{N} - (0{,}2 \cdot 20 \cdot 9{,}8)\ \text{N}}{20\ \text{kg}} \approx 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

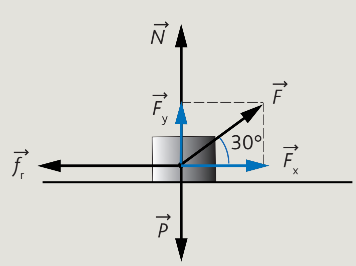
15 **El mismo bloque del ejemplo 14 es empujado por la fuerza de 60 N, que ahora forma un ángulo de 30° con la horizontal. Calcula en aceleración.**

Datos: $\mu_d = 0{,}2$

La figura adjunta es la misma que la del ejemplo 11, a la que se ha añadido $\vec{f}_r$, de sentido contrario al movimiento.

ecuación en el eje horizontal: $F_x - f_r = ma$

ecuación en el eje vertical: $N + F_y - P = 0 \rightarrow N = P - F_y$



Calculamos la fuerza de rozamiento:

$$f_r = \mu N = \mu(P - F_y) = \mu(mg - F \operatorname{sen} \alpha)$$

Sustituimos esta expresión en la ecuación en el eje horizontal:

$$F \cos \alpha - \mu(mg - F \operatorname{sen} \alpha) = ma$$

Despejamos a:

$$a = \frac{F \cos \alpha - \mu(mg - F \operatorname{sen} \alpha)}{m} = \frac{60 \cdot \cos 30 - 0{,}2 \cdot (20 \cdot 9{,}8 - 60 \cdot \operatorname{sen} 30)}{20} \approx 0{,}94\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

EJEMPLO RESUELTO

16 **Un automóvil de 1.000 kg viaja a 36 km/h. ¿Qué fuerza debemos aplicarle para detenerlo en 50 metros? (Considera g = 10 m/s²).**

Usamos la ecuación de la velocidad en función de la distancia recorrida para calcular la aceleración necesaria para detenerlo:

$$2a\Delta s = v^2 - v_0^2 \rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta s} = \frac{0 - 100}{2 \cdot 50} = -1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

La única fuerza horizontal que actúa para detener el coche es la fuerza de rozamiento aplicada a los frenos. La calculamos a partir de la aceleración del vehículo (desaceleración en este caso):

$$f_r = ma = 1.000\text{ kg} \cdot \left(-1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = -1.000\text{ N}$$

El signo negativo de la fuerza de rozamiento indica que se opone al movimiento.

17 **Un automóvil de 1.500 kg se mueve a 90 km/h por una recta de una autopista. Las fuerzas de rozamiento se valoran en 2.000 N. En un tiempo t = 3 s, el coche acelera hasta alcanzar 120 km/h. Calcula:**

a **El valor de la fuerza motora mientras mantiene la velocidad constante.**
b **El valor de la fuerza motora durante la aceleración.**

a Mientras el automóvil mantiene su movimiento rectilíneo uniforme, la fuerza resultante es nula:

$$F_m - f_r = 0 \rightarrow F_m = f_r = 2.000\text{ N}$$

b Durante la aceleración, la fuerza resultante ya no es nula. La fuerza motora es mayor que la de rozamiento:

$$F_m - F_r = ma \rightarrow F_m = ma + F_r$$

Para calcular F_m necesitamos conocer la aceleración. Expresamos las velocidades en m/s:

$$v_0 = 90\text{ km/h} = 25\text{ m/s} \qquad v = 120\text{ km/h} = 33{,}3\text{ m/s}$$

Por tanto, la aceleración vale: $a = \dfrac{v - v_0}{t} = \dfrac{33{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3\text{ s}} \approx 2{,}8\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$

En consecuencia, la fuerza motora es:

$$F_m = 1.500\text{ kg} \cdot 2{,}8\text{ m/s}^2 + 2.000\text{ N} = 4.200\text{ N} + 2.000\text{ N} = 6.200\text{ N}$$

AHORA TÚ

9 **A un bloque de 20 kg que se mueve por una superficie horizontal se le aplica una fuerza horizontal de 100 N en sentido opuesto al del movimiento. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento dinámico es μ_d = 0,2, calcula la aceleración del bloque. (En la ecuación fundamental, asigna signo negativo a las fuerzas opuestas al movimiento).**

10 **A un automóvil de 1.800 kg que se mueve a 108 km/h se le aplica una fuerza de frenado de 12.000 N. Calcula el tiempo que tarda en detenerse.**

6 IMPULSO MECÁNICO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

La versión de la segunda ley de Newton, tal y como se ha presentado en el apartado 3, fue obra del matemático suizo Leonhard Euler en 1750, y la que finalmente se ha adoptado en los manuales de Física. Newton la había formulado en otros términos, por supuesto equivalentes, cuya presentación nos servirá para introducir el concepto de cantidad de movimiento de un cuerpo.

Sustituyendo $a = \Delta v/\Delta t$ en la expresión $F_r = ma$, tenemos:

$$F_r = m\frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow F_r \Delta t = m\,\Delta v \rightarrow F_r \Delta t = \mathrm{m}\,(v_2 - v_1)$$

O lo que es lo mismo:

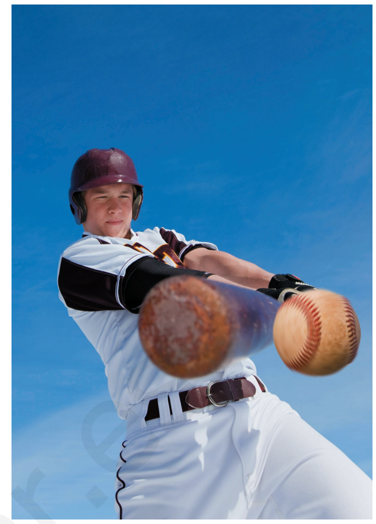
$$F_r \Delta t = m v_2 - m v_1 = m\Delta v \qquad \text{(ec. 4)}$$

El producto de una fuerza por el intervalo de tiempo durante el cual está actuando (***F*** $\boldsymbol{\Delta t}$) se denomina **impulso mecánico**.

