

## EJERCICIOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

La finalidad de esta colección de *ejercicios resueltos* consiste en que sepáis resolver las diferentes situaciones que se nos plantea en el problema. Para ello seguiremos los siguientes pasos:

Leer el ejercicio y **NO IROS A LA SOLUCIÓN DEL MISMO**. De esta forma lo único que conseguiréis es a solucionar *problemas de memoria*.

*Meteros en el fenómeno que nos describe el ejercicio*. Plantear la *hipótesis* que os puede solucionar el problema. Aplicar vuestras fórmulas y comprobar si coincidimos con el resultado del profesor.

Si hemos coincidido *fabuloso* pero si no, plantearemos una *segunda hipótesis*, haremos cálculos y comprobaremos con el resultado del profesor.

Si la segunda hipótesis tampoco es válida, entonces **ESTUDIAREMOS** lo que ha hecho el profesor e **INTENTARÉ ENTENDER** lo desarrollado. Si se entiende *estupendo*.

Si no **ENTENDÉIS** lo desarrollado por el profesor, anotar el número de ejercicio y en la próxima clase, *sin dejar empezar a trabajar al profesor*, pedirle si os puede resolver el *siguiente ejercicio*.

Ubicación de los ejercicios por página:

EJE	PA										
1	2	13	14	23	22	33	31	43	44	53	55
2	3	14	15	24	23	34	34	44	45	54	56
3	4	15	15	25	23	35	35	45	45		
5	6	16	17	26	24	36	36	46	46		
7	8	17	17	27	26	37	38	47	48		
8	10	18	19	28	26	38	39	48	48		
9	12	19	20	29	27	39	39	49	49		
10	13	20	21	30	28	40	42	50	51		
11	13	21	21	31	29	41	42	51	52		
12	14	22	21	32	29	42	42	52	53		

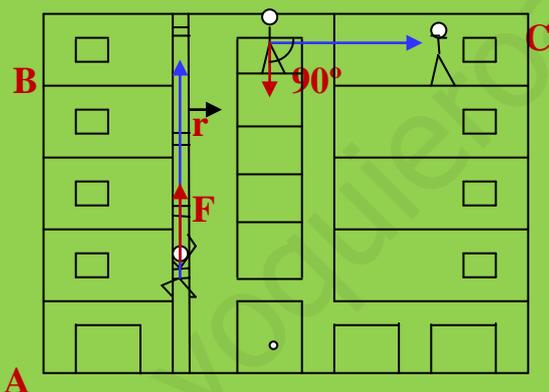
### Ejercicio resuelto N° 1

En la repisa de un 4º piso se encuentra una persona con intenciones suicidas. De entre el público expectante sale un señor de 80 Kg de masa que subiendo 10 metros por el tubo de bajantes de agua alcanza el 4º piso. Luego se traslada hacia la derecha 5 metros hasta llegar al presunto suicida. Tras una larga conversación la persona abandona sus intenciones suicidas. ¿Qué trabajo realizó el valiente señor?.

### Resolución

La experiencia la podemos realizar en dos etapas:

- Subida hasta el cuarto piso.
- Traslado en busca del suicida.



En el trayecto **AB**, nuestro salvador debe ejercer una fuerza como **mínimo igual a su peso** que coincide con la **dirección del vector desplazamiento** por lo que el ángulo entre el peso y el vector desplazamiento es  $0^\circ$  lo que implica que:

$$W = P \cdot e \cdot \cos \alpha \quad ; \quad \alpha = 0 \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

$$W = m \cdot g \cdot 1 = m \cdot g = 80 \cdot 9,81 = 784,8 \text{ Julios}$$

Sin embargo el traslado de 5 m por la repisa en busca del suicida observamos que la fuerza que debe hacer el salvador es su propio peso pero ya no coincide con la dirección del desplazamiento. El ángulo en este caso es de  $90^\circ$  y  $\cos 90^\circ = 0$ . En este tramo horizontal el trabajo vale:

$$W = P \cdot e \cdot \cos 90^\circ ; \cos 90^\circ = 0$$

$$W = m \cdot g \cdot 0 = 0$$

El trabajo realizado coincide con el trabajo realizado por el salvador en subir hasta el cuarto piso, es decir:

$$W = m \cdot g \cdot 1 = m \cdot g = 80 \cdot 9,81 = 784,8 \text{ Julios}$$

### Ejercicio resuelto N° 2

Mediante la acción de una fuerza de 500 N arrastramos por el suelo un saco de patatas a lo largo de 15 m. Calcula el trabajo que se realiza al arrastrar el saco:

- La fuerza se aplica en la dirección del movimiento.
- La fuerza forma un ángulo de  $30^\circ$  con la dirección del desplazamiento.

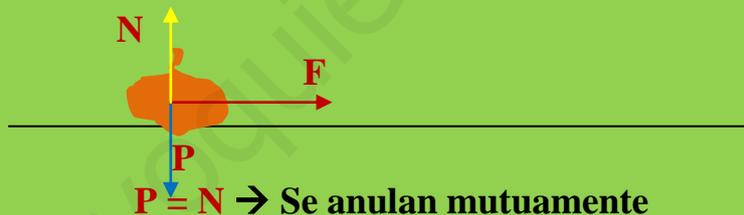
### Resolución

Unidades:

$$F = 500 \text{ N}$$

$$e = 15 \text{ m}$$

a)



$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha ; \alpha = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

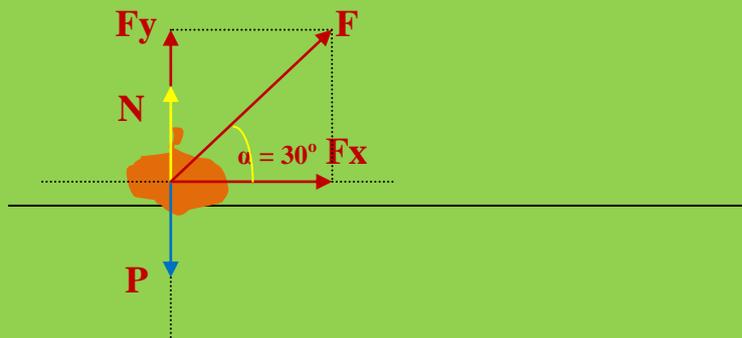
La ecuación del trabajo nos queda de la forma:

$$W = F \cdot e$$

$$W = 500 \text{ N} \cdot 15 \text{ m} = 7500 \text{ N} \cdot \text{m} = 7500 \text{ Julios}$$



b)



$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$$W = 500 \text{ N} \cdot 15 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ = 6525 \text{ N} \cdot \text{m} \text{ (Julios)}$$

### Ejercicio resuelto N° 3

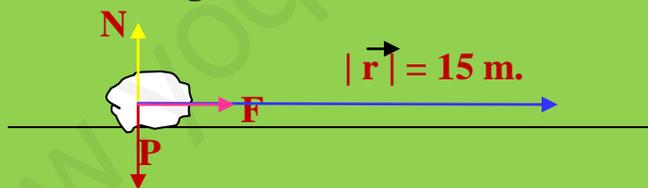
Arrastramos un saco de patatas de 120 Kg de masa con una fuerza paralela al suelo, de 400 N. El traslado implica una longitud de 15 metros, determinar:

- El trabajo realizado en ausencia de rozamiento.
- Sabiendo que el coeficiente de rozamiento vale 0,3.

### Resolución

a)

Sin rozamiento el diagrama de fuerzas es:

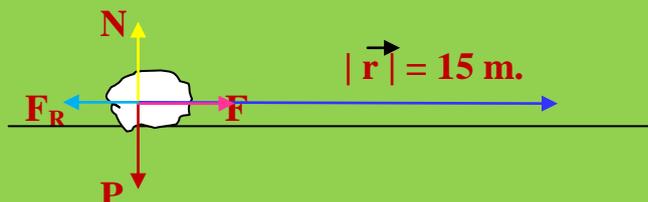


$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha ; \alpha = 0^\circ$$

$$W = F \cdot e \cdot \cos 0^\circ = F \cdot e \cdot 1 = 400 \cdot 15 = 6000 \text{ Julios}$$

b)

Con rozamiento el diagrama de fuerzas es:



$$W = \sum F \cdot e \quad ; \quad N = P \text{ ( se anulan mutuamente)}$$

Podemos eliminar  $\cos \alpha$  de la fórmula del trabajo puesto que todas las fuerzas actúan en la misma dirección que el vector desplazamiento.

$$W = (F - F_R) \cdot e = (F - \mu \cdot N) \cdot e = (F - \mu \cdot P) \cdot e =$$

$$W = (400 - 0,3 \cdot m \cdot g) \cdot 15 = (400 - 0,3 \cdot 120 \cdot 9,81) \cdot 15 = 46,8 \cdot 15 = \\ = 702,6 \text{ Julios}$$

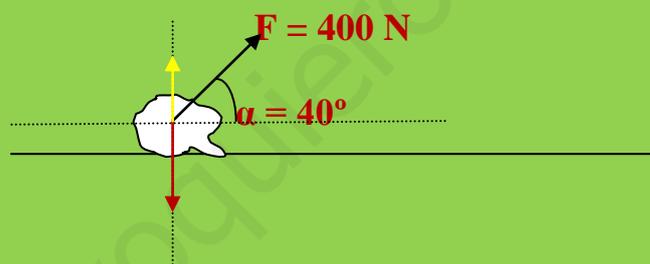
#### Ejercicio resuelto N° 4

Realizar el ejercicio anterior cuando la fuerza que se ejerce forma un ángulo de  $40^\circ$  con la horizontal del suelo.

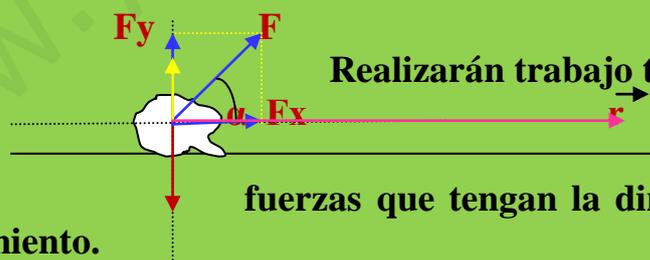
#### Resolución

a)

Sin rozamiento el diagrama de fuerzas es:



Descomponemos la fuerza "F" en los ejes de coordenadas:



Realizarán trabajo todas aquellas fuerzas que tengan la dirección y sentido del desplazamiento.

Según lo dicho:

$$W = F_x \cdot e \quad (1)$$

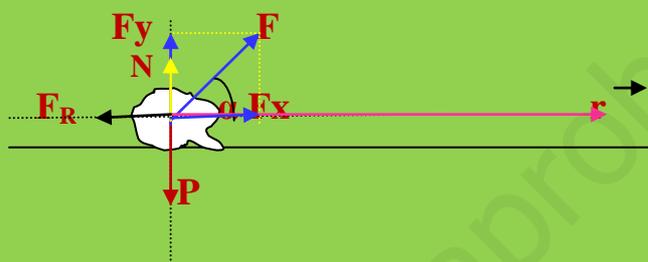
En el triángulo  $\widehat{OfxF}$ :  $\cos \alpha = F_x / F$  ;  $F_x = F \cdot \cos \alpha$

$$\sin \alpha = F_y / F$$
 ;  $F_y = F \cdot \sin \alpha$

Nos vamos a (1):  $W = F \cdot \cos \alpha \cdot e$  ;  $W = 400 \cdot \cos 40^\circ \cdot 15 = 4620 \text{ J}$ .

b)

Con rozamiento el diagrama de fuerzas es:



$$W = \sum F \cdot e = (F_x - F_R) \cdot e = (F_x - \mu \cdot N) \cdot e \quad (2)$$

En el eje OY:  $P = N + F_y$  ;  $N = P - F_y$  ;  $N = m \cdot g - F \cdot \sin \alpha$

Nos vamos a la ecuación (2):

$$W = [(F \cdot \cos \alpha - \mu \cdot (P - F_y))] \cdot e =$$

$$= [(F \cdot \cos \alpha - \mu \cdot (m \cdot g - F \sin \alpha))] \cdot e =$$

$$= [400 \cdot 0,77 - 0,3 (120 \cdot 9,81 - 400 \cdot 0,64)] \cdot 15 =$$

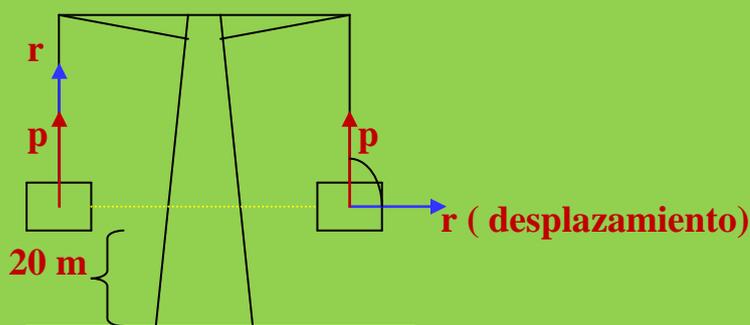
$$= [308 - 0,3 \cdot (1177,2 - 256)] \cdot 15 = 4620 - 4145,4 = 474,6 \text{ Julios}$$

### Ejercicio resuelto N° 5

Una grúa eleva un “palé” de ladrillos de 1000 Kg de masa hasta una altura de 20 metros. A continuación lo desplaza hacia la derecha 5 metros y lo deposita en el edificio en obras. ¿Qué trabajo realiza la grúa?.

### Resolución

52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO



La grúa realiza trabajo únicamente en el proceso de elevar el “palé” 20 m. El peso, que es la fuerza que debe desarrollar la grúa y el desplazamiento forman un ángulo de  $0^\circ$ .

$$W = P \cdot e \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot 20 \cdot \cos 0^\circ = 1000 \cdot 9,81 \cdot 20 \cdot 1 =$$

$$= 196200 \text{ Julios}$$

Al girar la grúa hacia la derecha, el ángulo formado por el peso y el desplazamiento es de  $90^\circ$  y por lo tanto:

$$W = P \cdot e \cdot \cos 90^\circ = P \cdot e \cdot 0 = 0 \text{ Julios}$$

La grúa solo realiza trabajo cuando está elevando el “pale”.

