

LAS FUERZAS: ESTÁTICA Y DINÁMICA - EJERCICIOS

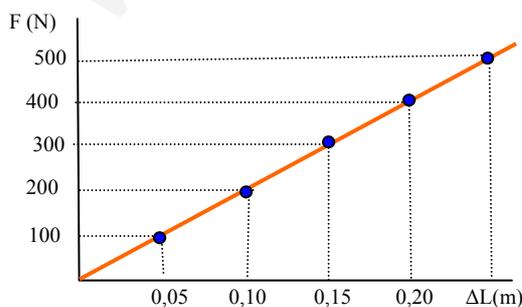
Medida de las fuerzas: Ley de Hooke

► **A un muelle se le han aplicado diversas fuerzas y se han medido los alargamientos que se le han producido. Los resultados son los siguientes:**

F(N)	100	200	300	400	500
ΔL(m)	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25

- a) **Representar gráficamente la fuerza aplicada al muelle en función del alargamiento producido.**
- b) **Hallar la constante de proporcionalidad, constante elástica del muelle.**
- c) **¿Qué alargamiento provoca en el muelle una fuerza de 250 N?**
- d) **¿Qué fuerza es necesario ejercer para que el muelle sufra un alargamiento de 30 cm?**

a) La representación gráfica sería:



Por lo tanto, el muelle cumple la ley de Hooke ya que el alargamiento es directamente proporcional a la fuerza aplicada (línea recta).

b) Según la ley de Hooke $F = k \cdot \Delta L$, luego la constante de proporcionalidad k será $k = \frac{F}{\Delta L}$ que podremos calcularla para cualquier par de fuerza y alargamiento ya que debe salir el mismo valor. Es decir:

$$k = \frac{F}{\Delta L} = \frac{100 \text{ N}}{0,05 \text{ m}} = \frac{300 \text{ N}}{0,15 \text{ m}} = \frac{500 \text{ N}}{0,25 \text{ m}} = 2000 \text{ N/m}$$

c) El alargamiento será:

$$\Delta L = \frac{F}{k} = \frac{250 \text{ N}}{2000 \text{ N/m}} = 0,125 \text{ m}$$

d) La fuerza necesaria será:

$$F = k \cdot \Delta L = 2000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,3 \text{ m} = 600 \text{ N}$$

----- 000 -----

► **Al aplicar una fuerza de 5 N a un muelle de 15 cm de longitud, este se alarga hasta los 20 cm. Calcular la constante elástica del muelle.**

El alargamiento producido en el muelle es:

$$\Delta L = L - L_0 = 20 \text{ cm} - 15 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

Luego, la constante elástica será:

----- 000 -----

$$k = \frac{F}{\Delta L} = \frac{5 \text{ N}}{0,05 \text{ m}} = 100 \text{ N/m}$$

----- 000 -----

► **Un muelle se ha alargado 4 cm al aplicarle una fuerza determinada. ¿Cuánto se deformará si se le aplica una fuerza tres veces mayor?**

Como el alargamiento es directamente proporcional a la fuerza, una fuerza tres veces mayor provocará un alargamiento tres veces mayor, es decir, se producirá un alargamiento de 12 cm.

----- 000 -----

► **Si un muelle experimenta un alargamiento de 2 cm al aplicarle una fuerza de 10 N, ¿cuánto se alargará al colgarle una pesa de 4 N?**

Con los pares de datos F-ΔL conocidos podemos calcular la constante elástica del muelle:

$$k = \frac{F}{\Delta L} = \frac{10 \text{ N}}{0,02 \text{ m}} = 500 \text{ N/m}$$

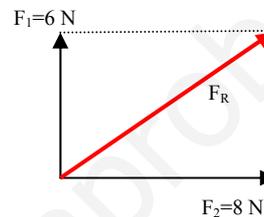
Si le aplicamos ahora una fuerza de 4 N se alargará:

$$\Delta L = \frac{F}{k} = \frac{4 \text{ N}}{500 \text{ N/m}} = 0,008 \text{ m}$$

Composición de fuerzas

► **Calcula la resultante de dos fuerzas perpendiculares de 8 N y 6 N.**

Gráficamente sería:



Numéricamente, como la fuerza resultante F_R es la hipotenusa del triángulo cuyos catetos son las dos

fuerzas F_1 y F_2 , aplicando el teorema de Pitágoras tendremos que:

$$F_R = \sqrt{(F_1)^2 + (F_2)^2} = \sqrt{(6 \text{ N})^2 + (8 \text{ N})^2} = 10 \text{ N}$$

----- 000 -----

► **La resultante de dos fuerzas perpendiculares es de 25 N. Si una de las fuerzas tiene de intensidad 7 N, ¿cuál es el valor de la otra fuerza?**

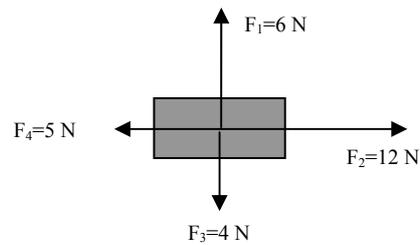
Se cumplirá que:

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2$$

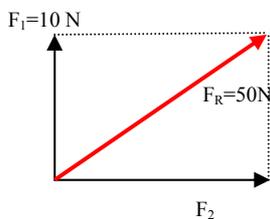
Y despejando una de las fuerzas tendremos que:

$$F_2^2 = F_R^2 - F_1^2 = (25 \text{ N})^2 - (7 \text{ N})^2 = 625 \text{ N}^2 - 49 \text{ N}^2 = 576 \text{ N}^2 \Rightarrow F_2 = \sqrt{576 \text{ N}^2} = 24 \text{ N}$$

----- 000 -----



► Una fuerza de 50 N se descompone en otras dos perpendiculares, una de las cuales tiene una intensidad de 10 N. Determina el valor de la segunda componente.



