

POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. Di cuál es el coeficiente y la parte literal de cada monomio:

a) $-3x^2t$ b) $7x^2yz^3$ c) $\frac{1}{2}x^2t$
d) $5x^4y^3$ e) $-3ym^2$ f) $3yzt^2$

2. Indica qué expresiones son polinomios y decir el grado del polinomio, el término independiente y el coeficiente del término de mayor grado:

a) $\frac{1}{5}x^3 - x + 1$ b) $\frac{7x^5}{2}$ c) $\frac{x^2 + 1}{2}$
d) $\sqrt{x+2}$ e) $5x^4 - 3x^2y + 7$ f) $-x^6 - x^2 + \frac{1}{2}x - 3$

3. a) Inventa un trinomio de segundo grado con término independiente igual a 4
b) Inventa un polinomio de grado 5 con coeficiente de x^5 igual a 2 y término independiente igual a 5.
c) Inventa un polinomio de grado 6 que sea un binomio y cuya parte literal sean potencias de las variables t y u.
d) Inventa un polinomio de 4º grado que sea un trinomio, cuya parte literal sean potencias de la variable z y con todos los coeficientes fraccionarios y menores que 1.

4. Decir cuáles de los siguientes monomios son semejantes:

a) $7x^2yz^3$ y $-3yx^2z^3$
b) $7xy z^2$ y $7x^2yz$
c) $-3zt^2$ y $5zt^2$
d) $-3yx^3$ y $5x^3y$

5. Calcula las siguientes sumas o restas:

a) $P(x) = 3x^2 - 5x + 1$ $Q(x) = x^2 - 7x - 3$ ¿ $P(x) + Q(x)$?
b) $P(x) = 3x^2 - 5x + 1$ $Q(x) = x^2 + 7x - 2$ ¿ $P(x) - Q(x)$?
c) $P(x) = 3x^2 - 1$ $Q(x) = x^3 - 7x - 5x^2 - 3$ ¿ $P(x) + Q(x)$?
d) $(7x^3 - 5x^8 + 6x^2 - 1) + (x - 5x^4 - 3x^2 - 1)$
e) $P(x) = 2 - 3x + 5x^4 - 3x^2$ $Q(x) = 8x^3 + 5 - x^4 + x$ ¿ $P(x) - Q(x)$?

6. Calcular los siguientes productos de polinomios:

a) $(2x^2 + 1) \cdot (3x - 2) =$
b) $(3x^4 + 5x^3 - 2x + 3) \cdot (2x^2) =$
c) $(3x^4 + 5x^3 - 2x + 3) \cdot (2x^2 - x + 3) =$
d) $(7x^3 - 2x + 11) \cdot (-3x^2 - 1) =$
e) $(x + 1) \cdot (x + 1) =$
f) $(x + 2) \cdot (x - 2) =$

7. Dados los polinomios

$$P(x) = 3x^2 - 4x + 1 \quad y \quad Q(x) = 4x^2 + 2$$

Efectúa las siguientes operaciones:

a) $P(x)+Q(x)$ b) $P(x)-Q(x)$ c) $P(x) \cdot Q(x)$

8. Calcula los cuadrados de los binomios que se indican:

a) $(x+3)^2$ b) $(2x+4)^2$ c) $(3x-2)^2$ d) $(2x^2-x)^2$

9. Realiza las siguientes operaciones simplificando el resultado todo lo posible:

a) $(m+p)^2 - (m-p)^2$ b) $(2x-3)(2x+3)$ c) $(2x+3)^3$

10. Efectuar las siguientes divisiones de polinomios:

a) $(3x^5 + 2x^4 - 7x^3 + 2x - 3) : (x^2) =$

b) $(3x^4 + 5x^3 - 2x + 3) : (x^2 - 3x + 2) =$

c) $(3x^5 - 2x^3 + 7x^2 - 2x) : (x^3 + 3x^2 - 1) =$

d) $(4x^4 - 5x^3 + x - 2) : (x^2 - 2x + 1)$

e) $(x^5 - 5x^4 + 20x^2 - 16x) : (x^2 - 2x + 8)$

f) $(x^4 - 1) : (x^2 - 1)$

11. Determina el polinomio cociente y el resto aplicando la **REGLA DE RUFFINI**:

a) $(x^4 - 2x^2 + 3x^3 - 1) : (x + 2)$ b) $(4x^3 - 2x + 1) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$

c) $(x^2 - 6x + 3) : (x - 3)$ d) $(x^5 - 3x^4 + 2x^2 - 6x + 1) : (x + 2)$

12. Determina el valor de m para que al dividir el polinomio $P(x) = x^4 - 4x^2 + 3x + m$ entre $x + 2$ el resto sea -3 .