### Ejercicio resuelto N° 6

Un automóvil, de masa 5000 Kg, es capaz de pasar de 0 a 120 Km/h recorriendo una distancia de 500 metros. Si el coeficiente de rozamiento con el asfalto es de 0,3 determinar la fuerza paralela al suelo que es capaz de ejercer el motor del coche.

### Resolución

Unidades:

$$V_0 = 0$$

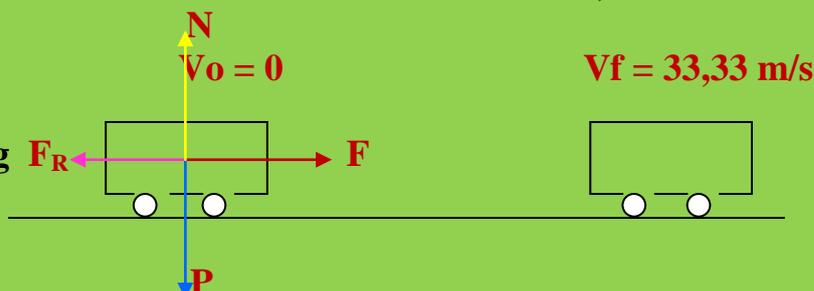
$$V_f = 120 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 33,33 \text{ m/s}$$

$$\mu = 0,3$$

$$F = ?$$

$$e = 500 \text{ m}$$

$$m = 5000 \text{ Kg}$$



52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

Por el teorema de las fuerzas vivas:

$$W = \Delta Ec ; \sum F \cdot e \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \cdot m \cdot Vf^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot Vo^2$$

$$(F - F_R) \cdot e \cdot \cos 0^\circ = \frac{1}{2} \cdot 5000 \cdot (33,33)^2 - \frac{1}{2} \cdot 5000 \cdot 0$$

$$(F - \mu \cdot N) \cdot 500 \cdot 1 = 2777222,25 ; \quad N = P = m \cdot g$$

$$(F - \mu \cdot P) \cdot 500 = 2777222,25$$

$$(F - \mu \cdot m \cdot g) \cdot 500 = 2777222,25$$

$$(F - 0,3 \cdot 5000 \cdot 9,81) \cdot 500 = 2777222,25$$

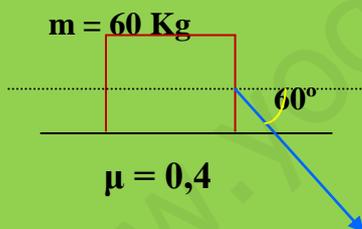
$$(F - 14715) \cdot 500 = 2777222,25$$

$$500 \cdot F - 7357500 = 2777222,25 ; 500 \cdot F = 2777222,25 + 7357500$$

$$500 \cdot F = 10134722,25 ; F = 10134722,25/500 = 20269,44 \text{ N}$$

**Ejercicio resuelto N° 7**

Según el diagrama adjunto:



Sabiendo que el desplazamiento producido es de 15 m determinar el trabajo realizado por la fuerza F.

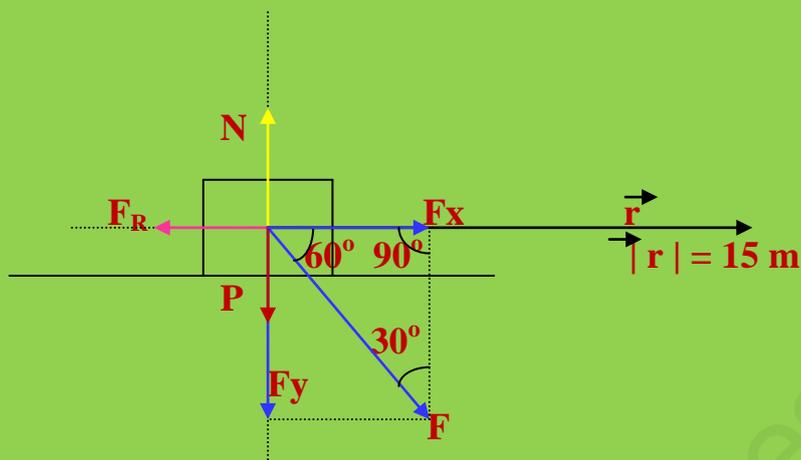
$$F = 2000 \text{ N}$$

**Resolución**

Hagamos primero un diagrama de fuerzas actuantes así como la descomposición de la fuerza F en los ejes de coordenadas:



52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO



Como sabemos:

$$W = \sum F \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$$W = (F_x - F_R) \cdot e \cdot \cos 0^\circ$$

Realizarán trabajo todas aquellas fuerzas que tengan la dirección del desplazamiento:

En el triángulo de la figura  $\widehat{OF_xF}$ :  $F_x = F \cdot \cos 60^\circ$

$$W = (F \cdot \cos 60^\circ - \mu \cdot N) \cdot e \quad ; \quad \cos 0^\circ = 1 \quad ; \quad N = P$$

$$W = (F \cdot \cos 60^\circ - \mu \cdot P) \cdot e$$

$$W = (F \cdot \cos 60^\circ - \mu \cdot m \cdot g) \cdot e$$

$$W = (2000 \cdot 0,5 - 0,4 \cdot 60 \cdot 9,81) \cdot 15 =$$

$$W = (1000 - 235,44) \cdot 15 = 11468,4 \text{ Julios}$$

La Fuerza “ $F$ ” no realiza directamente el trabajo, lo realiza la componente x “ $F_x$ ” de dicha fuerza.



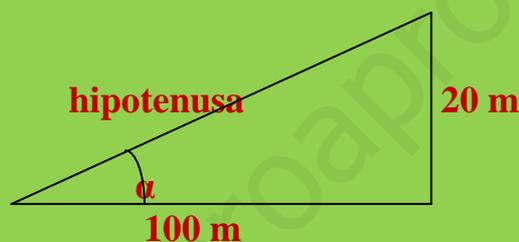
### Ejercicio resuelto N° 8

Por un plano inclinado del 20% se traslada un cuerpo de 150 Kg con velocidad constante. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento es de 0,3 calcular:

- La fuerza necesaria, paralela al plano, para subir el cuerpo en estas condiciones.
- El trabajo realizado si el cuerpo ha alcanzado una altura de 10 m.

### Resolución

- El dato del 20% nos va permitir conocer el ángulo de inclinación del plano inclinado sobre la horizontal. El 20% nos indica que por cada 100 m recorridos en horizontal subimos el vertical 20 m. Nuestro plano inclinado quedaría de la forma:



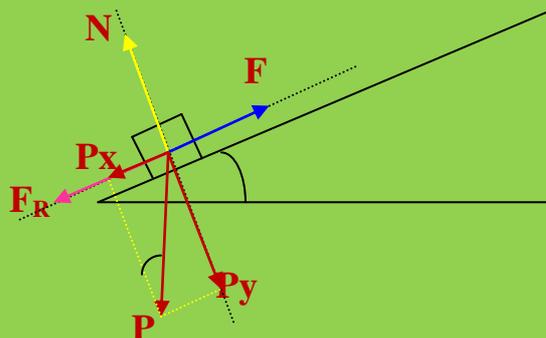
Trigonométricamente:

$\text{tag } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \left( \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \right) / \left( \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} \right)$

$\text{tag } \alpha = \left( \frac{20}{\text{hipotenusa}} \right) / \left( \frac{100}{\text{hipotenusa}} \right) = 20 / 100 = 0,2 \rightarrow$

$\rightarrow \alpha = 11,3^\circ$

El diagrama de fuerzas será el siguiente:



La subida del cuerpo se va a realizar a velocidad constante lo que implica que no exista aceleración y por lo tanto no habrá Fuerza Resultante. Estamos en la situación de equilibrio dinámico en donde se cumple que:

$$\sum F = 0$$

pero el cuerpo se mueve con Movimiento Rectilíneo y Uniforme.

Como se debe cumplir la ecuación anterior, la Fuerza "**F**" debe compensar a las fuerzas que llevando la misma dirección llevan sentido contrario (**P<sub>x</sub>** y **F<sub>R</sub>**). Aplicando la ecuación anterior:

$$F - (P_x + F_R) = 0 \quad (1)$$

$$P_x = P \cdot \text{sen } \alpha = m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha$$

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = \mu \cdot P \cdot \text{cos } \alpha = \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \alpha$$

Nos vamos a (1):

$$F - (m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha + \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \alpha) = 0$$

$$m = 150 \text{ Kg}$$

$$\alpha = 11,3^\circ$$

$$F - (150 \cdot 9,81 \cdot \text{sen } 11,3^\circ + 0,3 \cdot 150 \cdot 9,81 \cdot \text{cos } 11,3^\circ) = 0$$

$$F - (279,6 + 432,62) = 0 \quad ; \quad F = 712,22 \text{ N}$$

b) Sabemos que:

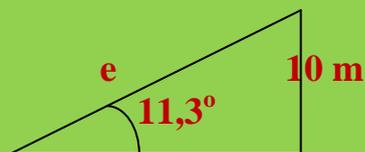
$$W = F \cdot e \cdot \text{cos } \alpha$$

Como la subida es con velocidad constante, el trabajo lo realice únicamente la fuerza "**F**" puesto que es la que compensa las fuerzas opuestas.



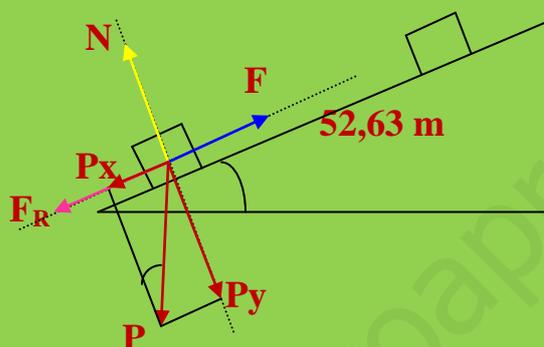
52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

El cuerpo alcanza una altura de 10 m lo que se traduce en un espacio recorrido de:



$$\text{sen } 11,3^\circ = 10 / e ; e = 10 / \text{sen } 11,3^\circ ; e = 10 / 0,19 = 52,63 \text{ m}$$

El esquema general quedará de la forma:



Luego:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha ; \alpha = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

$$W = 712,22 \cdot 52,63 \cdot 1 = 37484,14 \text{ Julios}$$

**Cuestión resuelta N° 9**

El Kw · h es una unidad de potencia o de trabajo?

**Resolución**

Si tenemos presente la ecuación de la Potencia:

$$P = W / t$$

y quitamos denominadores:

$$W = P \cdot t$$

Al sustituir en el segundo miembro de la ecuación anterior las magnitudes por sus unidades nos encontramos que:

52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

$$W = Kw \cdot h$$

$Kw$  = Potencia

$h$  = hora

Luego el producto  $Kw \cdot h$  es una *unidad de trabajo* cuya equivalencia con el Julio (Unidad de trabajo en el S.I.) es:

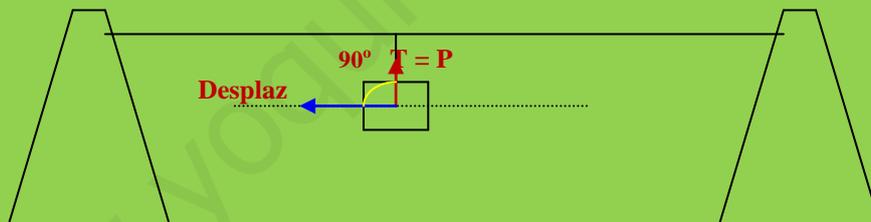
$$1 Kw \cdot h \cdot 1000 \text{ vatios} / 1 Kw \cdot 3600 \text{ s} / 1 h = 3600000 \text{ vatios} \cdot s = \\ = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Julios/s} \cdot s = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Julios}$$

### Ejercicio resuelto N° 10

Una grúa traslada un bloque de 4000 Kg hacia la izquierda una longitud de 20 m. ¿Qué potencia necesita desarrollar para efectuar la tarea en 1 minuto?.

#### Resolución

Cuando una grúa traslada hacia la izquierda un bloque, la fuerza que realiza la grúa no tiene componente en la dirección del movimiento:



$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha ; \alpha = 90^\circ ; \cos 90^\circ = 0$$

luego:

$$W = 0$$

Si no se realiza trabajo **NO SE DESARROLLA POTENCIA.**

### Ejercicio resuelto N° 11

En la repisa de un 5º piso se encuentra una persona con intenciones suicidas. De entre el público expectante sale un señor de 80 Kg de masa que subiendo 10 metros por el tubo de bajantes de agua alcanza el 5º piso. Luego se traslada hacia la derecha 5 metros hasta llegar al

52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

presunto suicida. Tras una larga conversación la persona abandona sus intenciones suicidas. ¿Qué potencia ha desarrollado este señor si empleó 8 minutos en ascender por la tubería y 4 minutos en andar por la repisa del 5º piso?.

**Resolución**

Realizamos un problema muy parecido a este en el apartado de trabajo.

En esta experiencia, como en la mencionada sólo se realiza trabajo en la subida del salvador por la canaleta de bajada de aguas. Cuando se traslada hacia el suicida **NO SE REALIZA TRABAJO** y por tanto **NO SE DESARROLLA POTENCIA**.

El salvador debe vencer una fuerza, como mínimo igual a su peso, en la dirección y sentido del desplazamiento. El ángulo que forman la fuerza y el desplazamiento es nulo ( $\alpha = 0$ ) y por lo tanto el trabajo desarrollado será:

$$W = P \cdot e \cdot \cos 0^\circ ; \cos 0^\circ = 1 \rightarrow W = P \cdot e$$

$$W = m \cdot g \cdot e \cdot 1 = 80 \cdot 9,81 \cdot 10 \cdot 1 = 80 \cdot 9,81 = 7848 \text{ Julios.}$$

En lo referente a la potencia:

$$P = W / t$$

$$t = 8 \text{ min} \cdot 60 \text{ s} / 1 \text{ min} = 480 \text{ s}$$

$$P = 7848 \text{ J} / 480 \text{ s} = 16,35 \text{ w} \cdot 1 \text{ C.V} / 735 \text{ w} = 0,022 \text{ C.V}$$

**Ejercicio resuelto N° 13**

Una grúa eleva un cuerpo mediante una potencia de 7500 W. Con esta potencia consigue que el cuerpo ascienda con una velocidad constante de 10 m/s. Determinar la masa del cuerpo.