La situación gráficamente sería la siguiente:

Por lo tanto si aplicamos el teorema de Pitágoras tendremos que:

$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow F_2^2 = F_R^2 - F_1^2 = (50 \text{ N})^2 - (10 \text{ N})^2 = 2500 \text{ N}^2 - 100 \text{ N}^2 = 2400 \text{ N}^2 \Rightarrow F_2 = \sqrt{2400 \text{ N}^2} = 48,98 \text{ N}$$

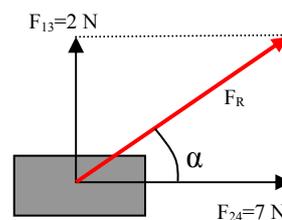
----- 000 -----

► Sobre el cuerpo de la figura actúan las fuerzas que se representan en ella. Calcula la fuerza resultante y el ángulo que formará esta con la horizontal.

Primero calculamos la resultante entre los pares de fuerzas horizontales y los pares de fuerzas verticales que se restarán al ser de la misma dirección pero de sentido contrario. Es decir:

- a) Resultante entre F_1 y F_3 : Nos quedará una fuerza $F_{13}=2 \text{ N}$ y con sentido hacia arriba.
- b) Resultante entre F_2 y F_4 : Nos quedará una fuerza $F_{24}=7 \text{ N}$ y con sentido hacia la derecha.

Ahora nos quedarán dos fuerzas perpendiculares que las calcularemos por el teorema de Pitágoras. La fuerza resultante formará un ángulo α con la horizontal. Es decir



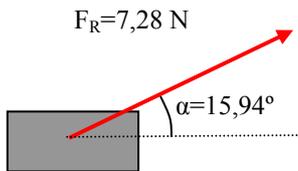
$$F_R = \sqrt{(F_{13})^2 + (F_{24})^2} = \sqrt{(2 \text{ N})^2 + (7 \text{ N})^2} = 7,28 \text{ N}$$

Luego, la fuerza resultante total sobre el cuerpo vale 7,28 N y forma un ángulo α con la horizontal. Para calcular este ángulo podremos utilizar las funciones seno, coseno o tangente ya que conocemos los tres lados del triángulo. Si utilizamos, por ejemplo, la tangente tendremos que:

$$\operatorname{tag} \alpha = \frac{F_{13}}{F_{24}} = \frac{2}{7} = 0,285 \Rightarrow \alpha = 15,94^\circ$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{F_2}{F_R} \Rightarrow F_2 = F_R \cdot \cos \alpha = \\ &= 80 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ = 69,28 \text{ N} \end{aligned}$$

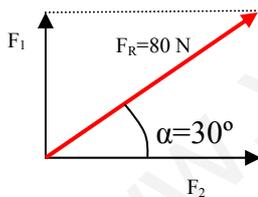
Es decir, todas las fuerzas aplicadas al cuerpo se pueden reducir a una sola de la forma:



----- 000 -----

► **La resultante de dos fuerzas perpendiculares vale 80 N y forma un ángulo de 30° con la horizontal. Calcular cada una de las fuerzas componentes.**

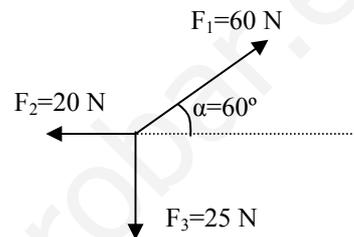
La situación gráfica sería la siguiente:



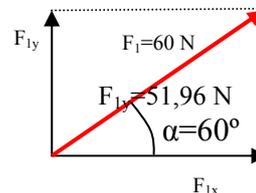
Como conocemos la hipotenusa y un ángulo del triángulo y debemos calcular los otros dos lados, utilizaremos la definición de seno y coseno. Es decir:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \alpha &= \frac{F_1}{F_R} \Rightarrow F_1 = F_R \cdot \operatorname{sen} \alpha = \\ &= 80 \text{ N} \cdot \operatorname{sen} 30^\circ = 40 \text{ N} \end{aligned}$$

► **Calcula la fuerza resultante de las fuerzas de la figura. ¿Qué ángulo forma dicha fuerza con la horizontal?.**



Primero calcularemos las componentes x e y de la fuerza F1, es decir, descompondremos dicha fuerza en dos perpendiculares, F1x y F1y:

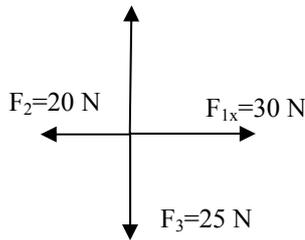


Para calcularlas utilizaremos las funciones seno y coseno ya que conocemos la hipotenusa y el ángulo, es decir:

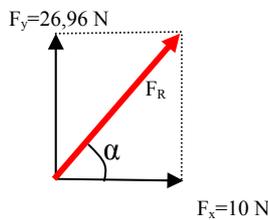
$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \alpha &= \frac{F_{1y}}{F_1} \Rightarrow F_{1y} = F_1 \cdot \operatorname{sen} \alpha = \\ &= 60 \text{ N} \cdot \operatorname{sen} 60^\circ = 51,96 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{F_{1x}}{F_1} \Rightarrow F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha = \\ &= 60 \text{ N} \cdot \cos 60^\circ = 30 \text{ N} \end{aligned}$$