El producto de la masa de un cuerpo por su velocidad (***mv***) se denomina **cantidad de movimiento**.

La ecuación 4 es más parecida a la formulación original de Newton, se suele aplicar a fuerzas que actúan en intervalos pequeños de tiempo (percusiones y colisiones) y podría leerse así:

El impulso mecánico de una fuerza sobre un cuerpo se invierte en variar su cantidad de movimiento.



El impulso mecánico de la fuerza aplicada por el bateador se invierte en variar la cantidad de movimiento de la bola.

RECUERDA

De las definiciones vistas en este apartado se deduce que, en el SI, la unidad de impulso es N · s y la unidad de cantidad de movimiento el kg · $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

EJEMPLO RESUELTO

18 **Comprueba que las unidades internacionales de impulso mecánico (N · s) y de cantidad de movimiento ($\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$) son equivalentes.**

La definición de newton es: $1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Si sustituimos esta definición en la unidad de impulso del SI, se obtiene: $1\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{s} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{s} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

19 **Calcula el impulso mecánico aplicado al golpear con la raqueta de tenis una pelota de 100 g que va a la velocidad de 12 m/s cuando el jugador la devuelve con la misma velocidad.**

Debemos tener en cuenta que el sentido de la velocidad de la pelota varía, lo que conllevará un cambio en el signo de esta magnitud. Si asignamos, por ejemplo, signo positivo a la velocidad de salida (v_2), debemos asignar signo negativo a la velocidad de llegada (v_1). Así, los datos son los siguientes: $v_1 = -12$ m/s; $v_2 = +12$ m/s; $m = 0{,}1$ kg.

Por tanto:

$$F\Delta t = m\left(v_2 - v_1\right) = 0{,}1\,\mathrm{kg} \cdot \left[12 - \left(-12\right)\right]\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0{,}1 \cdot 24\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 2{,}4\ \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

04_fisica_02_5.indd 99 27/07/12 09:20

EJEMPLO RESUELTO

20 **¿Durante cuánto tiempo ha de actuar una fuerza de 120 N sobre un cuerpo de 25 kg que está en reposo para comunicarle una velocidad de 72 km/h?**

En primer lugar expresamos en unidades del Sistema Internacional los datos de que disponemos:

$$F = 120\text{ N};\ m = 25\text{ kg};\ v_1 = 0;\ v_2 = 72\text{ km/h} = 20\text{ m/s}$$

Ahora despejamos Δt en la expresión que relaciona el impulso mecánico con la variación de la cantidad de movimiento del cuerpo:

$$F\,\Delta t = m(v_2 - v_1) \rightarrow \Delta t = \frac{m(v_2 - v_1)}{F} \rightarrow \Delta t = \frac{25\text{ kg}\cdot(20-0)\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}{120\text{ N}} \approx 4{,}17\text{ s}$$

AHORA TÚ

11 **Una bala de 50 g de masa adquiere la velocidad de 600 m/s en 0,01 s. Calcula la fuerza que ha actuado sobre ella.**

Principio de conservación de la cantidad de movimiento

Como hemos visto, la cantidad de movimiento de un objeto es el producto de su masa por su velocidad ($m\,v$). La de un conjunto de objetos es la suma de las cantidades de movimiento de cada uno de ellos.

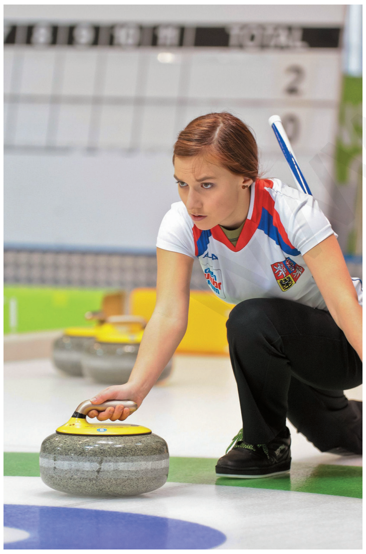
Supongamos un patinador de masa M que se encuentra en reposo en una pista de hielo. Tiene en la mano una bola de masa m que lanza horizontalmente sobre la pista con velocidad v. No hay fuerzas exteriores al sistema (el conjunto patinador-bola); el impulso lo ha producido una parte del sistema (el patinador) sobre otra parte (la bola).

En estas condiciones, si aplicamos la ecuación $F\Delta t = \Delta(m\,v)$ al sistema patinador-bola observamos que, por ser nula la fuerza exterior ($F = 0$), también lo será la variación de la cantidad de movimiento del sistema: $\Delta(m\,v) = 0$. Esto es lo que nos dice el **principio de conservación de la cantidad de movimiento**, que se expresa a continuación:

Si la resultante de las fuerzas exteriores sobre un sistema es nula, la variación de la cantidad de movimiento también es nula.

Dicho de otra manera: si en el sistema patinador-bola, en el que no intervienen fuerzas exteriores, varía la cantidad de movimiento de la bola, la cantidad de movimiento del patinador deberá experimentar una variación igual y de sentido contrario de manera que la cantidad de movimiento total permanezca constante.