**Resolución**

$$P = F \cdot V ; P = \text{Peso} \cdot V ; P = m \cdot g \cdot V$$

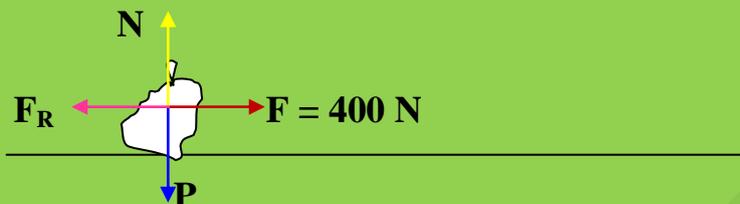
$$V = P / (g \cdot V) = 7500 / (9,81 \cdot 10)$$

$$V = 7500 / 98,1 = 76,45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

### Ejercicio resuelto N° 14

Arrastramos, 8 metros, un saco de patatas de 120 Kg de masa con una fuerza paralela al suelo de 400 N. La operación implica un tiempo de 5 minutos. ¿Que potencia se ha desarrollado?. El coeficiente de rozamiento vale 0,3.

#### Resolución



Como debemos de recordar la N y el P son iguales y por lo tanto se anulan actuando únicamente F y  $F_R$  para el traslado del saco y las del trabajo a realizar:

$$W = \sum F \cdot e \cdot \cos \alpha ; \alpha = 0 \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

$$W = (F - F_R) \cdot e$$

$$W = (F - \mu \cdot N) \cdot e = (F - \mu \cdot P) \cdot e$$

$$W = (F - \mu \cdot m \cdot g) \cdot e$$

$$W = (400 - 0,3 \cdot 120 \cdot 9,81) \cdot 8 = 374,72 \text{ J.}$$

En lo referente a la potencia:

$$P = W / t$$

$$5 \text{ min} \cdot 60 \text{ s} / 1 \text{ min} = 300 \text{ s}$$

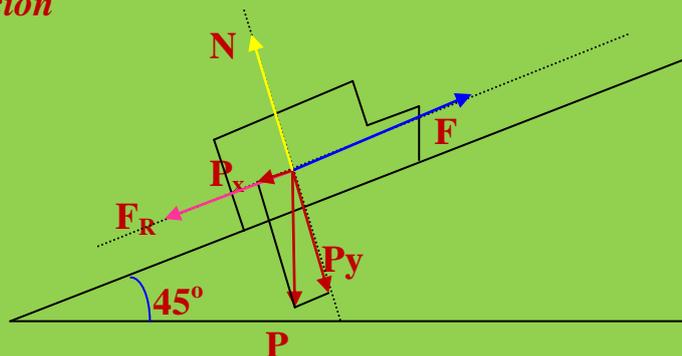
$$P = 374,72 \text{ J} / 300 \text{ s} = 1,25 \text{ w} \cdot 1 \text{ C.V} / 735 \text{ w} = 0,0017 \text{ C.V.}$$

### Ejercicio resuelto N° 15

Un camión cargado de naranjas asciende una pendiente con un ángulo de inclinación de  $45^\circ$ . La masa del sistema es de 70 toneladas y la subida implica un espacio de 8 Km y un tiempo de 12 minutos. Si el coeficiente de rozamiento es de 0,2 ¿qué fuerza desarrolló el motor del camión si la potencia desarrollada por el mismo es de 750 C.V.?

52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

*Resolución*



El trabajo desarrollado por el camión viene expresado por la ecuación:

$$W = \sum F \cdot e \cos \alpha ; \alpha = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

$$W = (F - F_R) \cdot e = (F - \mu \cdot N) \cdot e = (F - \mu \cdot P_y) \cdot e$$

$$e = 8 \text{ Km} = 8000 \text{ m}$$

$$W = (F - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha) \cdot 8000$$

$$W = (F - 0,2 \cdot 70000 \cdot 9,81 \cdot 1) \cdot 8000$$

$$W = (F - 137348) \cdot 8000 ; \quad W = 8000 F - 1098720000 \quad (1)$$

En la ecuación anterior tenemos dos incógnitas, W y F. Pongamos en funcionamiento la potencia desarrollada por el camión:

$$P = W / t$$

Podemos despejar W:

$$W = P \cdot t$$

$$P = 750 \text{ C.V} \cdot 735 \text{ w} / 1 \text{ C.V} = 551250 \text{ w}$$

$$t = 12 \text{ min} \cdot 60 \text{ s} / 1 \text{ min} = 720 \text{ s}$$

$$W = 551250 \text{ J/s} \cdot 720 \text{ s} = 396900000 \text{ J}$$

Nos vamos a la ecuación (1):

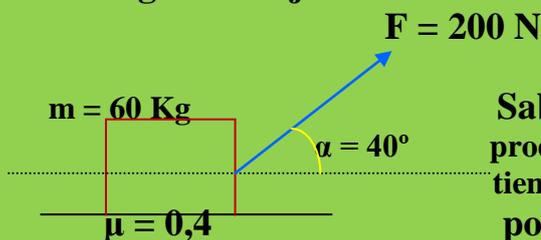
$$W = 8000 F - 1098720000 ; \quad 396900000 = 8000 F - 1098720000$$

$$396900000 + 1098720000 = 8000 F ; \quad 1495620000 = 8000 F$$

$$F = 1495620000 / 8000 = 186952,5 \text{ N}$$

### Ejercicio resuelto N° 16

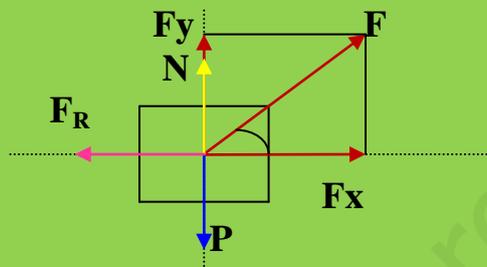
Según el diagrama adjunto:



Sabiendo que el desplazamiento producido es de 15 m e implica un tiempo de 50 segundos calcula la potencia desarrollada por el motor que proporciona la fuerza.

### Resolución

Diagrama de fuerzas:



$$e = 15 \text{ m}$$

$$t = 50 \text{ s}$$

$$\alpha = 40^\circ$$

Debemos conocer primero el trabajo desarrollado en esta experiencia.

Recordemos:

$$W = \sum F \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$$W = (F - F_R) \cdot e \cdot \cos \alpha = (F - \mu \cdot N) \cdot e \cdot \cos \alpha$$

En el eje OY se cumple:

$$P = N + F_y ; N = P - F_y$$

$$W = [(200 - 0,4 (P - F_y))] \cdot 15 \cdot 0,76$$

$$W = [(200 - 0,4 (m \cdot g - F \cdot \cos 40^\circ))] \cdot 11,4$$

52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

$$W = [(200 - 0,4 (60 \cdot 9,81 - 200 \cdot 0,76)) \cdot 11,4$$

$$W = (200 - 235,44 + 4864) \cdot 11,4 = 55045,58 \text{ J}$$

Conocido el  $W$  podemos pasar a calcular la potencia:

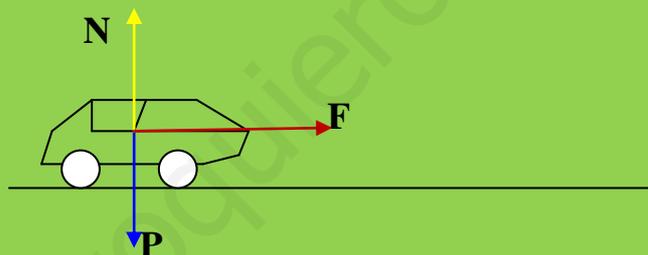
$$P = W / t ; P = 55045,58 \text{ J} / 50 \text{ s} = 1100,9 \text{ w} \cdot 1 \text{ C.V} / 735 \text{ w} = \\ = 1,49 \text{ C.V}$$

**Ejercicio resuelto N° 17**

Un coche es capaz de pasar de 0 a 120 Km/h en un tiempo de 10 segundos. Si la masa del coche es de 2000 Kg ¿Qué potencia, en C.V., es capaz de desarrollar su motor?.

**Resolución**

Conozcamos el trabajo desarrollado por el motor del coche:



$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha ; \alpha = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

$$W = F \cdot e \quad (1)$$

No conocemos la “ $F$ ” pero sabemos que:

$$F = m \cdot a \quad (2)$$

$$V_0 = 0$$

$$V_f = 120 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 33,33 \text{ m/s}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

$$m = 2000 \text{ Kg}$$

Recordemos que:

$$a = V_f - V_o / t ; a = 33,33 - 0 / 10 = 3,33 \text{ m/s}^2$$

En ese tiempo y con la aceleración calculada podemos conocer el espacio necesario para pasar de 0 a 120 Km/h:

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e ; (33,33)^2 = 2 \cdot 3,33 \cdot e$$

$$110,89 = 6,66 \cdot e ; e = 110,89 / 6,66 = 166,8 \text{ m}$$

Nos vamos a la ecuación (2):

$$F = m \cdot a = 2000 \cdot 3,33 = 6660 \text{ N}$$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$W = F \cdot e = 6660 \cdot 166,8 = 1110888 \text{ J}$$

Estamos en condiciones de conocer la potencia desarrollada por el motor del coche:

$$P = W / t = 1110888 \text{ J} / 10 \text{ s} = 111088,8 \text{ w} \cdot 1 \text{ C.V} / 735 \text{ w} = 151,41 \text{ C.V}$$

### Ejercicio resuelto N° 18

Sobre un cuerpo de 200 g que sigue un m.r.u. con  $V_o = 36 \text{ Km/h}$ , comienza a actuar una fuerza constante en la dirección y sentido del movimiento. Realizado un recorrido de 8m el cuerpo consigue una velocidad final de 24 m/s. Calcula el valor de la fuerza aplicada.

### Resolución

Unidades:

$$m = 200 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,2 \text{ Kg}$$

$$V_o = 36 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 10 \text{ m/s}$$

$$e = 8 \text{ m}$$

$$V_f = 24 \text{ m/s}$$

$$W = \Delta E_c ; W = E_{cf} - E_{co}$$

$$F \cdot e \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_f^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_o^2$$

52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

**NOTA:** Cuando en un ejercicio se aplica una fuerza y no nos proporcionan el ángulo que forma dicha fuerza con la dirección y sentido del desplazamiento, supondremos que el ángulo es de  $0^\circ$ .

$$\alpha = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

$$F \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_f^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_o^2$$

$$F \cdot 8 = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot (24)^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 10^2$$

$$F \cdot 8 = 0,1 \cdot 576 - 10 ; 8 \cdot F = 57,6 ; F = (57,6/8) = 7,2 \text{ N}$$

**Ejercicio resuelto N° 19**

Un automóvil es capaz de pasar de  $V_o = 72 \text{ Km/h}$  a una velocidad  $V_f = 120 \text{ m/s}$  en un tiempo de 5 segundos. Determinar:

- El trabajo realizado por el motor del automóvil.
- La potencia desarrollada por el motor del automóvil.
- La aceleración que adquiere el automóvil.

**Resolución**

Unidades en el S.I.

$$V_o = 72 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$$

$$V_f = 120 \text{ m/s}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

- a) Por el teorema de las fuerzas vivas:

$$W = \Delta E_c = E_{c_f} - E_{c_o} ; W = 120 - 20 = 100 \text{ Julios.}$$

- b) **Potencia = W/t ; P = 100 J / 5 s = 20 w.**

- c) Por Cinemática sabemos:

$$a = V_f - V_o / t ; a = (120 - 20) \text{ m/s} / 5 \text{ s} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$



### Ejercicio resuelto N° 21

La longitud del cañón de una escopeta es de 80 cm y por el él salen proyectiles de 25 g de masa a la velocidad de 80 Km/h. Determinar:

- La aceleración que adquirió el proyectil dentro del cañón.
- La fuerza que actuó sobre el proyectil en el interior del cañón.
- El trabajo realizado por la fuerza del apartado anterior.  
**REALIZAR LA CUESTIÓN DESDE EL PUNTO DE VISTA ENERGÉTICO.**

### Resolución

Unidades al S.I.

$$l = 80 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m}/100 \text{ cm} = 0,80 \text{ m}$$

$$m = 25 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg}/1000 \text{ g} = 0,025 \text{ Kg}$$

$$V_F = 80 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m}/1 \text{ m} \cdot 1 \text{ h}/3600 \text{ s} = 22,22 \text{ m/s}$$

$$V_0 = 0$$

- a) Cinemáticamente:

$$V_F^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e ; e = l ; (22,22)^2 = 0 + 2 \cdot a \cdot 0,80$$

$$493,73 = 1,6 a ; a = 493,73 / 1,6 ; a = 308,58 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

- b) Por Dinámica (Segundo Principio):

$$F = m \cdot a ; F = 0,025 \cdot 308,58 = 7,71 \text{ N}$$

- c) Teorema de las fuerzas vivas:

$$W = \Delta W = E_{cF} - E_{c0} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_0^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0,025 \cdot (22,22)^2 - 0 = 6,17 \text{ Julios.}$$

### Ejercicio resuelto N° 22

Un camión de 5 toneladas de masa alcanza una velocidad de 50 Km/h transcurridos 3 minutos desde que inició su movimiento. Calcular el trabajo realizado por el motor del camión.