Por lo tanto, al sustituir F_1 por sus dos componentes perpendiculares nos quedará el siguiente sistema de fuerzas:



Si calculamos la resultante entre las fuerzas verticales y las horizontales nos quedará:



Y la fuerza resultante total será F_R cuyo valor será:

$$F_R = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2} = \sqrt{(10 \text{ N})^2 + (26,96 \text{ N})^2} = 28,75 \text{ N}$$

El ángulo que forma con la horizontal será:

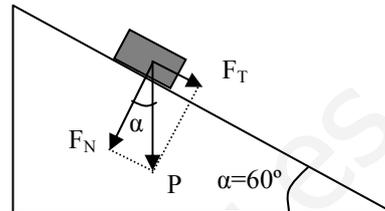
$$\text{tag } \alpha = \frac{F_y}{F_x} = \frac{26,96 \text{ N}}{10 \text{ N}} = 2,696 \Rightarrow \alpha = 69,64^\circ$$

Fuerzas en planos inclinados

► **Un cuerpo de 30 kg de masa está situado en un plano inclinado 60° con la horizontal.**

Calcula las componentes del peso del cuerpo.

Gráficamente sería.



El peso del cuerpo valdría:

$$P = mg = 30 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 294 \text{ N}$$

Las componentes tangencial F_T y normal F_N del peso serán:

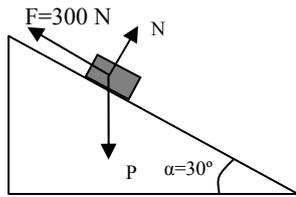
$$\begin{aligned} \text{sen } \alpha &= \frac{F_T}{P} \Rightarrow F_T = P \cdot \text{sen } \alpha = \\ &= 294 \text{ N} \cdot \text{sen } 60^\circ = 254,61 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{cos } \alpha &= \frac{F_N}{P} \Rightarrow F_N = P \cdot \text{cos } \alpha = \\ &= 294 \text{ N} \cdot \text{cos } 60^\circ = 147 \text{ N} \end{aligned}$$

----- 000 -----

► **Un cuerpo de 50 kg de masa está situado en un plano de 30° de inclinación. Si se ejerce una fuerza de 300 N en el sentido ascendente del plano, ¿caerá el cuerpo o subirá por el plano?**

Las fuerzas que existen sobre el cuerpo son las siguientes:



Donde N es la fuerza de reacción del plano sobre el cuerpo. El peso del cuerpo vale:

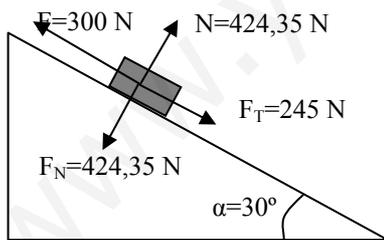
$$P = mg = 50 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 490 \text{ N}$$

Si descomponemos el peso en sus dos componentes tangencial y normal, sus valores serán:

$$\begin{aligned} \text{sen } \alpha &= \frac{F_T}{P} \Rightarrow F_T = P \cdot \text{sen } \alpha = \\ &= 490 \text{ N} \cdot \text{sen } 30^\circ = 245 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{cos } \alpha &= \frac{F_N}{P} \Rightarrow F_N = P \cdot \text{cos } \alpha = \\ &= 490 \text{ N} \cdot \text{cos } 30^\circ = 424,35 \text{ N} \end{aligned}$$

Si en vez del peso consideramos sus componentes, la situación sería la siguiente:

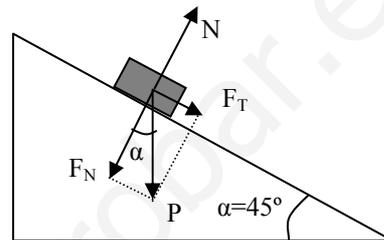


A lo largo del plano hay dos fuerzas, la que se ejerce de 300 N que tiende a subir el cuerpo por el plano y la componente tangencial del peso de valor 245 N que tiende a que baje el cuerpo. Como la fuerza que se ejerce es superior a la componente tangencial del peso el cuerpo subirá hacia arriba.

----- 000 -----

► Se quiere subir un cuerpo de 300 kg de masa por un plano inclinado 45°. ¿Qué fuerza será necesario aplicarle?.

Las fuerzas que existen sobre un cuerpo situado en un plano inclinado son:



Donde F_T y F_N son las componentes tangencial y normal del peso P del cuerpo. La componente normal F_N se ve equilibrada por la reacción N del plano sobre el cuerpo.

Luego, la fuerza que actúa sobre el cuerpo es la componente tangencial F_T que tiende a tirar hacia abajo del cuerpo. El valor de esta componente es:

$$\begin{aligned} F_T &= mg \cdot \text{sen } \alpha = 300 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \text{sen } 45^\circ = \\ &= 2078,89 \text{ N} \end{aligned}$$

Por lo tanto, si queremos que el cuerpo suba deberemos hacer una fuerza hacia arriba algo mayor de 2078,89 N.

----- 000 -----

Dinámica del Movimiento

► **Un objeto se mueve con $v=cte$ ¿qué sucede si no actúan fuerzas sobre él? ¿qué hay que hacer para cambiar su velocidad?.**

Si no actúa ninguna fuerza sobre el cuerpo, según el Principio de Inercia, continuará en la misma situación en la que está, es decir, con movimiento rectilíneo y uniforme.

Si quisiéramos modificar su velocidad, es decir, provocarle una aceleración, deberemos ejercerle una fuerza.