El funcionamiento de los cohetes aeronáuticos, y, también, de los proyectiles de fuegos artificiales, se basa en el principio de conservación de la cantidad de movimiento: los gases de la combustión son expulsados en un sentido y el cohete adquiere velocidad en el sentido opuesto, de forma que se conserva la cantidad de movimiento del sistema.



El principio de conservación de la cantidad de movimiento explica que la jugadora de *curling* retroceda sobre el hielo con una cantidad de movimiento igual pero de signo contrario a la cantidad de movimiento con que avanza la piedra.

EJEMPLO RESUELTO

21 **Supongamos que, en la situación que acabamos de presentar, la masa del patinador es $M = 80$ kg, la de la bola es $m = 5$ kg y su velocidad $v_b = 20$ m/s. Calcula la velocidad de retroceso del patinador.**

cantidad de movimiento del sistema antes del lanzamiento de la bola: $(M + m) \cdot 0 = 0$

Inicialmente, patinador y bola están en reposo.

cantidad de movimiento del sistema después del lanzamiento: $m v_b + M v_p$

En ausencia de fuerzas externas, la cantidad de movimiento del sistema permanece constante. Podemos, pues, igualar las cantidades de movimiento antes y después del lanzamiento:

$$0 = m v_b + M v_p \rightarrow v_p = -\frac{m v_b}{M} = -\frac{5\ \text{kg} \cdot 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{80\ \text{kg}} = -1{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El signo menos indica que la velocidad del patinador es de sentido contrario al del movimiento de la bola.

AHORA TÚ

12 **Un revólver se monta en un soporte sobre un carril por el que puede desplazarse con rozamiento despreciable. Se dispara una bala por control remoto y se mide la velocidad de retroceso del conjunto revólver-plataforma, que resulta ser de 2,5 m/s. Calcula la velocidad de la bala.**

Datos: masa del revólver = 1.100 g; masa del soporte = 1.200 g; masa de la bala = 15 g

7 DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME. FUERZA CENTRÍPETA

En el movimiento circular uniforme, como ya hemos visto, existe una aceleración, llamada *centrípeta*, de dirección radial y sentido hacia el centro de la trayectoria. Esta aceleración es la responsable del cambio continuo en la dirección del móvil, y es consecuencia de la acción de una fuerza: la **fuerza centrípeta**, que actúa sobre el móvil (de masa m) y tiene igual dirección y sentido que la aceleración centrípeta.

$$F_c = m a_c$$

Si sustituimos en esta expresión la aceleración centrípeta, $a_c = \frac{v^2}{r}$, se obtiene:

$$F_c = m\frac{v^2}{r} \qquad \text{(ec. 5)}$$

Si usamos la ecuación $v = \omega r$, que relaciona la velocidad lineal con la angular, obtenemos una segunda expresión de la fuerza centrípeta:

$$F_c = m\frac{(r\omega)^2}{r} = \frac{m r^2 \omega^2}{r}$$

Es decir:

$$F_c = m r \omega^2 \qquad \text{(ec. 6)}$$

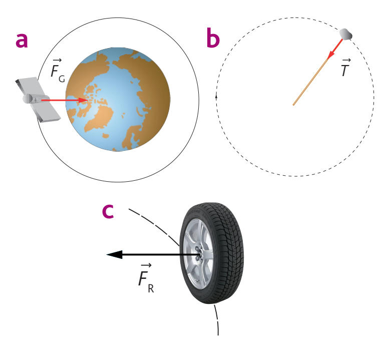


FIGURA 11 **a** Un satélite en órbita alrededor de la Tierra ($F_c = F_G$). **b** Una piedra atada a una cuerda que gira con movimiento circular uniforme ($F_c = T$). **c** Vista superior de un vehículo tomando una curva, y detalle de la fricción lateral entre el neumático y el asfalto ($F_c = F_r$). Si la fuerza de rozamiento es igual o superior a la fuerza centrípeta necesaria para tomar una curva a una determinada velocidad, el vehículo mantendrá la trayectoria esperada. En caso contrario, el automóvil se saldrá de la carretera, a no ser que el conductor reduzca la velocidad lo suficiente para que también disminuya la fuerza centrípeta exigida.

04_fisica_02_5.indd 101 27/07/12 09:20

EJEMPLO RESUELTO

22 **¿Qué fuerza se ha de aplicar a un cuerpo de 4 kg de masa, que se mueve a 5 m/s, para que describa una trayectoria circular de 50 cm de radio? ¿Qué dirección y sentido debe tener esa fuerza?**

La fuerza ha de ser centrípeta, de dirección radial y sentido hacia el centro de la circunferencia. En el Sistema Internacional, su valor es:

$$F_c = m\frac{v^2}{r} = 4\,\text{kg}\cdot\frac{\left(5\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{0{,}5\,\text{m}} = 200\,\text{N}$$

23 **Calcula la fuerza centrípeta que actúa sobre una masa de 300 g que describe un movimiento circular uniforme de 0,1 s de período y 40 cm de radio.**

Expresamos los datos en unidades del SI: $r = 0{,}4$ m; $m = 0{,}3$ kg

A partir del período calculamos la velocidad angular: $\omega = \frac{2\pi\,\text{rad}}{T} = \frac{2\pi\,\text{rad}}{0{,}1\,s} = 20\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Ahora sustituimos el valor de ω en la ecuación $F_c = m\,r\,\omega^2$ y obtenemos la fuerza centrípeta:

$$F_c = 0{,}3\,\text{kg}\cdot\left(20\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2\cdot 0{,}4\,\text{m} \simeq 473{,}7\,\text{N}$$