### Resolución

Unidades:

52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

$$M = 5 \text{ T} \cdot 1000 \text{ Kg} / 1 \text{ T} = 5000 \text{ Kg}$$

$$V_F = 50 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 13,9 \text{ m/s}$$

$$t = 3 \text{ min} \cdot 60 \text{ s} / 1 \text{ min} = 180 \text{ s}$$

$$V_0 = 0$$

$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$  ; suponemos que el ángulo que forma la fuerza es  $0^\circ$

$$\cos 0^\circ = 1 \rightarrow W = F \cdot e \quad (1)$$

El espacio recorrido por el móvil en los 3 min:

$$e = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 ; e = 0 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (180)^2$$

$$e = 16200 a \quad (2) \rightarrow \text{una ecuación con dos incógnitas}$$

Necesitamos otra ecuación con las mismas incógnitas:

$V_F^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$   $\rightarrow$  utilizamos la ecuación (1) y nos queda:

$$(13,9)^2 = 0 + 2 \cdot a \cdot 16200 a ; 193,21 = 32400 a^2$$

$$a = (193,21/32400)^{1/2} ; a = 0,08 \text{ m/s}^2$$

$$e = 16200 a ; e = 16200 \cdot 0,08 = 1296 \text{ m}$$

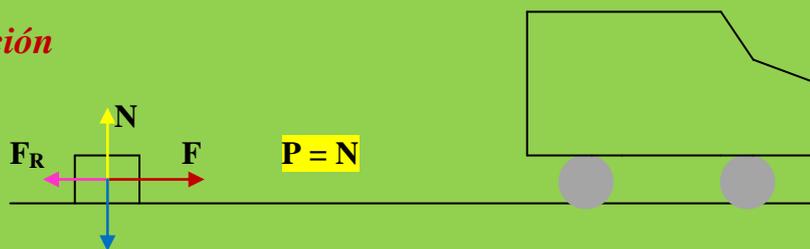
Nos vamos a la ecuación (1):

$$W = F \cdot e = m \cdot a \cdot e = 5000 \cdot 0,08 \cdot 1296 = 518400 \text{ Julios}$$

### Ejercicio resuelto N° 23

Sobre una superficie horizontal, un cuerpo de 150 Kg es arrastrado por una fuerza de 900 N, paralela a la superficie. El coeficiente de rozamiento vale  $\mu = 0,3$ . Determinar la Energía Cinética que adquirirá el cuerpo cuando llegue al punto de embarque ( Situación del camión que lo trasladará) que se encuentra a una distancia de 25 m.

#### Resolución



Unidades: P

52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

$m = 150 \text{ Kg}$  El trabajo realizado para llevar el cuerpo al punto de embarque  
 $F = 900 \text{ N}$  se transforma en Energía cinética:  
 $\mu = 0,3$

$$W = \sum F \cdot e \cdot \cos \alpha ; \cos \alpha = 1 ; W = \sum F \cdot e = E_c$$

$$(F - F_R) \cdot e = E_c ; (F - \mu \cdot N) \cdot e = E_c$$

$$(F - \mu \cdot P) \cdot e = E_c ; (F - \mu \cdot m \cdot g) \cdot e = E_c$$

$$E_c = (900 - 0,3 \cdot 150 \cdot 9,81) \cdot 25 =$$

$$= (900 - 441,45) \cdot 25 = 11463,75 \text{ Julios}$$

**Ejercicio resuelto N° 24**

Un móvil parte del reposo y durante un tiempo actúa sobre él una fuerza que le proporciona una velocidad de 72 Km/h. La masa del móvil 5000 g, determinar la Energía Cinética que consigue el móvil.

**Resolución**

Unidades:

$$V_0 = 0$$

$$t = 20 \text{ s}$$

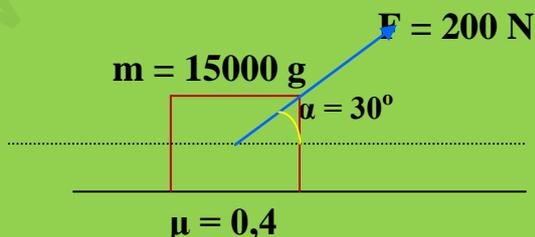
$$V_F = 72 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$$

$$m = 5000 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 5 \text{ Kg}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 ; E_c = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (20)^2 = 1000 \text{ Julios}$$

**Ejercicio resuelto N° 25**

Sobre el cuerpo de la figura adjunta:



¿Qué velocidad adquirirá el cuerpo cuando se hallan recorrido 15 m?

**Resolución**

Unidades:

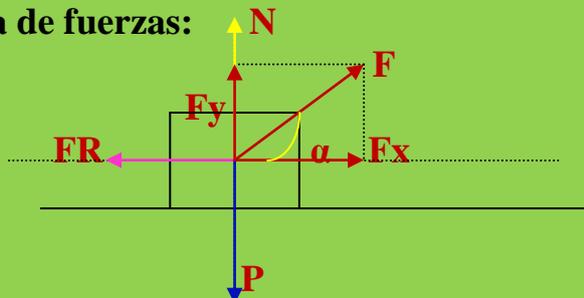
52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

$$m = 15000 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg}/1000 \text{ g} = 15 \text{ Kg}$$

$$F = 200 \text{ N}$$

$$\alpha = 30$$

Diagrama de fuerzas:



$$W = \sum F \cdot e \cdot \cos \alpha ; W = (F_x - F_R) \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$$W = (F \cdot \cos \alpha - \mu \cdot N) \cdot e \cdot \cos \alpha ; N = P$$

$$W = (F \cdot \cos \alpha - \mu \cdot P) \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$$W = (F \cdot \cos \alpha - \mu \cdot m \cdot g) \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$$W = (200 \cdot \cos 30^\circ - 0,4 \cdot 15 \cdot 9,81) \cdot 15 \cdot \cos 30^\circ$$

$$W = (174 - 58,86) \cdot 13,05 = 1502,58 \text{ J}$$

Todo el trabajo realizado se almacena en el cuerpo en forma de Ec:

$$W = E_c ; W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

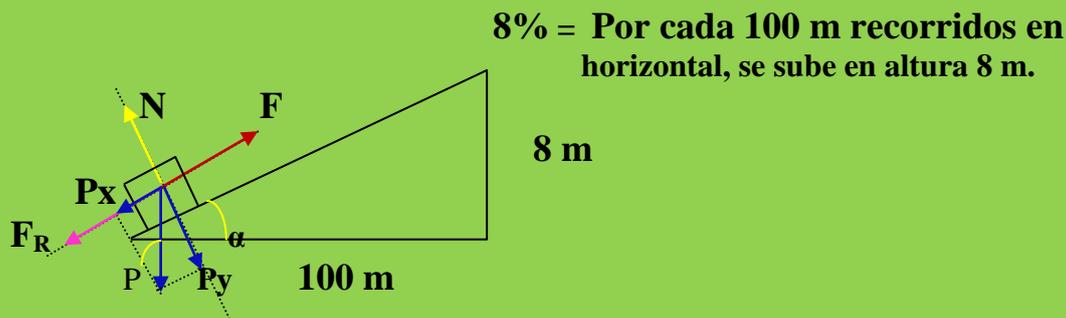
$$1502,56 = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot V^2 ; V = (1502,56/7,5)^{1/2}$$

$$V = 14,15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

### Ejercicio resuelto N° 26

Sobre un plano inclinado del 8 % se traslada desde la parte baja del mismo un cuerpo de 5 Kg mediante la acción de una fuerza constante, paralela al plano inclinado, de 150 N. Si el coeficiente de rozamiento es  $\mu = 0,3$  determinar la Energía Mecánica ( $E_c + E_p$ ) que habrá conseguido el cuerpo al llegar a la parte alta del plano.

52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO



Cuando el cuerpo llegue a la parte superior del plano el trabajo realizado para elevarlo se habrá transformado en  $E_c$  y  $E_p$ , cumpliéndose:

$$W = E_c + E_p$$

$$W = E_{\text{mecánica}}$$

Podemos escribir:

$$W = E_c + E_p ; \sum F \cdot e = E_{\text{mecánica}}$$

$$[ F - ( P_x + F_R ) ] \cdot e = E_{\text{mecánica}}$$

$$[ F - ( P \cdot \text{sen } \alpha + \mu \cdot N ) ] \cdot e = E_{\text{mecánica}}$$

$$N = P_y ; P_y = P \cdot \text{cos } \alpha$$

$$[ F - ( P \cdot \text{sen } \alpha + \mu \cdot P \cdot \text{cos } \alpha ) ] \cdot e = E_{\text{mecánica}}$$

$$( F - m \cdot g \cdot \text{sen } \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \alpha ) \cdot e = E_{\text{mecánica}}$$

$$\text{tag } \alpha = 8 / 100 = 0,08 \rightarrow \alpha = 4,57$$

Calcularemos el valor de “ $e$ ” mediante el teorema de **PITÁGORAS**

$$e = [(100)^2 + 8^2]^{1/2} = ( 10000 + 64 )^{1/2} = 100,3 \text{ m}$$

$$(150 - 5 \cdot 9,81 \cdot 0,08 - 0,3 \cdot 5 \cdot 9,81 \cdot 0,99) \cdot 100,3 = E_{\text{mecánica}}$$

$$(150 - 3,92 - 14,56) \cdot 100,3 = E_{\text{mecánica}}$$

$$E_{\text{mecánica}} = 13191,45 \text{ Julios}$$

### Ejercicio resuelto N° 27

Un proyectil de 1000 g de masa se incrusta dentro de un bloque de cemento hasta una profundidad de 50 cm. Si la resistencia que opone el cemento para ser incrustado es 200 N . Determinar la velocidad con la cual llegó el proyectil al bloque de cemento.

### Resolución

Unidades:

$$m = 1000 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg}/1000 \text{ g} = 1 \text{ Kg}$$

$$e = 50 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m}/100\text{cm} = 0,5 \text{ m}$$

$$F_R = 200 \text{ N}$$



El proyectil para incrustarse en el bloque debe vencer una fuerza resistente a lo largo de un espacio, es decir, debe realizar un trabajo. Para que un cuerpo realice trabajo debe tener energía. El proyectil por llevar una velocidad tiene  $E_c$ . Despreciamos la altura del proyectil sobre la base, luego:

$$W = Ec$$

$$F \cdot e \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 \quad ; \quad \alpha = 0^\circ \quad ; \quad \cos 0^\circ = 1$$

$$F \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 \quad ; \quad 200 \cdot 0,5 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot V^2$$

$$200 = V^2 \quad ; \quad V = (200)^{1/2} = 14,14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

### Ejercicio resuelto N° 28

Determinar la variación de la Energía Cinética que sufre un automóvil de 450 C.V de potencia durante un tiempo de 5 segundos.

### Resolución

$$P = 450 \text{ C.V.} \cdot 735 \text{ w} / 1 \text{ C.V.} = 330750 \text{ w} \text{ ( J/s )}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

Recordemos:

$$P = W / t ; W = \Delta Ec \rightarrow P = \Delta Ec / t ; 330750 \text{ J/s} = \Delta Ec / 5 \text{ s}$$

$$\Delta Ec = 1653750 \text{ J/s} \cdot \text{s} = 1653750 \text{ Julios}$$

### Ejercicio resuelto N° 29

En una vía muerta de ferrocarril tenemos parado un vagón de 25000 kg de masa. Por la izquierda se le acerca otro de masa 30000 Kg a una velocidad de 90 Km/h que choca con el primer vagón. Después del choque los dos vagones permanecen unidos. Determinar la cantidad de energía cinética que se pierde durante el choque. ¿ Para que se ha utilizado la energía perdida?

### Resolución

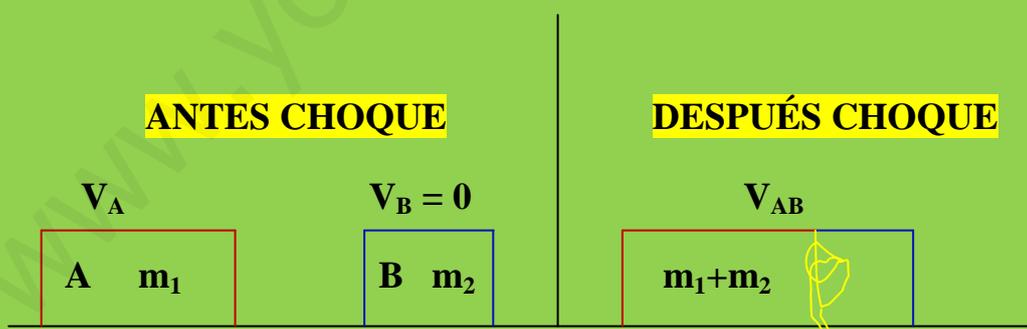
Unidades:

$$m_B = 25000 \text{ Kg}$$

$$m_A = 30000 \text{ Kg}$$

$$V_B = 0$$

$$V_A = 90 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 25 \text{ m/s}$$



Cantidad de movi. antes choque = Cantidad de movi. Después choque

$$m_1 \cdot V_A + m_2 \cdot V_B = (m_1 + m_2) \cdot V_{AB}$$
$$30000 \cdot 25 + 25000 \cdot 0 = (30000 + 25000) \cdot V_{AB}$$

$$75000 = 55000 \cdot V_{AB}$$

$$V_{AB} = 75000 / 55000 = 1,36 \text{ m/s}$$

Antes del choque el vagón A tiene una  $E_C$ :

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_A^2 = \frac{1}{2} \cdot 30000 \cdot (25)^2 = 9375000 \text{ Julios}$$

Después del choque el vagón A tiene una  $E_C$ :

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_A^2 = \frac{1}{2} \cdot 30000 \cdot (1,36)^2 = 27744 \text{ Julios}$$

La  $E_C$  que se pierde será:

$$E_{C\text{perdida}} = 9375000 - 27744 = 9347256 \text{ Julios}$$

La  $E_C$  perdida se utilizará para *producir las deformaciones* que lleva consigo el choque.

### Ejercicio resuelto 30

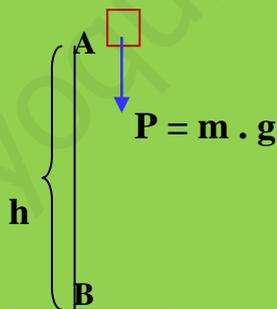
Un cuerpo se deja caer desde una cierta altura, al llegar al suelo lleva una velocidad de 20 m/s. ¿ Desde qué altura se dejó caer? ¿Qué fuerza actuó sobre el cuerpo?.

#### Resolución

Unidades:

$$V_F = 20 \text{ m/s}$$

$$V_0 = 0$$



El cuerpo en el punto A tiene  $E_p$  y cuando llega al suelo con una velocidad determinada tendrá  $E_C$ . Como no existe rozamiento podemos escribir la ecuación:

$$E_{p_A} = E_{c_B}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 ; g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot V^2 ; 9,81 \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (20)^2$$

$$h = 200/9,81 = 20,38 \text{ m}$$

### Ejercicio resuelto N° 31

Una ciudad necesita un consumo de agua diario de  $50 \text{ m}^3$ . El agua se tiene que elevar de un depósito que se encuentra a  $75 \text{ m}$  por debajo del nivel de la ciudad. La elevación del agua la realiza un motor que desarrolla el trabajo en un tiempo de  $1,5 \text{ h}$  con una potencia de  $150 \text{ vatios}$ . ¿Qué Energía Potencial almacenará el agua elevada hasta la ciudad?. Densidad del agua  $1 \text{ g / cm}^3$ .