----- 000 -----

► **¿Qué queremos afirmar cuando decimos que un tren posee una gran inercia?.**

La inercia mide la oposición que presenta un cuerpo a cambiar el estado en que se encuentra, ya sea el reposo o el movimiento. Esta oposición se relaciona con la masa del cuerpo ya que cuanto más masa tenga un cuerpo mayor deberá ser la fuerza que le debemos ejercer para modificar su estado.

Modificar el estado de un cuerpo implica cambiarle su velocidad, es decir, provocarle una aceleración y según el segundo principio de la dinámica la aceleración es:

$$a = \frac{F}{m}$$

Es decir, la aceleración es inversamente proporcional a la masa; cuanto más masa tenga un cuerpo mayor fuerza será necesaria para acelerarlo, es decir, para modificar su estado.

Como un tren posee una gran masa de ahí que se diga que posee una gran inercia a modificar su estado.

----- 000 -----

► **La fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo es cero. Explica si se puede sacar la conclusión de que el cuerpo no desarrolla ningún tipo de movimiento.**

No podemos sacar dicha conclusión. Si la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo es cero, según el segundo principio podemos expresar que:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{0}{m} = 0 \Rightarrow v = cte$$

Es decir, la aceleración será cero y esto implica que la velocidad no varía, es decir, es constante. En este caso el cuerpo puede estar en reposo, $v=0$, pero también puede moverse con movimiento rectilíneo y uniforme, $v=cte$.

Por lo tanto, no podemos decir que el cuerpo este en reposo ya que puede moverse con m.r.u.

----- 000 -----

► **¿Puede existir movimiento sin fuerza?**

Si ya que para que un cuerpo se mueva con movimiento rectilíneo uniforme, $v=cte$, no es necesario aplicar ninguna fuerza ya que para este movimiento no existe aceleración.

----- 000 -----

► **La Tierra ¿es un buen lugar para comprobar el principio de inercia? ¿Por qué? ¿Dónde podría estudiarse experimentalmente este Principio con toda exactitud? ¿Qué sucedería en ese lugar si lanzamos una piedra en una dirección dada?.**

El principio de inercia nos dice que "si sobre un cuerpo no existe fuerza aplicada entonces llevará un m.r.u.. En la Tierra es muy difícil que no exista fuerza sobre un cuerpo ya que, en la casi totalidad de las ocasiones, existe al menos la fuerza de rozamiento. Debido a esta fuerza, aunque nadie le aplique fuerza al cuerpo este terminará parándose debido a la actuación de la fuerza de rozamiento que provoca una aceleración negativa originando que su velocidad vaya disminuyendo hasta pararse finalmente.

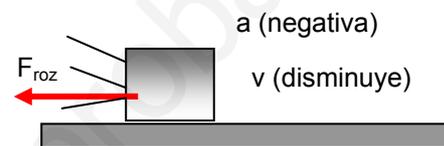
Un lugar idóneo sería el espacio exterior a los planetas ya al estar prácticamente vacío no existe fuerza de rozamiento.

Si lanzáremos una piedra esta continuará moviéndose indefinidamente con velocidad constante y en línea recta, con la velocidad con la que salió de las manos.

----- 000 -----

► **Cuando se lanza una "chapa" deslizando sobre el suelo, la chapa se desliza durante una cierta distancia antes de pararse. ¿Por qué?. ¿Cómo podríamos conseguir que la chapa recorriese una distancia mayor antes de pararse?.**

Al deslizar la chapa sobre el suelo actúa la fuerza de rozamiento. Esta fuerza va siempre en sentido contrario al movimiento (ver figura).



Si aplicamos el segundo principio tendremos que:

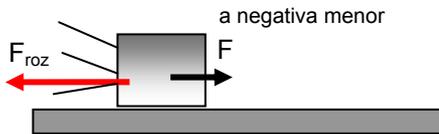
$$a = \frac{-F_{roz}}{m} = \text{aceleración negativa}$$

Luego, el cuerpo se ve sometido a una aceleración negativa que implica que su velocidad va disminuyendo hasta que llegará un momento en que se parará.

Se podría conseguir que recorriese una distancia mayor antes de pararse de dos formas diferentes:

a) Disminuir la fuerza de rozamiento entre las superficies que deslizan. Esto se podría conseguir untando las superficies con una capa de aceite. Al ser menor la fuerza de rozamiento, sería también menor la aceleración negativa que se le produce al cuerpo y este tardaría más en disminuir su velocidad hasta cero, recorriendo por tanto mayor espacio.

b) Ejerciendo al cuerpo una fuerza, menor que la del rozamiento, con sentido hacia la derecha.



En este caso la aceleración que se le produce será menor ya que ahora:

$$a = \frac{F - F_{roz}}{m} = \text{aceleración negativa menor}$$

Al ser la fuerza resultante menor que en el primer caso la aceleración negativa que se le produce también es menor y tardará mas en pararse.

----- 000 -----

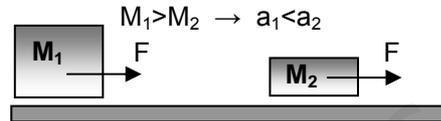
► **Para cambiar la velocidad de un cuerpo es necesaria una fuerza. ¿Se produce el mismo cambio en la velocidad de cuerpos distintos si la fuerza que se les aplica es la misma?.**

Si la velocidad cambia significa que existe aceleración y para ello debe existir una fuerza sobre el cuerpo. La aceleración que adquiere es:

$$a = \frac{F}{m}$$

directamente proporcional a la fuerza aplicada pero inversamente proporcional a la masa del

cuerpo. Por lo tanto, la misma fuerza aplicada a cuerpos distintos (distintas masas) provocará aceleraciones diferentes y, por lo tanto, diferentes cambios de velocidad en los cuerpos.