24 **Un coche de 1.600 kg toma una curva de 100 m de radio a 70 km/h.**

a **Calcula la fuerza centrípeta ejercida sobre el vehículo.**
b **Determina si con un coeficiente de rozamiento de 0,25, correspondiente a caucho sobre pavimento húmedo, el coche podrá superar la curva o se saldrá de la carretera.**
c **Calcula la máxima velocidad a la que podrá tomar la curva con pavimento húmedo.**

a Expresamos la velocidad en unidades del SI: $v = 70$ km/h $= 19{,}4$ m/s

Calculamos el valor de la fuerza centrípeta: $F_c = m\frac{v^2}{r} = 1.600\cdot\frac{(19{,}4)^2}{100} \approx 6.022\,\text{N}$

b Para saber si el coche supera la curva debemos calcular la fuerza de rozamiento, ya que es la que se identifica con la fuerza centrípeta, usando la expresión $f_r = \mu N$. Al ser la carretera horizontal, las únicas fuerzas sobre el coche en el eje vertical son el peso y la normal: $N = P = mg = 1.600\cdot 9{,}8 = 15.680$ N

Si sustituimos este valor de N obtenemos: $f_r = \mu N = 0{,}25\cdot 15.680\text{ N} = 3.920\text{ N}$

Como la fuerza de rozamiento es inferior a la fuerza centrípeta necesaria, el coche no puede superar la curva a esa velocidad.

c Dado que la fuerza de rozamiento es $f_r = 3.920$ N, la máxima velocidad a la que el coche puede tomar la curva es la que corresponde a una fuerza centrípeta $F_c = 3.920$ N. Despejamos v de la expresión de la fuerza centrípeta y sustituimos los datos expresados en unidades del SI:

$$F_c = m\frac{v^2}{r} \rightarrow v^2 = \frac{F_c\,r}{m} \rightarrow v = \sqrt{\frac{F_c\,r}{m}} = \sqrt{\frac{3.920\cdot 100}{1.600}} = 15{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Se puede comprobar que esta velocidad corresponde a un valor de 56,5 km/h.

Revisión de la unidad

1 ¿La fuerza es la causa del movimiento o del cambio de movimiento?

2 Enuncia la primera ley de Newton de la dinámica.

3 ¿Qué otro nombre recibe la primera ley de Newton de la dinámica?

4 Rellena el hueco: «Decimos que los objetos presentan inercia cuando manifiestan .... a cambiar su estado de movimiento».

5 ¿Por qué las experiencias que acumulamos cotidianamente parecen contradecir la primera ley de Newton?

6 Explica las diferencias entre un aristotélico y un newtoniano a la hora de interpretar el movimiento de los planetas.

7 Enuncia la segunda ley de Newton de la dinámica.

8 Escribe la ecuación fundamental de la dinámica en sus dos versiones: vectorial y escalar.

9 ¿Qué magnitud de la ecuación fundamental de la dinámica identificamos con el concepto de inercia?

10 Enuncia la tercera ley de Newton de la dinámica.

11 ¿Con qué otro nombre nos referimos a la tercera ley de Newton?

12 Rellena el hueco: «Las fuerzas aparecen en las .... entre objetos».

13 ¿Cuál es el sentido de la fuerza de rozamiento?

14 Rellena el hueco: «La fuerza de rozamiento $\vec{f}_r$ no depende del área de las .... en contacto».

15 ¿Cuáles son las dos magnitudes de las que depende la fuerza de fricción por deslizamiento?

16 Escribe la expresión matemática que permite calcular la fuerza de fricción por deslizamiento e indica qué representa cada uno de los símbolos que aparecen en ella.

17 Distingue entre coeficiente de rozamiento estático y dinámico.

18 Para un mismo par de superficies en contacto, ¿es mayor el coeficiente de rozamiento estático o el dinámico?

19 En un esquema de fuerzas sobre un objeto que se desliza sobre un plano horizontal, ¿qué eje contiene la fuerza de rozamiento $\vec{f}_r$?, ¿qué eje contiene la fuerza normal $\vec{N}$?

20 Define los conceptos de impulso mecánico y de cantidad de movimiento.

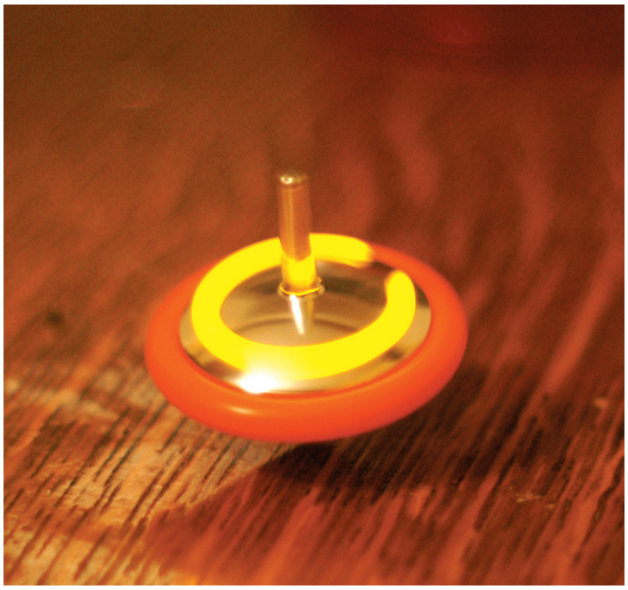
21 Escribe la expresión matemática que relaciona impulso mecánico y cantidad de movimiento.

22 Enuncia el principio de conservación de la cantidad de movimiento.

23 Rellena el hueco: «La fuerza resultante sobre una masa *m* animada de un movimiento circular uniforme se denomina ....».

24 Rellena los huecos: «La fuerza centrípeta que actúa sobre un objeto con MCU tiene dirección .... y sentido hacia ....».