### Resolución

Unidades:

$$h = 75 \text{ m}$$

$$t = 1,5 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s / 1 h} = 5400 \text{ s}$$

$$P = 150 \text{ w}$$

$$d_{\text{agua}} = 1 \text{ g/cm}^3.$$

$$V_{\text{agua}} = 50 \text{ m}^3 \cdot 1000000 \text{ cm}^3 / 1 \text{ m}^3 = 50000000 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{agua}} = d \cdot V_{\text{agua}} = 1 \text{ g/cm}^3 \cdot 50000000 \text{ cm}^3 = 50000000 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000\text{g} = 50000 \text{ Kg}$$

El trabajo para elevar el agua hasta la ciudad es:

$$W = F \cdot e \cdot \cos \alpha$$

Como el problema nos proporciona las características del motor:

$$P = W / t \ ; \ W = P \cdot t = 150 \text{ J/s} \cdot 5400 \text{ s} = 810000 \text{ J}$$

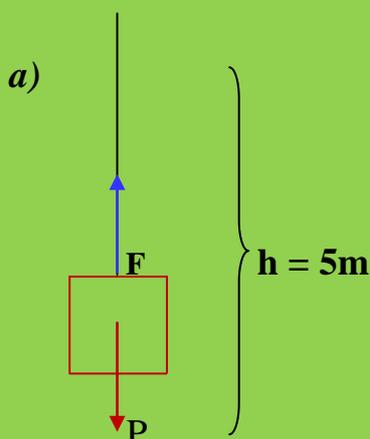
El trabajo realizado (  $810000 \text{ J}$  ) para elevar el agua hasta la ciudad queda almacenado en el agua en forma de Energía Potencial. El agua ha ganado  $810000 \text{ J}$  de energía.

### Ejercicio resuelto N° 32

Calcular el trabajo que realizamos contra la gravedad cuando levantamos  $5 \text{ m}$  un cuerpo de  $15 \text{ Kg}$ , utilizando un tiempo de  $10 \text{ s}$ , en los casos:

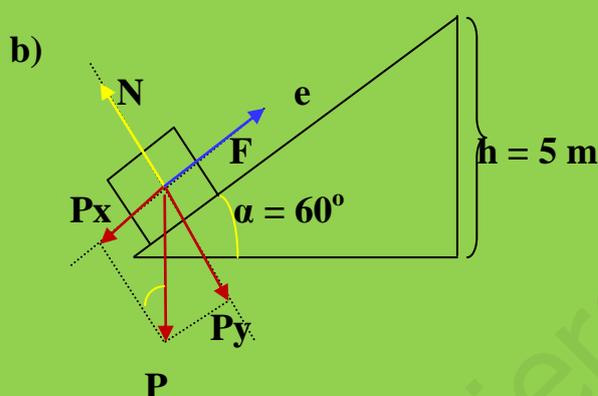
- Verticalmente.
- Por una rampa inclinada  $60^\circ$ .

### Resolución



Cuando el cuerpo llegue a una altura de 5 m hemos realizado un trabajo contra la gravedad que queda almacenado en el cuerpo en forma  $E_p$ :

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 15 \cdot 9,81 \cdot 5 = 735,75 \text{ J.}$$



Para elevar el cuerpo hasta la altura de 5 m hemos de hacer un trabajo a lo largo de un espacio "e". Este trabajo queda almacenado en el cuerpo en forma de  $E_p$ .

Sea cual fuese el camino seguido para llevar al cuerpo hasta una altura de 5 m implicará un trabajo que se almacena en el cuerpo en forma de  $E_p$ .

Se cumple:

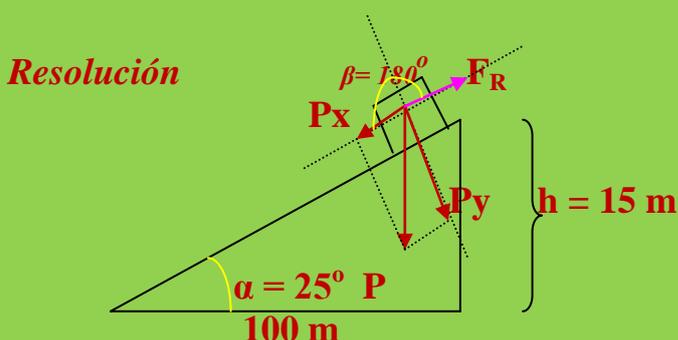
$$W = E_p = \sum F \cdot e \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot h$$

$$W = m \cdot g \cdot h = 15 \cdot 9,81 \cdot 5 = 735,75 \text{ J.}$$

El trabajo que debemos realizar para elevar el cuerpo a 5 m de altura es independiente del camino seguido. Por ello en los dos casos el trabajo *vale lo mismo*. La ventaja del plano inclinado estriba en que nos permite realizar el trabajo *más comodamente*.

### Ejercicio resuelto N° 33

En la parte alta de un plano inclinado  $8,5^\circ$  sobre la horizontal tenemos un cuerpo de masa 15 Kg. El plano inclinado es del 15 %. El coeficiente de rozamiento dinámico vale 0,3. Determinar el contenido energético del cuerpo en la parte alta del plano inclinado. Dejamos caer el cuerpo, determinar la velocidad que llevará el cuerpo cuando se encuentre a una altura de 10 m. ¿Cuál será la velocidad del cuerpo al llegar a la parte baja del plano inclinado?. Interpreta los resultados.

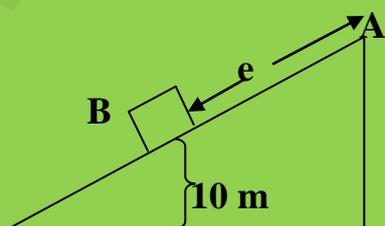


En la parte alta del plano inclinado el cuerpo posee  $E_p$ :

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 15 \cdot 9,81 \cdot 15 = 2207,25 \text{ j}$$

Cuando el cuerpo pasa por la posición B se cumplen tres condiciones:

- Al pasar por B lleva una velocidad y por tanto tendrá  $E_c$ .
- Está a una altura de 10 m luego tiene  $E_p$ .
- Se ha vencido un rozamiento a lo largo de un espacio y por tanto existe *trabajo de rozamiento*.



El principio de conservación de la energía, teniendo presente que existe rozamiento, nos dice que:

$$E_{pA} = E_{cB} + E_{pB} + W_{\text{rozamiento}} \quad (1)$$

52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

La fuerza de rozamiento forma con la fuerza que hace posible el movimiento del cuerpo un ángulo de  $180^\circ$ .

$$W_{\text{rozamiento}} = F_R \cdot e \cdot \cos \beta = \mu \cdot N \cdot e \cdot \cos \beta ; N = P_y$$

$$P_y = P \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$W_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot e \cdot \cos \beta$$

$$\beta = 180^\circ \rightarrow \cos 180^\circ = -1$$

$$W_{\text{rozamiento}} = | -\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot e |$$

Luego si nos vamos a la ecuación (1):

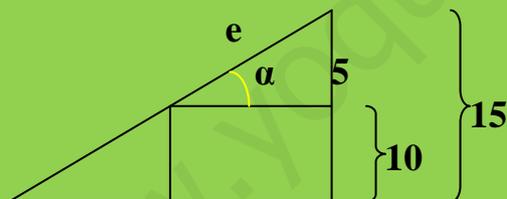
$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 + m \cdot g \cdot 10 + | -\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot e |$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 + m \cdot g \cdot 10 + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot e$$

podemos sacar común la masa y nos quedaría:

$$g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + g \cdot 10 + \mu \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot e \quad (2)$$

Debemos conocer, geoméricamente, el valor de "e":



$$\text{sen } 8,5^\circ = 5 / e$$

$$e = 5 / \text{sen } 8,5^\circ$$

$$e = 5 / 0,15 = 33,33 \text{ m}$$

Nos vamos a la ecuación (2):

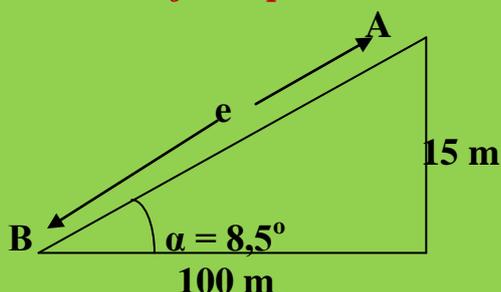
$$9,81 \cdot 15 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 9,81 \cdot 10 + 0,3 \cdot 9,81 \cdot \cos 8,5^\circ \cdot 33,33$$

$$147,15 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 98,1 + 97,1$$

$$147,15 - 98,1 - 97,1 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2$$

$$-96,1 = V_B^2 ; V_B = (-96,1)^{1/2} = \text{NO TIENE SOLUCIÓN}$$

*En el punto más bajo del plano inclinado:*



Cuando el cuerpo se encuentra en la posición A tiene energía potencial que al llegar a la parte baja del plano inclinado, se cumplirá:

- Llega a B con velocidad por lo que tendrá *Ec*.
- SE encuentra a  $h = 0$  luego *no tiene Ep*.
- Se vence una fuerza de rozamiento y por lo tanto el cuerpo realiza un *trabajo de rozamiento*.

Por el principio de conservación de la energía:

$$Ep_A = E_{CB} + W_{rozamiento}$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2 + F_R \cdot e \cdot \cos \beta$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2 + \mu \cdot N \cdot e \cdot \cos \beta$$

$$N = Py = P \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2 + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot e \cdot \cos \beta$$

$$m \cdot 9,81 \cdot 15 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2 + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 8,5^\circ \cdot e \cdot \cos 180^\circ$$

Sacando factor común la “m”:

$$9,81 \cdot 15 = \frac{1}{2} \cdot V_F^2 + \mu \cdot g \cdot \cos 8,5^\circ \cdot e \cdot \cos 180^\circ \quad (1)$$

$$\cos 8,5^\circ = 0,99$$

$$\cos 180^\circ = -1$$

$$\sin 8,5 = 0,14$$

De el último plano inclinado:

$$\text{sen } 8,5^\circ = 15 / e \ ; \ e = 15 / \text{sen } 8,5^\circ$$

$$e = 15 / 0,14 = 107,14 \text{ m}$$

Nos vamos a (1):

$$147,15 = \frac{1}{2} \cdot V_F^2 + 0,3 \cdot 9,81 \cdot 0,99 \cdot 107,14 \cdot (-1)$$

$$147,15 = \frac{1}{2} V_F^2 + |- 312,16| \ ; \ 147,15 - 312,16 = \frac{1}{2} \cdot V_F^2$$

$$-330,02 = V_F^2 \ ; \ V_F = ( -330,02 )^{1/2} = \text{NO TIENE}$$

### **SOLUCIÓN**

Este ejercicio **no tiene solución** por la razón de que la componente del peso en el eje OX (**P<sub>x</sub>**) no es capaz de vencer la fuerza de rozamiento.

$$F_R > P_x$$

y por lo tanto el cuerpo **NO DESCENDE POR EL PLANO INCLINADO**.

### **Ejercicio resuelto N° 34**

Desde una altura de 10 m dejamos caer una pelota de masa de 750 g masa. En cada choque con el suelo pierde un 15 % de su energía. ¿Qué altura alcanzará después del tercer choque?.

### **Resolución**

Consideraremos que no existe rozamiento con el aire.

Existen tres rebotes que implican una pérdida de energía del 45 %

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 0,750 \cdot 9,81 \cdot 10 = 73,57 \text{ J}$$

Después del 3º rebote quedarán:

$$73,57 \text{ J} \cdot 45 \text{ J} / 100 \text{ J} = 33,10 \text{ J}$$

Con esta energía se elevará hasta alcanzar una altura:

$$E_c = E_p = m \cdot g \cdot h ; 33,10 = 0,750 \cdot 9,81 \cdot h$$

$$33,10 = 7,35 h ; h = 33,10 / 7,35 = 4,5 m$$

### Ejercicio resuelto N° 35

Un cuerpo de 1500 g de masa se encuentra a una cierta altura sobre una plataforma horizontal elástica. Cuando choca con la plataforma el cuerpo lleva una velocidad de 100 Km/h. ¿Desde que altura cayó? ¿ Si en el rebote el cuerpo se eleva 12 m que cantidad de energía perdió el cuerpo? ¿ En que se transformó dicha perdida de energía?

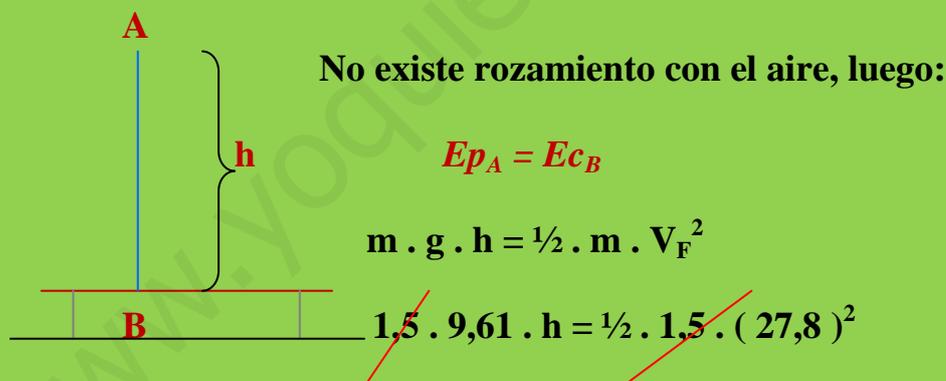
### Resolución

Unidades:

$$m = 1500 g \cdot 1 Kg / 1000 g = 1,5 Kg$$

$$V_F = 100 Km/h \cdot 1000 m / 1 Km \cdot 1 h / 3600 s = 27,8 m/s$$

Tomaremos como sistema de referencia la plataforma elástica ( $h = 0$ )



$$9,61 h = 386,42 ; h = 386,42 / 9,61 = 40,2 m$$

Cuando el cuerpo choca con la plataforma elástica lleva una  $E_{cB}$ :

$$E_{cB} = E_{pA} = m \cdot g \cdot h = 1,5 \cdot 9,81 \cdot 40,2 = 591,54 \text{ Julios}$$

Al rebotar en la plataforma alcanza una altura de 12 m con lo que consigue una  $E_p$ :

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 1,5 \cdot 9,81 \cdot 12 = 176,58 \text{ Julios}$$

Ha habido una pérdida de energía de:

$$\Delta E = E_{cB} - E_p = 591,54 - 176,58 = 414,96 \text{ Julios}$$

Los 414,96 julios se perdieron en la *deformación de la plataforma elástica*.