Cuánto menor sea la masa del cuerpo mayor aceleración adquirirá y su velocidad cambiará más rápidamente.

----- 000 -----

► **¿Cómo podemos saber si existe o no una fuerza actuando sobre un cuerpo?.**

Observando su velocidad, si esta varía es que existe aceleración y, por lo tanto, debe existir una fuerza neta sobre el cuerpo.

----- 000 -----

► **Cuando la fuerza y el movimiento tienen la misma dirección ¿Qué casos pueden ocurrir?.**

Dos casos:

a) Si la fuerza y el movimiento tienen también el mismo sentido la aceleración que se le produce al cuerpo es positiva y su velocidad irá aumentando.

b) Si la fuerza lleva sentido contrario al movimiento la aceleración que se le produce es negativa y su velocidad disminuirá.

----- 000 -----

► **La velocidad de un automóvil aumenta de manera constante. Indica cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas:**

- a) **El automóvil tiene movimiento uniforme.**
 b) **El automóvil tiene aceleración constante.**
 c) **Sobre el automóvil actúa una fuerza constante.**
 d) **La resultante de las fuerzas que actúan sobre el automóvil es cero.**

a) Falso en el mov. uniforme la velocidad es constante, es decir, no varía.

b) Correcto. Una aceleración constante (siempre del mismo valor) significa que la velocidad aumenta cada segundo en la misma cantidad, es decir, aumenta de manera constante.

c) Correcto ya que la aceleración que adquiere es:

$$a = \frac{F}{m}$$

Y para que esta sea constante la fuerza debe serlo también.

d) Falso. Si la fuerza resultante fuese cero también lo sería la aceleración y su velocidad no cambiaría.

----- 000 -----

► **Supongamos que empujamos un cajón de 50 kg ejerciendo una fuerza de 120 N. Si la fuerza de rozamiento vale 80 N, ¿con qué aceleración se mueve el cuerpo?**

La fuerza de rozamiento es siempre de sentido contrario al movimiento, por lo tanto, la aceleración será:

$$a = \frac{F - F_{\text{roz}}}{m} = \frac{120 \text{ N} - 80 \text{ N}}{50 \text{ kg}} = 0,8 \text{ m/s}^2$$

----- 000 -----

► **Un barco de 1.000 kg es empujado por el aire con una fuerza de 2.000 N al mismo tiempo que actúa sobre él una fuerza de rozamiento con el agua de 1.500 N. ¿Con qué aceleración se moverá el barco? ¿Qué velocidad tendrá al cabo de 4 s si parte del reposo?**

La aceleración será:

$$a = \frac{F - F_{\text{roz}}}{m} = \frac{2000 \text{ N} - 1500 \text{ N}}{1000 \text{ kg}} = 0,5 \text{ m/s}^2$$

Como lleva un mov. uniformemente acelerado su velocidad final será:

$$v_F = v_0 + a \cdot t = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ s} = 2 \text{ m/s}$$

----- 000 -----

► **Un coche de 800 kg marcha a la velocidad de 72 km/h cuando frena y se para**

en 8 s. ¿Qué fuerza resultante habrá actuado sobre el coche?. ¿Hacia donde estará dirigida esa fuerza?.

La velocidad inicial en el sistema internacional será:

$$v_0 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$$

La velocidad final será cero ya que se para, luego la aceleración que llevará será negativa y de valor:

$$a = \frac{v_F - v_0}{t} = \frac{0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8 \text{ s}} = -2,5 \text{ m/s}^2$$

La fuerza resultante será:

$$F = m \cdot a = 800 \text{ kg} \cdot (-2,5 \text{ m/s}^2) = -2000 \text{ N}$$

Al ser negativa la fuerza resultante implica que va en sentido contrario al movimiento del cuerpo.

► ¿Será muy grande la fuerza resultante que actúa sobre un avión cuya velocidad es de 900 km/h?. Explícalo.

Si la velocidad es constante no hay aceleración y, por lo tanto, la fuerza resultante será nula.

► Una determinada fuerza está aplicada sobre un cuerpo. ¿Qué ocurriría si en un momento dado el cuerpo perdiera la mitad de su masa?.

Si sobre el cuerpo existe una fuerza este lleva una aceleración que viene dada por:

$$a = \frac{F}{m}$$

Luego, la aceleración es inversamente proporcional a su masa. Si el cuerpo pierde la mitad de la masa, si no varía la fuerza aplicada, la aceleración que adquirirá será el doble de la que llevaba y, por lo tanto, su velocidad aumentará más rápidamente.

► ¿Durante cuánto tiempo debe actuar una fuerza de 10 N sobre un cuerpo en reposo de 400 gr de masa para que dicho cuerpo alcance una velocidad de 20 m/s?.