25 Escribe la expresión matemática que relaciona la fuerza centrípeta con la velocidad angular.



ejercicio 1 Una fuerza neta de 64 N actúa sobre una masa de 16 kg. ¿Cuál es la aceleración resultante?

Despejamos la aceleración en la segunda ley de Newton y sustituimos los datos:

$$F_r = ma \rightarrow a = \frac{F_r}{m} = \frac{64\ \text{N}}{16\ \text{kg}} = 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ejercicio 2 Se aplica una fuerza de 35 N sobre un taco de 3,5 kg situado sobre un plano sin rozamiento.

a ¿Cuál es la aceleración del taco?

b ¿Qué velocidad alcanzará pasados 2 segundos?

a El enunciado no indica la orientación de la fuerza aplicada. Tomaremos el caso más sencillo, en el que la fuerza es paralela al plano:

$$F_r = ma \rightarrow a = \frac{F_r}{m} = \frac{35\ \text{N}}{3{,}5\ \text{kg}} = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b Calculamos la velocidad que alcanza en $t = 2$ s partiendo del reposo:

$$v = at = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2\ \text{s} = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ejercicio 3 Un vehículo de 1.500 kg viaja a 144 km/h. ¿Qué fuerza debemos aplicarle para detenerlo en 50 m? (Considera $g = 10\ \text{m/s}^2$).

Expresamos la velocidad inicial en unidades del SI:

$$v_0 = 144\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3.600\ \text{s}} \cdot \frac{1.000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \approx 40\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La velocidad final es nula, ya que el vehículo se detiene: $v = 0$.

También conocemos la distancia recorrida en el cambio de velocidades: $\Delta s = 50$ m

De la ecuación $2a\Delta s = v^2 - v_0^2$ obtenemos la aceleración:

$$2a\Delta s = v^2 - v_0^2 \rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta s} = \frac{0^2 - 40^2}{2 \cdot 50} = -16\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

La aceleración es negativa, como corresponde a un proceso de frenado. Y también lo será la fuerza aplicada para detener el vehículo (se opone al movimiento), que calculamos con la segunda ley de Newton. Esta fuerza de frenado $\vec{F}_f$ es la fuerza resultante en el eje horizontal (la única que actúa): $F_f = ma = 1.500\ \text{kg} \cdot (-16\ \text{m/s}^2) = -24.000$ N.

ejercicio 4 Sobre un cuerpo de 2 kg aplicamos dos fuerzas, de 8 N y 12 N, de igual dirección pero de sentido opuesto. ¿Qué aceleración adquiere?

La fuerza resultante es la suma de las fuerzas concurrentes teniendo en consideración el signo de cada una de ellas: $F_r = 12\ \text{N} - 8\ \text{N} = 4$ N

La aceleración se obtiene de aplicar la segunda ley de Newton:

$$F_r = ma \rightarrow a = \frac{F_r}{m} = \frac{4\ \text{N}}{2\ \text{kg}} = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

04_fisica_02_5.indd 104 27/07/12 09:20

ejercicio 5 Una masa de 25 kg se encuentra sometida a dos fuerzas: $F_1 = 15$ N en dirección este y $F_2 = 12$ N en dirección norte.

a Obtén el vector fuerza resultante y su módulo.
b Obtén el valor de la aceleración que adquiere la masa.

a Para calcular el vector fuerza resultante, que es la suma de las fuerzas que concurren, debemos expresar estas en su forma vectorial. Así:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F}_1 = 15\vec{i}\\ \vec{F}_2 = 12\vec{j}\end{array}\right\} \rightarrow \vec{F}_r = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 15\vec{i} + 12\vec{j}$$

El módulo de esta fuerza es:

$$F_r = \sqrt{152 + 122} = \sqrt{369} \approx 19{,}2 \text{ N}$$

b Para hallar la aceleración, la despejamos en la ecuación fundamental:

$$F_r = ma \rightarrow a = \frac{F_r}{m} = \frac{19{,}2 \text{ N}}{25 \text{ kg}} \approx 0{,}77 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ejercicio 6 Supongamos que se aplica la misma fuerza F a dos objetos de masas $m_1 = M$ y $m_2 = 4M$. ¿Cuál es la aceleración de m_1 respecto a m_2?

Aplicamos la ecuación fundamental de la dinámica a ambas masas:

$$F = m_1 a_1 \qquad F = m_2 a_2$$

Puesto que F es igual para los dos objetos, escribimos: $m_1 a_1 = m_2 a_2$

Sustituimos los valores de m_1 y m_2 en función de M y obtenemos: $Ma_1 = 4Ma_2 \rightarrow a_1 = 4a_2$

La aceleración del objeto de masa cuatro veces menor se ha cuadruplicado respecto a la aceleración del objeto más pesado.

ejercicio 7 Sobre una masa m que se desplaza con una velocidad inicial $v_0 = 25$ m/s actúa una fuerza de 15 N que la lleva al estado de reposo ($v = 0$) después de recorrer una distancia de 62,5 m.

a ¿Cuál es el valor de la aceleración de frenado?
b ¿Cuál es el valor de la masa m?

a Este cálculo cinemático se resuelve mediante las ecuaciones del MUA:

$$2a\Delta s = v^2 - v_0^2 \rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta s} = \frac{0^2 - 25^2}{2 \cdot 62{,}5} = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

La aceleración es negativa, como corresponde a un movimiento de frenado.