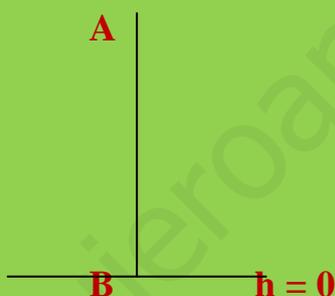
### Ejercicio resuelto N° 36

Un cuerpo de 10 Kg de masa, a una altura de 500 m, queda en libertad. Determinar:

- ¿Cuánto valdrá su energía Cinética al llegar al suelo?.
- ¿Con qué velocidad llegará al suelo?
- ¿Cuál será su velocidad en el punto medio de la trayectoria?.

### Resolución

Unidades:  
 $m = 10 \text{ Kg.}$   
 $h = 500 \text{ m}$



- En la parte más alta el cuerpo tiene  $E_p$ . Cuando quede en libertad llegará al suelo con una velocidad determinada y por lo tanto tendrá  $E_c$ . Por el principio de conservación de la energía y al no existir rozamiento, podemos decir:

$$E_{pA} = E_{cB}$$

$$m \cdot g \cdot h = E_c ; 10 \cdot 9,81 \cdot 500 = E_c$$

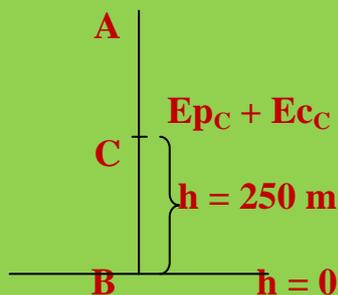
$$E_c = 49050 \text{ Julios.}$$

- Recordemos que:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2 ; 49050 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot V_F^2 ; V_F = (9810)^{1/2}$$

$$V_F = 99 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c)



Cuando el cuerpo pasa por el punto medio de la trayectoria:

- Se encuentra a una altura y por lo tanto tendrá  $E_p$ .
- Pasa por el punto C a una velocidad y por lo tanto tendrá  $E_c$ .
- En el punto C la energía que tiene el cuerpo es la suma  $E_p + E_c$ . Esta suma será igual a la energía potencial que tenía el cuerpo en el punto A. Como no existe rozamiento:

$$E_{pA} = E_{pC} + E_{cC}$$

$$m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_C + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_C^2$$

Sacamos factor común la “masa”:

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h_A = \cancel{m} (g \cdot h_C + \frac{1}{2} \cdot V_C^2)$$

$$g \cdot h_A = g \cdot h_C + \frac{1}{2} \cdot V_C^2$$

$$9,81 \cdot 500 = 9,81 \cdot 250 + \frac{1}{2} \cdot V_C^2$$

$$4905 = 2452,5 = \frac{1}{2} V_C^2$$

$$4905 - 2452,5 = \frac{1}{2} V_C^2 ; 2452,5 = \frac{1}{2} V_C^2$$

$$V_C = (4905)^{1/2} = 70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



**Ejercicio resuelto N° 37**

Por un plano inclinado de  $45^\circ$  sobre la horizontal asciende un cuerpo de 10 Kg de masa una distancia de 15 m aplicándole una fuerza de 5750 N paralela al plano inclinado. Si parte de la base del plano inclinado y el coeficiente de rozamiento es de 0,2, determinar la velocidad adquirida por el cuerpo cuando haya recorrido 15 m del plano inclinado.

**Resolución**

Unidades:

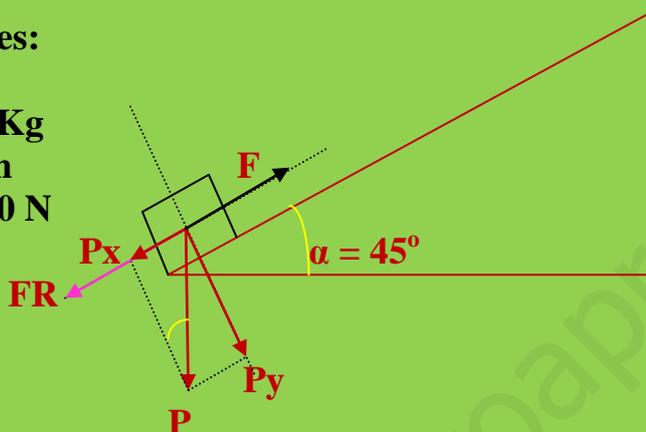
$$\alpha = 45^\circ$$

$$m = 10 \text{ Kg}$$

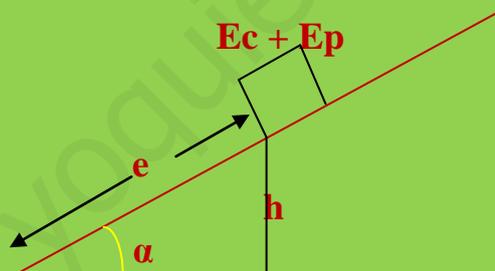
$$e = 15 \text{ m}$$

$$F = 5750 \text{ N}$$

$$\mu = 0,2$$



a)



Cuando el cuerpo haya recorrido los 15 m del plano inclinado habrá alcanzado una altura sobre el sistema de referencia ( $h = 0$ ), por lo tanto el trabajo realizado para recorrer estos 15 m será igual:

$$W = E_C + E_P$$

$$\sum F \cdot e \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h$$

$\beta$  = ángulo que forma "F" con la dirección y sentido del movimiento

$$\beta = 0 \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

$$(F - F_R) \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 + m \cdot g \cdot h$$

$$(F - \mu \cdot N) \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 + m \cdot g \cdot h$$

$$N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$(F - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha) \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 + m \cdot g \cdot h \quad (1)$$

Para conocer “h” nos vamos al último plano inclinado y observamos que:

$$\sin \alpha = h / e ; \quad \sin 45^\circ = h / 15 ; \quad h = \sin 45^\circ \cdot 15$$

$$h = 0,7 \cdot 15 = 10,5 \text{ m}$$

nos vamos a la ecuación (1):

$$(5750 - 0,2 \cdot 10 \cdot 9,81 \cdot \cos 45^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot V^2 + 10 \cdot 9,81 \cdot 10,5$$

$$5750 - 13,73 = 5 \cdot V^2 + 1030,05$$

$$4706,22 = 5 \cdot V^2 ; \quad V = (4706,22 / 5)^{1/2} ; \quad V = 30,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

### Ejercicio resuelto N° 38

Estando en la parte alta de una torre de 25 m de altura lanzamos verticalmente hacia arriba un cuerpo con una velocidad de 20 m/s. Determinar:

- La velocidad que tendrá cuando se encuentre a 8 m del suelo.
- La velocidad que tendrá el cuerpo cuando se encuentre a 8 m del suelo si el cuerpo es lanzado hacia abajo.

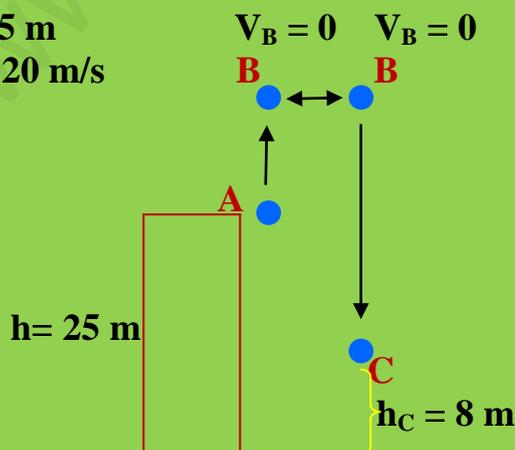
### Resolución

Unidades:

$$h = 25 \text{ m}$$

$$V_A = 20 \text{ m/s}$$

a)



52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

En el punto A el cuerpo tiene  $E_p$  y  $E_c$ :  $E_A = E_{p_A} + E_{c_A}$

En el punto B el cuerpo tiene energía potencial:  $E_B = E_{p_B}$

En el punto C el cuerpo tiene  $E_p$  y  $E_c$ :  $E_C = E_{p_C} + E_{c_C}$

Al no existir rozamiento, por el principio de conservación de la energía podemos, escribir

$$E_A = E_B = E_C$$

Por la propiedad transitiva:

$$E_A = E_C$$

$$E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_C} + E_{p_C}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_C^2 + m \cdot g \cdot h_C$$

Sacando factor común la “m”, la podemos eliminar de la ecuación:

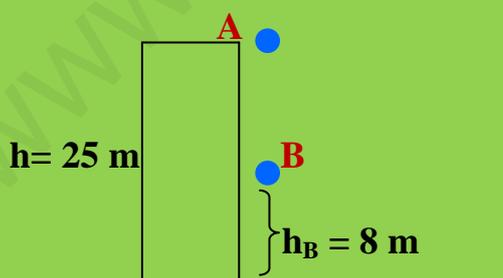
$$\frac{1}{2} \cdot V_A^2 + g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot V_C^2 + g \cdot h_C$$

$$\frac{1}{2} \cdot (20)^2 + 9,81 \cdot 25 = \frac{1}{2} \cdot V_C^2 + 9,81 \cdot 8$$

$$200 + 245,25 = \frac{1}{2} \cdot V_C^2 + 78,48$$

$$\frac{1}{2} V_C^2 = 366,77 ; V_C = (733,54)^{1/2} = 27,08 \text{ m/s}$$

b)



En el punto A el cuerpo posee  $E_c$  y  $E_p$ :  $E_A = E_{c_A} + E_{p_A}$

En el punto B el cuerpo posee  $E_C$  y  $E_p$ :  $E_B = E_{c_B} + E_{p_B}$

Como no existe rozamiento podemos escribir:

$$E_A = E_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

Eliminando las masas:

$$\frac{1}{2} \cdot V_A^2 + g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + g \cdot h_B$$

$$\frac{1}{2} \cdot (20)^2 + 9,81 \cdot 25 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 9,81 \cdot 8$$

$$200 + 245,25 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 78,48$$

$$366,77 = \frac{1}{2} V_B^2 ; V_B = (733,54)^{1/2} = 27,08 \text{ m/s}$$

### Ejercicio resuelto N° 39

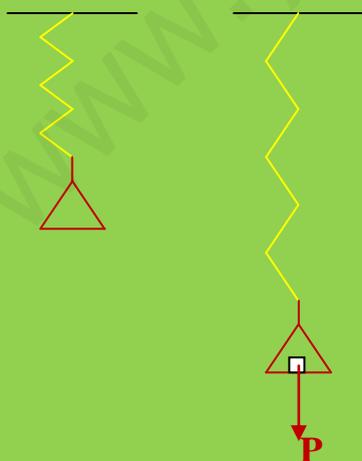
De la parte inferior de un muelle colgamos un cuerpo de masa 75 g alargándose el muelle 3 cm. Determinar la Energía Potencial Elástica que almacena el muelle por su deformación.  $K = 30 \text{ N/m}$

### Resolución

Unidades:

$$m = 75 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,075 \text{ Kg}$$

$$x = 3 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$$



$$E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot 30 \text{ N/m} \cdot (0,03 \text{ m})^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 0,0009 \text{ N/m} \cdot \text{m}^2 =$$

$$= 0,0135 \text{ N} \cdot \text{m} = 0,0135 \text{ Julios}$$

### Ejercicio resuelto N° 40

Al colgar de un muelle un cuerpo de 60 N de peso se estira una longitud de 15 cm. Si el trabajo realizado es de 7,50 Julios ¿cuál es la constante elástica del muelle?.

#### Resolución

Unidades:

$$P = 60 \text{ N}$$

$$x = 15 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$W = 7,50 \text{ J.}$$

K?

El trabajo realizado queda almacenado en forma de *Epe* del muelle:

$$W = Epe$$

$$F \cdot e \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 \quad (1)$$

$$\alpha = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

La Fuerza ejercida es igual al peso del cuerpo  $\rightarrow F = P$

La ecuación (1) nos quedaría de la forma:

$$P \cdot e = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 ; e = x \rightarrow P \cdot x = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x ; K = 2 \cdot P / x = 2 \cdot 60 \text{ N} / 0,15 \text{ m}$$

$$K = 240 \text{ N/m}$$

### Ejercicio resuelto N° 41

En la parte baja del un muelle colgamos un cuerpo de masa 60 gramos y el muelle se estira una longitud de 5 cm. Qué trabajo se realizaría sobre el muelle si la longitud aumentada fuera de 12 cm?

#### Resolución

Unidades:

$$m = 60 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,060 \text{ Kg}$$

$$x_1 = 5 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

$$x_2 = 12 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$$

El trabajo realizado quedaría almacenado en el muelle en forma de Epe:

$$W = Epe ; W = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x_2^2 \quad (1)$$

Debemos conocer "K". Aplicando la ley de Hooke:

$$F = K \cdot \Delta x$$

La fuerza aplicada es igual al peso del cuerpo:  $F = P$

$$P = K \cdot \Delta x ; m \cdot g = K \cdot 0,05$$

$$0,060 \cdot 9,81 = K \cdot 0,05 ; K = 0,59/0,05 = 11,8 \text{ N/m}$$

Si nos vamos a la ecuación(1):

$$W = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 11,8 \text{ N/m} \cdot (0,12 \text{ m})^2 = 0,084 \text{ Julios}$$

### Ejercicio resuelto N° 42

En una plataforma horizontal tenemos un muelle en posición vertical. La constante elástica del muelle vale 30 N/m. El muelle tiene encima de él, a dos metros de altura sobre la plataforma, un cuerpo de masa 45 g. Dejamos caer el cuerpo, determinar que longitud de muelle se comprimirá.