La aceleración que adquiere el cuerpo es:

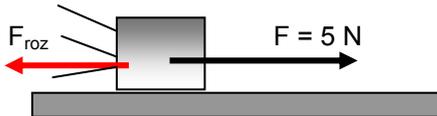
$$a = \frac{F}{m} = \frac{10 \text{ N}}{0,4 \text{ kg}} = 25 \text{ m/s}^2$$

Si aplicamos las ecuaciones del m.r.u.a. tendremos:

$$v_F = v_0 + a \cdot t \Rightarrow t = \frac{v_F - v_0}{a} = \frac{20 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{25 \text{ m/s}^2} = 0,8 \text{ s}$$

► **Al aplicarle a un cuerpo de 5 kg una fuerza de 5 N pasa de tener una velocidad de 15 m/s a alcanzar 20 m/s en 10 s. ¿Qué valor tiene la fuerza de rozamiento?**

La situación sería la siguiente:



Sobre el cuerpo existen dos fuerzas: la fuerza F a favor del movimiento y la de rozamiento que siempre va en contra del movimiento. La fuerza de rozamiento debe ser menor que la fuerza F ya que el cuerpo aumenta de velocidad, es decir, adquiere una aceleración positiva. El valor de esta aceleración, aplicando las ecuaciones del m.r.u.a. será:

$$a = \frac{v_F - v_0}{t} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \text{ s}} = 0,5 \text{ m/s}^2$$

A partir del segundo principio de la dinámica podremos poner que:

$$a = \frac{F - F_{\text{roz}}}{m} \Rightarrow F_{\text{roz}} = F - m \cdot a = 5 \text{ N} - 5 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m/s}^2 = 2,5 \text{ N}$$

► **¿Qué fuerza debes aplicar sobre un cuerpo de 500 gr para que en 23 m aumente la velocidad desde 15 m/s a 25 m/s?**

Podemos calcular la aceleración a partir de las ecuaciones del m.r.u.a.:

$$v_F^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x \Rightarrow a = \frac{v_F^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta x} = \frac{(25 \text{ m/s})^2 - (15 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 23 \text{ m}} = 8,69 \text{ m/s}^2$$

Si aplicamos la segunda ley de Newton tendremos:

$$F = m \cdot a = 0,5 \text{ kg} \cdot (8,69 \text{ m/s}^2) = 4,34 \text{ N}$$

----- 000 -----

► **Dos patinadores A y B de 60 kg y 80 kg de masa, respectivamente, se encuentran en reposo sobre una pista de hielo sin rozamiento. Si A ejerce sobre B una fuerza de 480 N, calcular la aceleración que adquiere cada uno.**

Si el patinador A ejerce una fuerza de 480 N sobre el B, según el principio de acción y reacción, el B ejercerá también una fuerza de 480 N sobre el A pero de sentido contrario. Aunque las fuerzas sobre el A y el B sean iguales en módulo no lo serán sus aceleraciones respectivas ya que estas dependen de la masa de cada uno.

Las aceleraciones que adquiere cada uno serán:

$$a_A = \frac{F}{m} = \frac{480 \text{ N}}{60 \text{ kg}} = 8 \text{ m/s}^2; a_B = \frac{F}{m} = \frac{480 \text{ N}}{80 \text{ kg}} = 6 \text{ m/s}^2$$

Por lo tanto, el patinador A adquiere mayor aceleración ya que su masa es menor.

----- 000 -----

► **Si aplicamos una fuerza de 15 N sobre un cuerpo de 32 kg de masa, éste alcanza una aceleración de 0,25 m/s². ¿Existe rozamiento? En caso afirmativo ¿cuánto vale? ¿Cuál sería la aceleración del cuerpo si elimináramos el rozamiento?**

Si no existiera rozamiento la aceleración que adquiriría el cuerpo sería:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{15 \text{ N}}{32 \text{ kg}} = 0,46 \text{ m/s}^2$$

Luego, si la aceleración que lleva realmente es menor a la anterior esto indica que está actuando una fuerza en contra del movimiento, la fuerza de rozamiento. El valor de esta fuerza sería:

$$F - F_{\text{roz}} = m \cdot a \Rightarrow F_{\text{roz}} = F - m \cdot a = 15 \text{ N} - 32 \text{ kg} \cdot 0,25 \text{ m/s}^2 = 7 \text{ N}$$

----- 000 -----

► **Calcular la masa de un automóvil que se mueve a 90 km/h sabiendo que para detenerlo en 20 m es precisa una fuerza de 5.000 N.**

Si se detiene la velocidad final será cero. La velocidad inicial en el S.I. es 25 m/s, luego la aceleración que lleva será:

$$v_F^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x \Rightarrow a = \frac{v_F^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta x} = \frac{(0 \text{ m/s})^2 - (25 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 20 \text{ m}} = -15,62 \text{ m/s}^2$$

Esta aceleración es negativa ya que la velocidad va disminuyendo. La masa del cuerpo, teniendo en cuenta que la fuerza para pararlo va en contra del movimiento (negativa), será:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{-5000 \text{ N}}{-15,62 \text{ m/s}^2} = 320,1 \text{ kg}$$

----- 000 -----

► **Un móvil de 300 kg, inicialmente en reposo, alcanza una velocidad de 20 m/s en 8 s.**

- ¿Cuál es la aceleración del móvil?**
- ¿Cuál es el valor de la fuerza que ejerce el motor?**
- ¿Si a los 8 s deja de actuar el motor y comienza a actuar una fuerza de rozamiento constante de 60 N, ¿cuánto tiempo tardará en pararse el móvil?**

a) Su aceleración será:

$$a = \frac{v_F - v_0}{t} = \frac{20 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{8 \text{ s}} = 2,5 \text{ m/s}^2$$

b) La fuerza que ejerce el motor será:

$$F = m \cdot a = 300 \text{ kg} \cdot (2,5 \text{ m/s}^2) = 750 \text{ N}$$

c) La velocidad que lleva el cuerpo a los 8 s es:

$$v_F = v_0 + a \cdot t = 0 \text{ m/s} + 2,5 \text{ m/s}^2 \cdot 8 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$$

Cuando lleva esta velocidad se apaga el motor y empieza a actuar la fuerza de rozamiento que le producirá una aceleración negativa de valor:

$$a = \frac{F_{\text{roz}}}{m} = \frac{-60 \text{ N}}{300 \text{ kg}} = -0,2 \text{ m/s}^2$$