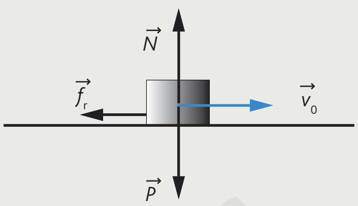
b El signo negativo de la aceleración de frenado implica también un signo negativo de la fuerza de frenado. Despejamos m en la ecuación fundamental de la dinámica:

$$F = ma \rightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{-15 \text{ N}}{-5 \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 3 \text{ kg}$$

04_fisica_02_5.indd 105 27/07/12 09:20

ejercicio 8 Lanzamos un bloque de madera de 0,5 kg por un suelo horizontal con una velocidad de 5 m/s. ¿Qué velocidad tendrá al cabo de 1 s? (Coeficiente de rozamiento: $\mu = 0{,}2$).

Primero tenemos que calcular la aceleración del bloque. En la figura de la derecha podemos ver qué fuerzas actúan sobre él.



El sentido de la aceleración es contrario al de la velocidad, pero igual al de la fuerza resultante en el eje X. La única fuerza sobre este eje es $\vec{F}_r$, que es una fuerza de frenado (negativa).

Escribimos la ecuación fundamental en los dos ejes:

$$\text{eje } X: -f_r = ma$$
$$\text{eje } Y: N - P = 0 \rightarrow N = P$$

La fuerza de rozamiento es, por tanto: $f_r = \mu N = \mu P = \mu mg$

Sustituimos esta expresión en la ecuación en el eje X:

$$-\mu mg = ma \rightarrow a = \frac{-\mu mg}{m} \rightarrow a = -\mu g = -0{,}2 \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

La aceleración es negativa, como corresponde a un movimiento de frenado.

Finalmente obtenemos la velocidad a partir de la ecuación de la velocidad del MUA:

$$v = v_0 + at = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1\ \text{s} = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

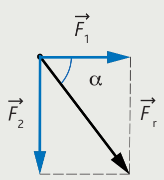
ejercicio 9 Un bloque de 25 kg se encuentra sobre una superficie plana sometido a la acción de dos fuerzas: $F_1 = 15$ N, en sentido este y $F_2 = 10$ N en sentido sur.

a Expresa la fuerza resultante en forma vectorial y calcula su módulo y orientación.

b Obtén la aceleración del bloque.

Consideramos despreciable el rozamiento entre el bloque y el plano y tomamos el eje X como la dirección este-oeste y el eje Y como la dirección norte-sur.

a La expresión vectorial de la fuerza resultante es $\vec{F}_r = 15\vec{i} - 10\vec{j}$, y su módulo, $F_r = \sqrt{15^2 + 10^2} \approx 18$ N.



Podemos estimar la orientación calculando el ángulo α del esquema, a partir del triángulo rectángulo que tiene como catetos 15 N y 10 N:

$$\tan\alpha = \frac{10}{15} \rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{10}{15}\right) \approx 33{,}7°$$

b La aceleración del bloque se calcula aplicando la segunda ley de Newton:

$$F_r = ma \rightarrow a = \frac{18\ \text{N}}{25\ \text{kg}} = 0{,}72\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

04_fisica_02_5.indd 106 27/07/12 09:20

ejercicio 10 Una fuerza que actúa sobre una masa de 2 kg le produce una aceleración de 8 m/s². La misma fuerza aplicada sobre un segundo cuerpo produce sobre este una aceleración de 20 m/s².

a Calcula el módulo de dicha fuerza.
b ¿Cuánto vale la masa del segundo cuerpo?

a Calculamos la fuerza que actúa sobre el primer cuerpo aplicando la segunda ley de Newton:

$$F = m_1 a_1 = 2\text{ kg} \cdot 8\text{ m/s}^2 = 16\text{ N}$$

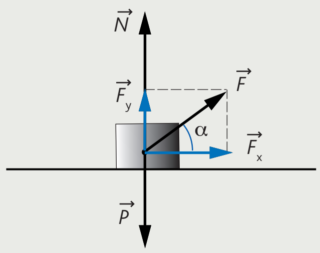
b Aplicamos la segunda ley de Newton y despejamos la masa:

$$F = m_2 a_2 \rightarrow m_2 = \frac{F}{a_2} = \frac{16\text{ N}}{20\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}8\text{ kg}$$

ejercicio 11 Un cuerpo de 5 kg de masa se mueve por un plano horizontal por la acción de una fuerza de 30 N que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Calcula su aceleración y su velocidad a los 10 segundos de aplicar la fuerza desde el reposo suponiendo rozamiento nulo.

El esquema adjunto muestra las tres fuerzas aplicadas al cuerpo, cuyo origen son tres interacciones:

- interacción con la Tierra ($\vec{P}$)
- interacción con el plano que lo soporta ($\vec{N}$)
- fuerza aplicada ($\vec{F}$)



Descomponemos $\vec{F}$ en $\vec{F}_x$ y $\vec{F}_y$ para tener solamente fuerzas horizontales y verticales:

$$\text{fuerza horizontal: } F_x = F \cos 30$$

$$\text{fuerza vertical: } F_y = F \text{ sen } 30$$

Escribimos la segunda ley de Newton en ambos ejes. En el eje *X* suponemos una aceleración *a;* en el eje *Y*, la aceleración es nula:

$$\text{eje } X\text{: } F_x = ma$$
$$\text{eje } Y\text{: } N + F_y - P = 0 \rightarrow N = mg - F \text{ sen } 30$$

No usamos la ecuación en el eje *Y* porque no hay rozamiento. Si lo hubiese, la usaríamos para calcular la fuerza correspondiente. Nos centramos, así pues, en la ecuación en el eje *X* y despejamos la aceleración:

$$\text{eje } X\text{: } a = \frac{F_x}{m} = \frac{F \cos 30}{m} = \frac{30 \cdot \cos 30}{5} \approx 5{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

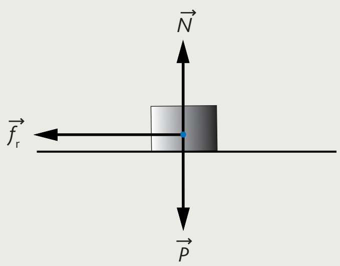
Por tanto, partiendo del reposo, a los 10 segundos alcanza la siguiente velocidad:

$$v = at = 5{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\text{ s} = 52\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Expresamos la velocidad en km/h:

$$52\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 187{,}2\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

ejercicio 12 Una masa de 5 kg se lanza sobre una superficie horizontal con una velocidad de 5 m/s. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento es 0,5, determina la distancia recorrida hasta que se detiene.