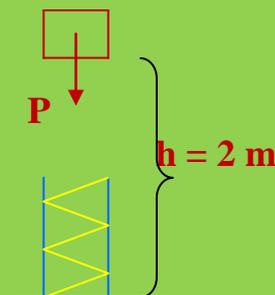
#### Resolución

Unidades:

$$K = 30 \text{ N/m}$$

$$h = 2 \text{ m}$$

$$m = 45 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,045 \text{ Kg}$$



El cuerpo, en la posición que ocupa, posee  $E_p$  que la utilizará para producir un trabajo sobre el muelle haciendo que este se comprima y almacene una Epe, cumpliéndose que:

$$W = Epe ; F \cdot e \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 \quad (1)$$

$$\alpha = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = 1$$

La fuerza que realiza el cuerpo es igual a su peso:  $F = P$

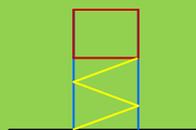
La ecuación (1) quedará de la forma:

$$P \cdot h = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 \quad ; \quad P = m \cdot g$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

$$0,045 \cdot 9,81 \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot x^2$$

$$0,88 = 15 \cdot x^2 \quad ; \quad x = (0,88/15)^{1/2} = 0,24 \text{ m}$$



### Ejercicio resuelto N° 43

Hemos realizado un montaje que consiste en tener un muelle comprimido 5 cm y en su extremo tenemos un cuerpo de masa 15 g. Sabemos que la constante elástica del muelle vale 40 N/m. Liberamos el sistema y al expandirse el muelle el cuerpo sale lanzado con una velocidad determinada ¿Cuánto vale esta velocidad?.

### Resolución

Unidades:

$$x = 5 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$m = 15 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,015 \text{ Kg}$$

$$K = 40 \text{ N/m}$$



El muelle al estar comprimido posee Epe que se la transmitirá al cuerpo en forma de Ec:

$$Epe = Ec$$

$$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot (0,05)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,015 \cdot V^2$$

$$0,05 = 0,0075 \cdot V^2 \quad ; \quad V = (0,05/0,0075)^{1/2} = 2,58 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

**Ejercicio resuelto N° 44**

En la parte alta de un plano inclinado del 30 % tenemos un cuerpo de masa 5 Kg. ¿Qué velocidad llevará cuando se encuentre a una altura sobre el suelo de 10 m?

**Resolución**

Unidades:

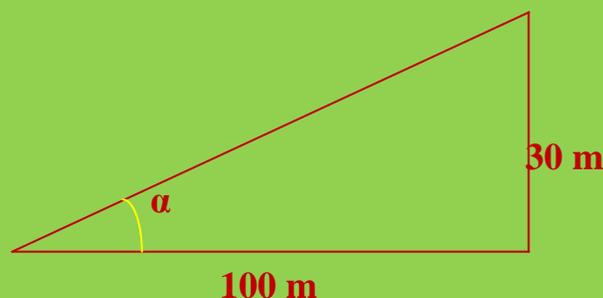
$$h_A = 30 \text{ m}$$

$$m = 5 \text{ Kg}$$

$$h_B = 10 \text{ m}$$

$$V_0 = 0$$

$$V_B = ?$$

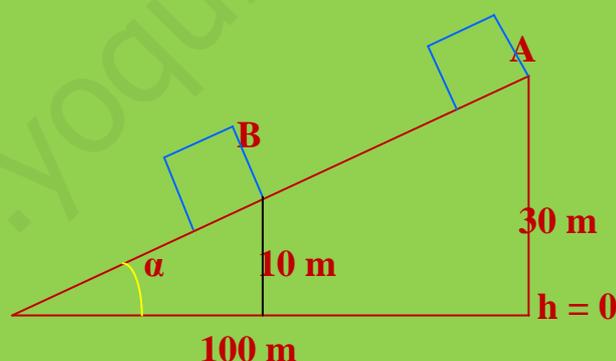


Vamos a conocer geoméricamente el valor de  $\alpha$ :

$$\text{tag } \alpha = 30 / 100 = 0,30 \rightarrow \alpha = 16,7^\circ$$

Como vamos a trabajar energéticamente no hace falta el valor de " $\alpha$ ".

Volvamos al plano inclinado:



En el punto A el cuerpo tiene  $E_p$  puesto que está a una altura determinada y en reposo.

En el punto B, el cuerpo pasa por el mismo, a una velocidad determinada y tendrá por tanto  $E_c$ . También posee  $E_p$  puesto que el punto B está a 10 m del sistema de referencia ( $h = 0$ ).

Por el principio de conservación de La energía:

$$E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B}$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_B^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

podemos sacar factor común la “m” y la eliminamos de la ecuación anterior:

$$g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + g \cdot h_B$$

$$9,81 \cdot 30 = \frac{1}{2} V_B^2 + 9,81 \cdot 10 \quad ; \quad 294,3 = \frac{1}{2} \cdot V_B^2 + 98,1$$

$$196,2 \cdot 2 = V_B^2 \quad ; \quad V_B = (392,4)^{1/2} = 19,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

### Ejercicio resuelto N° 45

Sobre un muelle de 20 cm de longitud y estando en posición vertical dejamos caer un cuerpo de masa 250 g lo que produce que el muelle se comprima 15 cm. ¿Hasta qué altura subirá el cuerpo cuando el muelle vuelva su longitud inicial. La Constante Elástica del muelle tiene un valor de 80 N/m.

### Resolución

Unidades:

$$l_0 = 20 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$$

$$m = 250 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,250 \text{ Kg}$$

$$x = 15 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$K = 80 \text{ N/m}$$

Cuando el cuerpo que esta a una cierta altura, y por lo tanto tiene  $E_p$ , cede dicha energía al muelle el cual se comprime 0,15 m. Por el principio de C.E:

$$E_p = E_{pe}$$

La energía potencial elástica del muelle se puede conocer:

$$E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$$

$$E_{pe} = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot (0,15)^2 = 0,9 \text{ Julios}$$

Cuando el muelle se expanda a su longitud inicial la  $E_{pe}$  del muelle pasará al cuerpo elevándolo hasta una cierta altura:

$$E_{pe} = E_p$$

$$0,9 = m \cdot g \cdot h ; 0,9 = 0,250 \cdot 9,81 \cdot h ; 0,9 = 2,45 \cdot h$$

$$h = 0,9/2,45 = 0,367 \text{ m} \cdot 100 \text{ cm} / 1 \text{ m} = 36,7 \text{ cm}$$

Esta altura es la que le proporciona el muelle pero recordar que la longitud inicial era de 20 cm y se comprime 15 cm, es decir, el cuerpo no es elevado desde el nivel del suelo sino a:

$$20 - 15 = 5 \text{ cm. del sistema de referencia}$$

Luego la altura que alcanza el cuerpo partiendo del sistema de referencia (suelo,  $h = 0$ ) será:

$$h_f = 36,7 + 5 = 41,7 \text{ cm}$$

### Ejercicio resuelto N° 46

Una bola de 10 g cae desde 1 m de altura. Tras el primer rebote sube solo 80 cm. ¿Cuánta energía mecánica se ha perdido en el choque con el suelo?.

#### Resolución

Unidades:

$$m = 10 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,010 \text{ Kg}$$

$$h_1 = 1 \text{ m}$$

$$h_2 = 80 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,80 \text{ m}$$

$$E_{p1} = m \cdot g \cdot h_1 = 0,010 \cdot 9,81 \cdot 1 = 0,098 \text{ Julios}$$

$$E_{p2} = m \cdot g \cdot h_2 = 0,010 \cdot 9,81 \cdot 0,80 = 0,078 \text{ Julios}$$

La Energía mecánica perdida será de :

$$\Delta E_{\text{mecanica}} = E_{p1} - E_{p2} = 0,098 - 0,078 = 0,02 \text{ Julios}$$



### Ejercicio resuelto N° 47

Tenemos un bloque de madera y le disparamos un proyectil de masa 35 g con una velocidad de 50 m/s. El proyectil es capaz de penetrar dentro del bloque 30 cm. ¿Cuál es la fuerza de oposición que ejerce el bloque de madera.

#### Resolución

Unidades:

$$m_{\text{proyectil}} = 35 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,035 \text{ Kg}$$

$$V = 50 \text{ m/s}$$

$$x = 30 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}$$



El proyectil penetra dentro del bloque de madera venciendo una fuerza de Resistencia a lo largo de 0,30 m, luego tiene que realizar un trabajo. El trabajo podrá realizarlo por la  $E_c$  que lleva el proyectil, luego:

$$E_c = W_{\text{rozamiento}}$$

$$E_c = F_R \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$$\alpha = 0^\circ; \cos 0^\circ = 1 \rightarrow E_c = F_R \cdot e; e = x \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_{\text{proyectil}} \cdot V^2 = F_R \cdot x$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0,035 \cdot (50)^2 = F_R \cdot 0,30; 43,75 = 0,30 \cdot F_R$$

$$F_R = 43,75/0,30 = 145,8 \text{ N}$$

### Ejercicio resuelto N° 48

Un cuerpo, de masa 40 Kg, inicia la subida a un plano inclinado  $30^\circ$  sobre la horizontal con una velocidad de 20 m/s. Alcanza una altura de 12 m. ¿Cuál ha sido el trabajo de rozamiento realizado?

52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

**Resolución**

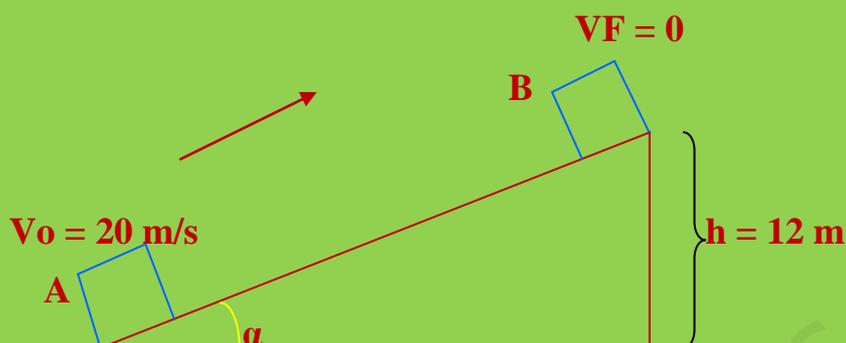
**Unidades:**

$$m = 40 \text{ Kg}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$V_0 = 20 \text{ m/s}$$

$$h = 12 \text{ m}$$



El cuerpo es capaz de alcanzar una altura y conseguir  $E_p$  y además vencer la fuerza de rozamiento. Todo esto podrá realizarlo gracias a la  $E_c$  que posee inicialmente. Por P.C.E:

$$E_c = W_{\text{rozamiento}} + E_p$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = W_{\text{rozamiento}} + m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot (20)^2 = W_{\text{rozamiento}} + 40 \cdot 9,81 \cdot 12$$

$$8000 = W_{\text{rozamiento}} + 4708,8$$

$$W_{\text{rozamiento}} = 8000 - 4708,8 = 3291,2 \text{ Julios}$$

**Ejercicio resuelto N° 49**

Lanzamos verticalmente hacia arriba una piedra de 250 g a una velocidad de 30 m/s. Determinar:

- La velocidad que llevará cuando se encuentre en la mitad de la altura de subida.
- ¿Qué velocidad llevará cuando se encuentre a 15 m de altura del suelo en su viaje de regreso al suelo. Nota: Consideramos despreciable el rozamiento con el aire.

**Resolución**

**Unidades:**

$$m = 250 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,250 \text{ Kg}$$

$$V_0 = 30 \text{ m/s}$$

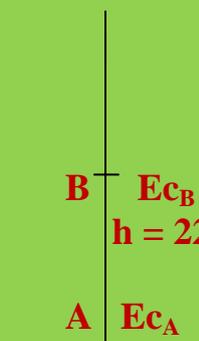
- a) Deberemos conocer primeramente la altura que alcanzará el cuerpo. Para ello, sabiendo que no existen fuerzas de rozamiento, por el P.C.E.:

$$E_c = E_p$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot h ; \frac{1}{2} \cdot 0,250 \cdot (30)^2 = 0,250 \cdot 9,81 \cdot h$$

$$450 = 9,81 \cdot h ; h = 450 / 9,81 = 45,9 \text{ m}$$

Recordemos que lo que nos pide el ejercicio es la velocidad a mitad de trayecto. En este punto el cuerpo tendrá una altura y por tanto  $E_p$  y pasará por dicho punto con una velocidad por lo que tendrá  $E_c$ :



Por el P.C.E.:

$$E_{c_A} = E_{c_B} + E_{p_B}$$

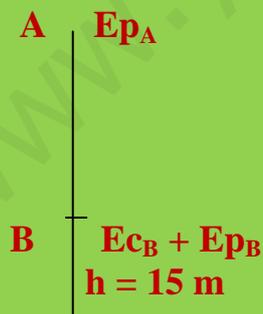
$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} \cdot (30)^2 = \frac{1}{2} \cdot v_B^2 + 9,81 \cdot 22,95$$

$$450 = \frac{1}{2} \cdot v_B^2 + 225,14$$

$$450 - 225,14 = \frac{1}{2} \cdot v_B^2 ; v_B = (449,72)^{1/2} = 21,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- b)



Por el P.C.E.:

$$E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B}$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

$$9,81 \cdot 45,9 = \frac{1}{2} \cdot v_B^2 + 9,81 \cdot 15$$

$$450,28 = \frac{1}{2} \cdot v_B^2 + 147,15$$

$$450,28 - 147,15 = \frac{1}{2} \cdot v_B^2 ; v_B = (606,26)^{1/2} = 24,62 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

### Ejercicio resuelto N° 50

Tenemos un péndulo cuyo cuerpo tiene una masa de 5 Kg. Un proyectil de masa 20 g se incrusta dentro del bloque venciendo una fuerza de oposición por parte del bloque de 5 N a lo largo de 2 cm de profundidad. Incrustado el proyectil dentro del bloque el péndulo se eleva hasta una altura de 18 cm. Determinar la energía cinética con la cual llega el proyectil al bloque de madera.