Y el tiempo que tardará en pararse será:

$$t = \frac{v_F - v_0}{a} = \frac{0 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{-0,2 \text{ m/s}^2} = 100 \text{ s}$$

----- 000 -----

► **Un hombre tira de una caja de 100 kg que se desplaza sobre el suelo. La fuerza de rozamiento cuando la caja se mueve sobre el suelo es de 200 N. Identifica y dibuja todas las fuerzas que actúan sobre la caja y analiza lo que ocurrirá con el movimiento de la caja en las tres etapas siguientes:**

a) El hombre tira de la caja con una fuerza de 300 N.



b) Cuando la caja se está moviendo, el hombre tira de ella con una fuerza de 200 N.

c) Cuando la caja se está moviendo, el hombre tira de la caja con una fuerza de 100 N.

a) Si el hombre tira con una fuerza de 300 N, la fuerza resultante sobre la caja valdrá:

$$F_R = F - F_{\text{roz}} = 300 \text{ N} - 200 \text{ N} = 100 \text{ N}$$

Por lo tanto, el cuerpo llevará una aceleración igual a:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{100 \text{ N}}{100 \text{ kg}} = 1 \text{ m/s}^2$$

Y llevará un movimiento uniformemente acelerado, aumentando su velocidad constantemente.

b) En este caso la fuerza resultante es nula y también lo será su aceleración, por lo tanto, si la caja ya se estaba moviendo, seguirá moviéndose con la misma velocidad.

c) Ahora la fuerza resultante es:

$$F_R = F - F_{\text{roz}} = 100 \text{ N} - 200 \text{ N} = -100 \text{ N}$$

Y la aceleración negativa que llevará será:

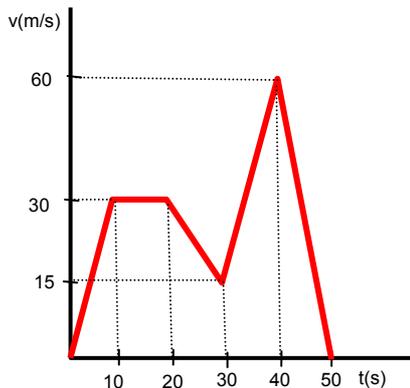
$$a = \frac{F}{m} = \frac{-100 \text{ N}}{100 \text{ kg}} = -1 \text{ m/s}^2$$

Y su velocidad irá disminuyendo hasta pararse finalmente.

----- 000 -----

► **A partir de los datos de la gráfica que representan las velocidades en función del tiempo de un cuerpo de 80 kg, calcular la**

fuerza neta que actúa sobre el cuerpo en cada uno de los tramos.



Calculamos primero la aceleración y después la fuerza aplicada:

$$a_1 = \frac{v_F - v_0}{t} = \frac{30 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 3 \text{ m/s}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_1 = m \cdot a = 80 \text{ kg} \cdot 3 \text{ m/s}^2 = 240 \text{ N}$$

La aceleración del movimiento 2 será cero ya que es un movimiento uniforme con velocidad constante y, por lo tanto, no existirá fuerza neta aplicada al cuerpo.

$$a_3 = \frac{v_F - v_0}{t} = \frac{15 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = -1,5 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow F_3 = m \cdot a = 80 \text{ kg} \cdot (-1,5 \text{ m/s}^2) = -120 \text{ N}$$

$$a_4 = \frac{v_F - v_0}{t} = \frac{60 \text{ m/s} - 15 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 4,5 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow F_4 = m \cdot a = 80 \text{ kg} \cdot 4,5 \text{ m/s}^2 = 360 \text{ N}$$

$$a_5 = \frac{v_F - v_0}{t} = \frac{0 \text{ m/s} - 60 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = -6 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow F_5 = m \cdot a = 80 \text{ kg} \cdot (-6 \text{ m/s}^2) = -480 \text{ N}$$

----- 000 -----

► **Calcula la fuerza de rozamiento de un bloque de 100 kg de masa que se desliza sobre una superficie horizontal, si el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0,2$.**

La fuerza de rozamiento vale en este caso:

$$F_{\text{roz}} = \mu N = \mu P = \mu \cdot m \cdot g = 0,2 \cdot 100 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 196 \text{ N}$$

----- 000 -----

► **Sobre un cuerpo de 4 kg de masa situado en un plano horizontal inicialmente en reposo, se le aplica una fuerza de 40 N paralela al suelo. El coeficiente de rozamiento es de $0,1$. Calcular:**

- Si se moverá o no.
- Caso de que se mueva qué aceleración llevará.
- La velocidad que llevará y el espacio que habrá recorrido a los 7 s.

a) La fuerza de rozamiento que actuará en contra del movimiento en cuanto este trate de comenzar será:

$$F_{\text{roz}} = \mu N = \mu P = \mu \cdot m \cdot g = 0,1 \cdot 4 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 3,92 \text{ N}$$

Por lo tanto, como se aplica a favor una fuerza de 40 N y se opone una de 3,92 N el cuerpo se moverá.

b) La aceleración será:

$$a = \frac{F - F_{\text{roz}}}{m} = \frac{40 \text{ N} - 3,92 \text{ N}}{4 \text{ kg}} = 9,02 \text{ m/s}^2$$

c) Si parte del reposo la velocidad a los 7 s será:

$$v_F = v_0 + a \cdot t = 0 \text{ m/s} + 9,02 \text{ m/s}^2 \cdot 7 \text{ s} = 63,14 \text{ m/s}$$