Dibujamos el esquema de fuerzas sobre la masa y escribimos la ecuación fundamental de la dinámica en los ejes X e Y. Con ello calculamos la aceleración.

$$\text{eje } X\text{: } -F_r = ma$$
$$\text{eje } Y\text{: } N - P = 0 \rightarrow N = P = mg$$

Como $f_r = \mu N$, al sustituir en esta expresión el valor N de la ecuación en el eje Y tenemos: $f_r = \mu mg$.

Ahora sustituimos esta última expresión en la ecuación en el eje X:

$$-\mu mg = ma \rightarrow a = -\mu g$$

Se observa que el valor de la aceleración no depende de la masa del cuerpo. En cambio, sí depende del valor de la aceleración de la gravedad. Considerando $g = 10\ \text{m/s}^2$, podemos escribir:

$$a = -\mu g = -0{,}5 \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Usamos la ecuación de la velocidad en función de la distancia para calcular la distancia recorrida, ya que conocemos $v_0 = 5$ m/s, $v = 0$ y $a = -5\ \text{m/s}^2$:

$$2a\Delta x = v^2 - v_0^2 \rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0^2 - \left(5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot \left(-5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = \frac{-25}{-10}\ \text{m} = 2{,}5\ \text{m}$$

ejercicio 13 El mismo objeto de 5 kg del ejercicio anterior, lanzado por la misma superficie horizontal, tarda 2,5 s en detenerse.

a Calcula la velocidad con que ha sido lanzado.
b Calcula la distancia recorrida.

a La aceleración de frenado del objeto es la misma que en el caso anterior: $a = -5\ \text{m/s}^2$. Calculamos la velocidad inicial pedida mediante la ecuación de la velocidad:

$$v = v_0 + at \rightarrow v_0 = v - at = 0 - \left(-5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot 2{,}5\ \text{s} = 12{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

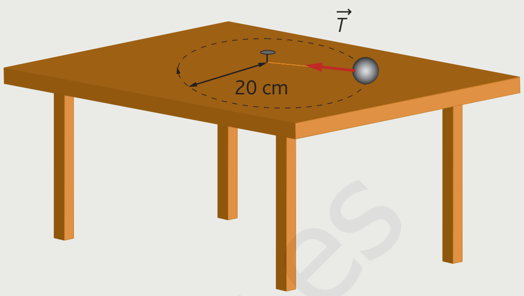
b Ahora podemos emplear la ecuación de la velocidad en función de la distancia para calcular la distancia recorrida:

$$2a\Delta x = v^2 - v_0^2 \rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0^2 - \left(12{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot \left(-5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} \approx 15{,}6\ \text{m}$$

Como el enunciado indica el tiempo que tarda en detenerse, también podemos calcular el desplazamiento mediante esta otra ecuación:

$$\Delta s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 12{,}5 \cdot 2{,}5 + \frac{1}{2} \cdot (-5) \cdot 2{,}5^2 \approx 15{,}6\ \text{m}$$

ejercicio 14 Una bola de 500 g de masa está atada con un hilo a un clavo colocado en el centro de una mesa. Calcula la tensión del hilo cuando la bola gira con movimiento circular uniforme a 2 m/s. El radio de la trayectoria es de 20 cm.



El esquema representa la situación descrita. La tensión del hilo es la fuerza con que este tira de la bola; es la fuerza que aparece dibujada con sentido hacia el centro de la circunferencia y coincide con la fuerza centrípeta del movimiento circular.

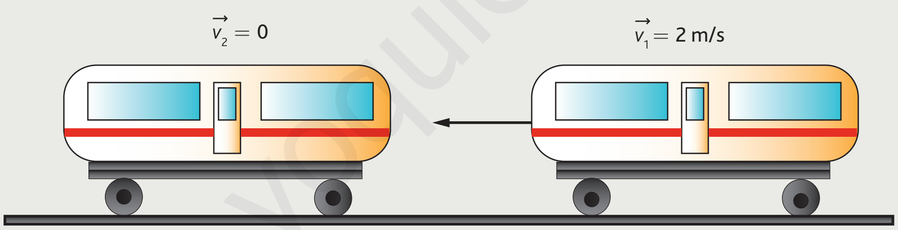
En primer lugar expresamos en unidades del SI los datos de que disponemos:

$$m = 500\text{ g} = 0{,}5\text{ kg}$$
$$v = 2\text{ m/s}$$
$$r = 20\text{ cm} = 0{,}2\text{ m}$$

Ahora calculamos la tensión del hilo:

$$T = F_c = m\frac{v^2}{r} = 0{,}5\text{ kg}\cdot\frac{(2\text{ m/s})^2}{0{,}2\text{ m}} = 10\text{ N}$$

ejercicio 15 Un vagón de 3.000 kg de masa que circula a 2 m/s por una vía choca contra otro vagón de 5.000 kg que se encuentra en reposo. Después del choque, ambos vagones permanecen enganchados y circulan juntos. Calcula la velocidad del sistema.