### Resolución

Unidades:

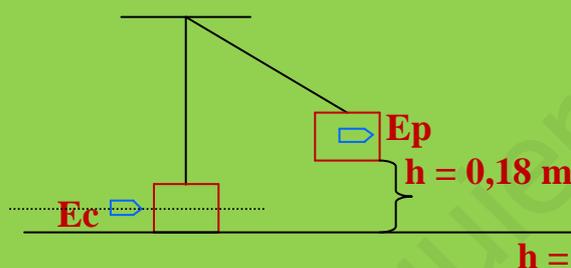
$$M_{\text{cuerpo}} = 5 \text{ Kg}$$

$$m_{\text{proyectil}} = 28 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,028 \text{ Kg}$$

$$F_R = 5 \text{ N}$$

$$e = 2 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

$$h = 18 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,18 \text{ m}$$



El proyectil debe inscrustarse 0,02 m dentro del cuerpo venciendo una  $F_R = 5 \text{ N}$  a lo largo de 0,02 m lo que implica un trabajo por parte del proyectil. Luego, dentro

del cuerpo debe elevar el sistema a una altura de 0,18 m lo que implica más trabajo para el proyectil. El proyectil antes de chocar contra el cuerpo lleva una velocidad y por tanto una  $E_c$ , esta energía cinética es la hará posible que el proyectil realice todo lo comentado. Por el P.C.E.:

$$E_c = W_{\text{rozamiento}} + E_p$$

$$E_c = F_R \cdot e + (M + m) \cdot g \cdot h$$

$$E_c = 5 \cdot 0,02 + (5 + 0,028) \cdot 9,81 \cdot 0,18$$

$$E_c = 0,1 + 8,87 = 8,97 \text{ Julios}$$

### Ejercicio resuelto N° 51

Mediante el impulso correspondiente lanzamos un cuerpo de 350 Kg para que se arrastre por el suelo. El coeficiente de rozamiento  $\mu = 0,3$ . Determinar:

- ¿qué trabajo ha realizado la fuerza de rozamiento si dicho cuerpo se para tras recorrer 2,5 m?
- ¿Con que velocidad fue lanzado el cuerpo?
- ¿En qué se transformó el trabajo de rozamiento?

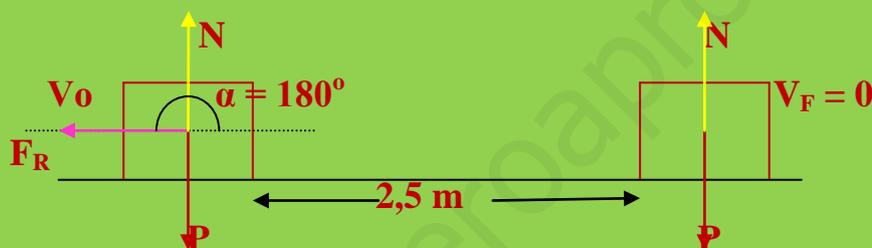
### Resolución

Unidades:

$$m = 350 \text{ Kg}$$

$$\mu = 0,3$$

a)



$$W = \sum F \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$$W = (0 - F_R) \cdot e \cdot \cos \alpha ; W = - F_R \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$$W = - \mu \cdot N \cdot e \cdot \cos \alpha ; W = - \mu \cdot P \cdot e \cdot \cos \alpha$$

$$W = - \mu \cdot m \cdot g \cdot e \cdot \cos \alpha ; W = - 0,3 \cdot 350 \cdot 9,81 \cdot 2,5 \cdot \cos 180^\circ$$

$$W_{\text{rozamiento}} = - 0,3 \cdot 350 \cdot 9,81 \cdot 2,5 \cdot (-1) = 2575,125 \text{ Julios}$$

- b) El cuerpo ha recorrido un espacio hasta que se para por la acción del rozamiento. El cuerpo debe realizar un trabajo para vencer la fuerza de rozamiento. Este trabajo lo podrá realizar porque el cuerpo al ser lanzado adquiere una energía cinética. Por el P.C.E:

$$Ec = W_{\text{rozamiento}} ; \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = 2575,125$$

$$\frac{1}{2} \cdot 350 \cdot V^2 = 2575,125 ; V = (2575,125/175)^{1/2} = 3,83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c) El  $W_{\text{rozamiento}}$  se transforma en **CALOR**.

### Ejercicio resuelto N° 52

En una plataforma horizontal tenemos un bloque de madera de 2,5 Kg de masa y 5 cm de longitud. Disparamos un proyectil de 10 g de masa sobre el mismo a una velocidad de 35 m/s. El proyectil atraviesa el bloque de madera, que ofrece una resistencia de 20 N, saliendo del mismo con una velocidad de 75 Km/h. El bloque de madera sufre un desplazamiento en el mismo sentido del movimiento del proyectil de 25 cm. Determinar:

- La energía que implica el desplazamiento del bloque de madera.
- El coeficiente de rozamiento entre el bloque de madera y la plataforma.

### Resolución

Unidades:

$$M_{\text{bloque}} = 2,5 \text{ Kg}$$

$$m_{\text{proyectil}} = 10 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,010 \text{ Kg}$$

$$V_0 = 35 \text{ m/s}$$

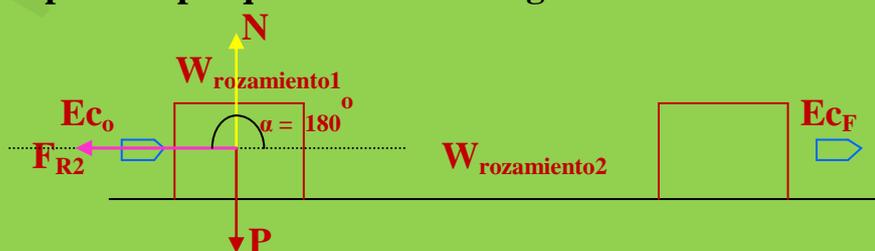
$$e = 25 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$$

$$V_F = 75 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 20,8 \text{ m/s}$$

$$F_{R\text{bloque}} = 20 \text{ N}$$

$$l_{\text{bloque}} = 5 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

- El proyectil debe ser capaz de atravesar el bloque y trasladarlo una distancia determinada. El proyectil podrá realizar todo este proceso porque lleva una energía cinética.



El desplazamiento del bloque de madera implica una energía que viene determinada por:

$$E_{co} = W_{rozamiento1} + W_{rozamiento2} + E_{cF}$$

Calculemos el  $E_{rozamiento1}$ :

$$W_{rozamiento1} = F_{R1} \cdot e \cdot \cos \alpha = F_{R1} \cdot e \cdot \cos 180^\circ$$

$$W_{rozamiento1} = F_{R1} \cdot e \cdot (-1) = - F_{R1} \cdot e$$

La razón de que el trabajo sea negativo estriba en el hecho de que la fuerza de rozamiento lleva la misma dirección pero sentido contrario al movimiento, de ahí el valor de  $\alpha = 180^\circ$ . Pero en los planteamientos energéticos la  $F_R$  la debemos considerar positiva por lo que tomamos valores absolutos:

$$\frac{1}{2} \cdot m_{proyectil} \cdot V^2 = |F_{R1} \cdot e \cdot \cos \alpha| + W_{rozamiento2} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_F^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0,010 \cdot (35)^2 = |20 \cdot 0,05 \cdot \cos 180^\circ| + W_{rozamiento2} + \frac{1}{2} \cdot 0,010 \cdot (20,8)^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0,010 \cdot (35)^2 = |20 \cdot 0,05 \cdot (-1)| + W_{rozamiento2} + \frac{1}{2} \cdot 0,010 \cdot (20,8)^2$$

$$6,12 = 1 + W_{rozamiento2} + 2,16 ; W_{rozamiento2} = 2,96 \text{ Julios}$$

La energía necesaria para el traslado del bloque es de **2,96 Julios**

b) Vamos a calcular el  $W_{rozamiento}$

$$N = P \rightarrow W_{rozamiento2} = \mu \cdot P \cdot e \cdot \cos 180^\circ = \mu \cdot m \cdot g \cdot e \cdot (-1)$$

$$W_{rozamiento2} = \mu \cdot P \cdot e \cdot (-1) = - \mu \cdot m \cdot g \cdot e$$

El  $W_{rozamiento}$  es negativo porque la fuerza de rozamiento forma con la dirección y sentido del movimiento un ángulo de  $180^\circ$ , cuyo cos es igual a (-1). Pero en los planteamientos energéticos el  $W_{rozamiento}$  lo debemos considerar positivo y para ello tomamos valores absolutos:

$$W_{rozamiento2} = |\mu \cdot P \cdot e \cdot (-1)| = | - \mu \cdot m \cdot g \cdot e | = \mu \cdot m \cdot g \cdot e$$

$$2,96 = |\mu \cdot 2,5 \cdot 9,81 \cdot 0,25 \cdot (-1)| ; 2,96 = \mu \cdot 6,13$$

$$\mu = 2,96 / 6,13 = 0,48$$

### Ejercicio resuelto N° 53

Un muelle ( $K = 800 \text{ N/m}$ ) se encuentra comprimido  $15 \text{ cm}$ . Un bloque de  $150 \text{ g}$  está en el extremo del muelle. Se libera el muelle y el cuerpo recorre un espacio por un plano inclinado  $20^\circ$  sobre la horizontal. Si alcanza una altura de  $5 \text{ m}$  cuál es la  $F_R$  que ha vencido el cuerpo.

#### Resolución

Unidades:

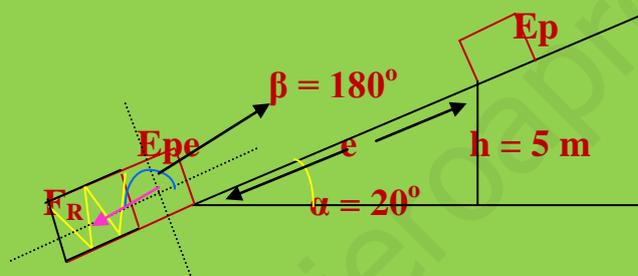
$$K = 800 \text{ N/m}$$

$$x = 15 \text{ cm} \cdot 1 \text{ m} / 100 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

$$m = 150 \text{ g} \cdot 1 \text{ kg} / 1000 \text{ g} = 0,150 \text{ Kg}$$

$$h = 5 \text{ m}$$

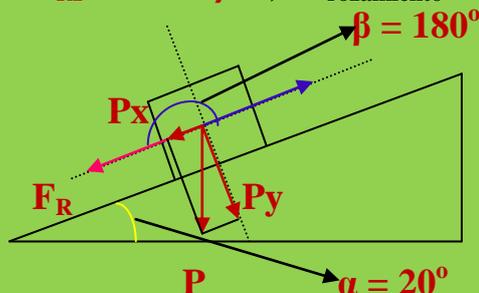


La energía potencial elástica del muelle le proporciona al cuerpo una energía que le permite subir hasta una cierta altura consiguiendo una  $E_p$  y además poder realizar el trabajo de rozamiento hasta llegar al punto de una altura determinada. Según el P.C.E:

$$E_{pe} = W_{rozamiento} + E_p$$

Calculemos el  $W_{rozamiento}$ :

$$W_{rozamiento} = F_{R2} \cdot e \cdot \cos \beta \alpha ; W_{rozamiento} = \mu \cdot N \cdot e \cdot \cos 180^\circ$$



$$W_{rozamiento} = F_R \cdot e \cos \beta ; \beta = 180^\circ \rightarrow \cos 180^\circ = -1$$

52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO

$$W_{\text{rozamiento}} = F_R \cdot e \cos 180^\circ \quad ; \quad W_{\text{rozamiento}} = F_R \cdot e \cdot (-1) \quad ;$$

$$W_{\text{rozamiento}} = - F_R \cdot e$$

El trabajo de rozamiento es negativo lo que nos indica que la  $F_R$  forma con la dirección y sentido del movimiento un ángulo de  $180^\circ$ . Pero cuando planteamos el Principio de conservación de Energía lo que nos interesa es el valor absoluto del  $W_{\text{rozamiento}}$ , por lo que consideraremos este como positivo. Podemos seguir escribiendo:

$$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = |F_R \cdot e \cdot \cos \beta| + m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = |F_R \cdot e \cdot \cos 180^\circ| + m \cdot g \cdot h$$

$$\frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = |F_R \cdot e \cdot \cos 180^\circ| + m \cdot g \cdot h \quad (1)$$

Por trigonometría:

$$\text{sen } 20^\circ = 5 / e \quad ; \quad e = 5 / \text{sen } 20^\circ \quad ; \quad e = 5 / 0,34 = 14,7 \text{ m}$$

Nos vamos a la ecuación (1):

$$\frac{1}{2} \cdot 800 \cdot (0,15)^2 = |F_R \cdot 14,7 \cdot (-1)| + 0,150 \cdot 9,81 \cdot 5$$

$$9 = F_R \cdot 14,7 + 7,36 \quad ; \quad 9 - 7,36 = F_R \cdot 14,7$$

$$1,64 = F_R \cdot 14,7 \quad ; \quad F_R = 1,64 / 14,7 = 0,11 \text{ N}$$

### Ejercicio resuelto N° 54

Tenemos un bucle con un raíl interior que permite el movimiento de un cuerpo por él. Lanzamos un cuerpo de masa 500 g que al inicial el bucle lleva una velocidad de 72 Km/h. El cuerpo llega a la parte alta del bucle con una velocidad de 5 m/s. ¿Cuál es el radio del bucle?.

#### Resolución

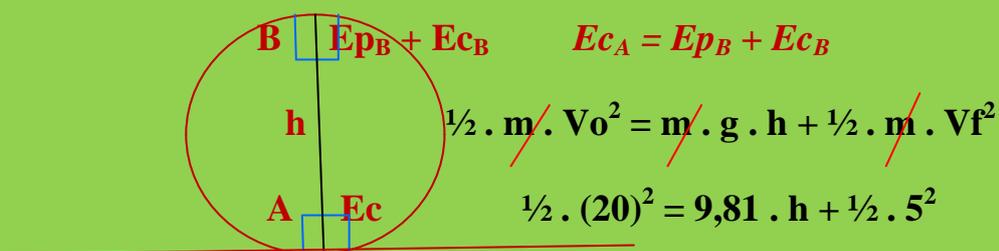
Unidades:

$$m = 500 \text{ g} \cdot 1 \text{ Kg} / 1000 \text{ g} = 0,5 \text{ Kg}$$

$$V_o = 72 \text{ Km/h} \cdot 1000 \text{ m} / 1 \text{ Km} \cdot 1 \text{ h} / 3600 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$$

$$V_f = 5 \text{ m/s}$$

52 EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA  
1º BACHILLERATO



$$200 = 9,81 \cdot h + 12,5 ; 200 - 12,5 = 9,81 \cdot h$$

$$187,5 = 9,81 \cdot h ; h = 187,5 / 9,81 = 19,11 \text{ m}$$

$$h = \text{Diametro del bucle} = 2 \cdot R ; R = 19,11/2 = 9,55 \text{ m}$$

----- O -----

Antonio Zaragoza López