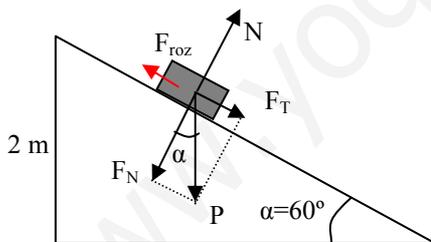
Y el espacio que recorrerá será:

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 7 \text{ s} + \frac{1}{2} 9,02 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (7 \text{ s})^2 = 0 \text{ m} + 221 \text{ m} = 221 \text{ m}$$

----- 000 -----

► **Un cuerpo de 30 kg de masa desciende por un plano inclinado 60°. El coeficiente de rozamiento vale 0,2. Inicialmente está en reposo a una altura de 2 m sobre el suelo. Calcular la velocidad con la que llegará al final del plano.**

Las fuerzas sobre el cuerpo cuando desciende son las representadas en la figura:



El valor de estas fuerzas serán:

$$P = m \cdot g = 30 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 294 \text{ N}$$

$$F_T = P \cdot \sin \alpha = 294 \text{ N} \cdot \sin 60^\circ = 254,61 \text{ N}$$

$$F_N = P \cdot \cos \alpha = 294 \text{ N} \cdot \cos 60^\circ = 147 \text{ N}$$

$$F_{\text{roz}} = \mu \cdot F_N = 0,2 \cdot 147 \text{ N} = 29,4 \text{ N}$$

Las fuerzas que afectan al movimiento del cuerpo son: F_T que tira hacia abajo y F_{roz} que se opone al movimiento. Por lo tanto, la fuerza resultante sobre el cuerpo será:

$$F_R = F_T - F_{\text{roz}} = 254,61 \text{ N} - 29,4 \text{ N} = 225,21 \text{ N}$$

Luego el cuerpo bajará con un movimiento uniformemente acelerado. El valor de la aceleración será:

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{225,21 \text{ N}}{30 \text{ kg}} = 7,5 \text{ m/s}^2$$

El espacio Δs que recorre el cuerpo a lo largo del plano será:

$$\sin \alpha = \frac{h}{\Delta s} \Rightarrow \Delta s = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{2 \text{ m}}{\sin 60^\circ} = 2,3 \text{ m}$$

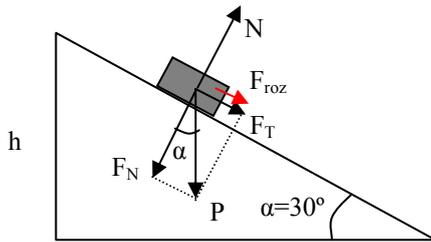
Luego si aplicamos las ecuaciones del m.r.u.a. tendremos que la velocidad al final del plano será:

$$v_F^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s = (0 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot 7,5 \text{ m/s}^2 \cdot 2,3 \text{ m} = 34,5 \text{ m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow v_F = \sqrt{34,5 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 5,87 \text{ m/s}$$

----- 000 -----

► **Un cuerpo de 80 kg de masa comienza a ascender con una velocidad de 50 m/s por un plano inclinado 30°. El coeficiente de rozamiento vale 0,3. ¿Qué espacio recorrerá sobre el plano hasta que se detenga? ¿Qué altura habrá alcanzado?**

Las fuerzas sobre el cuerpo cuando asciende serán:



Ahora tanto la componente tangencial del peso como la fuerza de rozamiento van en contra del movimiento del cuerpo y le generarán una aceleración negativa que hará que al final se pare.

El valor de las fuerzas es:

$$P = m \cdot g = 80 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 784 \text{ N}$$

$$F_T = P \cdot \sin \alpha = 784 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 392 \text{ N}$$

$$F_N = P \cdot \cos \alpha = 784 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ = 678,96 \text{ N}$$

$$F_{\text{roz}} = \mu \cdot F_N = 0,3 \cdot 678,96 \text{ N} = 203,68 \text{ N}$$

La aceleración negativa que lleva el cuerpo será:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{-392 \text{ N} - 203,68 \text{ N}}{80 \text{ kg}} = -7,44 \text{ m/s}^2$$

El espacio que recorrerá sobre el plano hasta pararse será:

$$v_F^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \Rightarrow \Delta s = \frac{v_F^2 - v_0^2}{2 \cdot a} = \frac{0 - (50 \text{ m/s})^2}{2 \cdot (-7,44 \text{ m/s}^2)} = 168,01 \text{ m}$$

La altura que alcanzará será:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{h}{\Delta s} \Rightarrow h = \Delta s \cdot \sin \alpha = \\ &= 168,01 \text{ m} \cdot \sin 30^\circ = 84 \text{ m} \end{aligned}$$

----- 000 -----

► **Calcular el valor de la fuerza centrípeta que se ejerce sobre una masa de 1 kg que describe una trayectoria de 1 m de radio con una velocidad de 3 m/s.**

La fuerza centrípeta será:

$$F_c = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{1 \text{ kg} \cdot (3 \text{ m/s})^2}{1 \text{ m}} = 9 \text{ N}$$

----- 000 -----

► **Una motocicleta de 80 kg da vueltas a una pista circular de 60 m de diámetro con una velocidad constante de 36 km/h. Calcular el valor de la fuerza centrípeta sobre el vehículo.**

La velocidad en el S.I. es de 10 m/s y el radio vale 30 m, luego la fuerza centrípeta será

$$F_c = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{80 \text{ kg} \cdot (10 \text{ m/s})^2}{30 \text{ m}} = 266,66 \text{ N}$$

----- 000 -----