Conviene distinguir los vagones con un número o una letra, para no confundir las magnitudes. Así, el vagón de 3.000 kg lo llamamos vagón 1 y el de 5.000 kg, vagón 2. Los datos son los siguientes: $m_1 = 3.000$ kg; $v_1 = 2$ m/s; $m_2 = 5.000$ kg; $v_2 = 0$.

Calculamos la cantidad de movimiento del sistema antes y después del choque:

cantidad de movimiento antes del choque: $m_1 v_1 + m_2 \cdot 0 = m_1 v_1$
cantidad de movimiento después del choque: $(m_1 + m_2)v$

Como no hay intervención de fuerzas externas, aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento antes y después del choque:

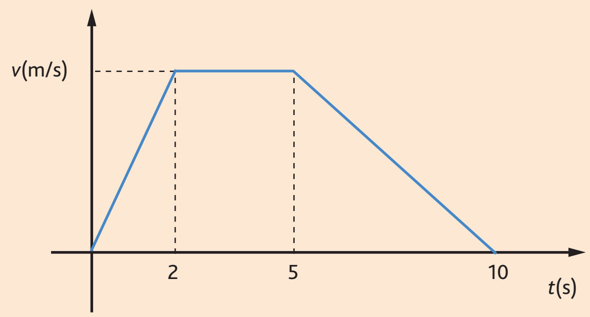
$$(m_1 + m_2)v = m_1 v_1$$

A continuación despejamos v y sustituimos los datos expresados en unidades del SI:

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{3.000\cdot 2}{3.000 + 5.000} = 0{,}75\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

04_fisica_02_5.indd 109 27/07/12 09:20

1 La gráfica adjunta corresponde a la variación de la velocidad con el tiempo de un móvil de 600 kg que se mueve con movimiento rectilíneo.



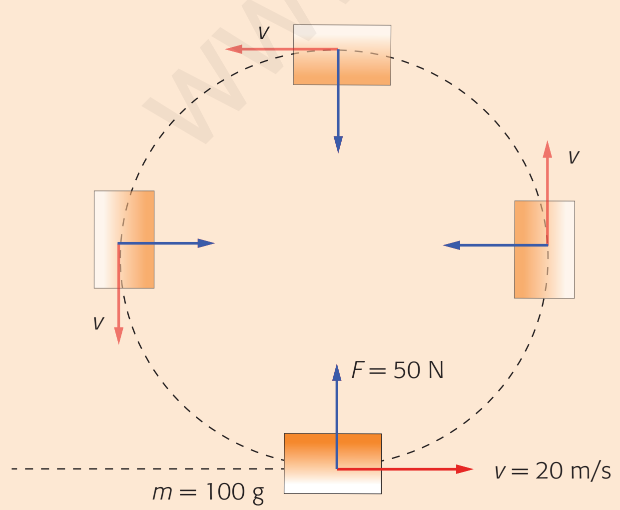
Calcula la fuerza resultante que actúa sobre el móvil en cada uno de los tres tramos.

2 Sobre un cuerpo de 12 kg aplicamos dos fuerzas, de 60 N y 100 N. Calcula la aceleración que adquirirá en los siguientes casos:

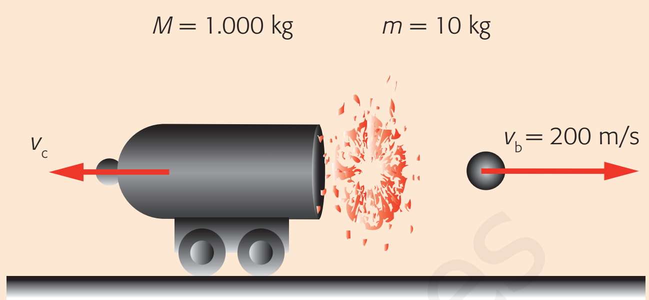
- **a** Si ambas fuerzas actúan en la misma dirección y sentido.
- **b** Si ambas fuerzas actúan en direcciones perpendiculares.

3 Un cuerpo de 100 g de masa se desplaza con una velocidad constante de 20 m/s. En un momento dado se le aplica una fuerza de 50 N que se mantiene constantemente perpendicular a la dirección del movimiento. Calcula:

- **a** El radio de la trayectoria circular que describe el cuerpo.
- **b** El número de vueltas por segundo que dará.

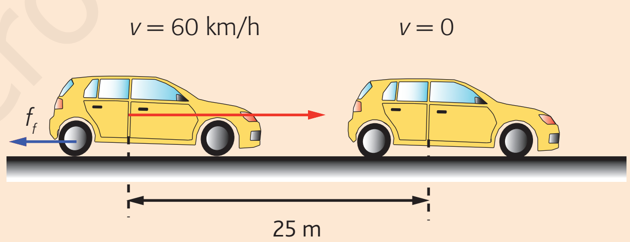


4 Un cañón de 1.000 kg dispara un proyectil de 10 kg con una velocidad de 200 m/s. ¿Cuál es la velocidad de retroceso del cañón?



5 Un bloque de madera de 3 kg de masa y en reposo es empujado por una fuerza de 12 N sobre un suelo horizontal. ¿Qué velocidad tendrá al cabo de 2 s? (Coeficiente de rozamiento al deslizamiento: $\mu = 0{,}15$).

6 Un vehículo de 2.200 kg que viaja a 60 km/h inicia un proceso de frenado y se detiene en 25 m. Calcula la fuerza que ejercen los frenos.



7 Un coche de 1.600 kg toma una curva de 100 m de radio.

- **a** ¿Podrá tomar la curva a la velocidad de 70 km/h si el pavimento está seco? (El coeficiente de rozamiento en pavimento seco es 0,8).
- **b** Calcula la máxima velocidad a la que puede tomar la curva con el pavimento seco.