13. Dados los polinomios siguientes, halla los valores numéricos que se indican:

a) $P(x) = x^2 + x - 2$ ¿ $P(3)$?

b) $Q(x) = -x^3 + x - 5$ ¿ $Q(-2)$?

c) $R(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 8$ ¿ $R(-1)$? ¿ $R\left(\frac{1}{2}\right)$?

d) $S(x) = (x - 2) \cdot (x + 2)$ ¿ $S(2)$? ¿ $S(-1)$? ¿ $S(-2)$?

14. Utilizando la **REGLA DE RUFFINI**, halla el valor numérico de:

a) $x^4 - 2x^2 + x + 2$ para $x = 3$

b) $x^4 - 4x^3 - 125$ para $x = 5$

c) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ para $x = 1$

15. Determina el valor de a para que 3 sea raíz del polinomio $q(x) = x^3 - 6x^2 + ax - 2$.

16. Calculad el valor de k para que al dividir $x^2 - \frac{2}{3}x + k$ entre $x - \frac{1}{3}$ se obtenga de resto $\frac{8}{9}$.

17. ¿Qué resto se obtiene al hacer la división de $x^3 + 2x^2 + \frac{14}{25}x + \frac{1}{25}$ entre $x + \frac{1}{5}$?

18. Comprobar si las siguientes afirmaciones son ciertas:

a) 3 es una raíz de $x - 3$

b) 1 es una raíz de $x^4 - 3x^3 + 2x - 5$

19. Descomponer en factores los siguientes polinomios:

a) $9x^2 - 25$

d) $x^3 - 2x^2 + x$

b) $4x^6 + 12x^3 + 9$

e) $x^3 - 2x^2 + 2x - 4$

c) $x^3 + x^2 - x - 1$

f) $2x^3 - 2x^2 + x - 1$

20. Hallad el m.c.d. y el m.c.m. de los siguientes polinomios:

a) $P(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x$ y $Q(x) = 2x^3 - 2x^2 + x - 1$

b) $P(x) = 2x^5 - 5x^2 + 4x - 4$ y $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 2$

c) $P(x) = (x-2)^3(x-1)^2$ y $Q(x) = (x-1)(x-2)^4(x+2)^2$

21. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^3}{x^2 + x^3} =$ b) $\frac{x-1}{x^2 - 1} =$ c) $\frac{x+1}{x^2 + 2x + 1} =$

22. Reduce a común denominador, opera y simplifica:

a) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2} =$ b) $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} =$

c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} =$ d) $\frac{3-x}{x} - \frac{x-1}{x^2} =$

23. Efectúa las siguientes operaciones:

a) $\frac{x^2 + 2}{x^3 - 1} - \frac{2x^2 + 1}{(x-1)^2}$ b) $\frac{x^2 - 4}{x^3 + 1} : \frac{x^3 - 8}{x+1}$

c) $\frac{3x^2 - 5x + 2}{x^3 + 1} \cdot \frac{x^2 + 5x + 4}{2x^2 - 3x + 1}$ d) $\frac{x^2 + x + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} : \frac{x+1}{x-1}$

24. Efectúa las operaciones y simplifica:

a) $\frac{3xy}{x-y} \cdot \frac{x^2 - y^2}{6x^2y} \cdot \frac{x}{x+y} =$ b) $\frac{x-1}{3} \cdot \frac{9}{x^2 - 1} =$

c) $\frac{4}{x^2 - 1} : \frac{2}{x-1} =$ d) $\left(x - \frac{4}{x}\right) : \left(1 - \frac{2}{x}\right) =$

SOLUCIONES

1) Solución:

	<i>Coefficiente</i>	<i>Parte literal</i>
a)	-3	x^2t
b)	7	x^2yz^3
c)	1/2	x^2t
d)	5	x^4y^3
e)	-3	ym^2
f)	3	yzt^2

2) Solución:

	<i>¿Polinomio?</i>	<i>Grado</i>	<i>Término ind.</i>	<i>Coefficiente...</i>
a)	Si	3	1	1/5
b)	Si	5	0	7/2
c)	Si	2	1/2	1/2
d)	No			
e)	Si	4	7	5
f)	Si	6	-3	-1

3) a) $5x^2 + 7x + 4$

b) $2x^5 + 3x + 5$

c) $7tu^5 + 5t^3$

d) $\frac{1}{3}z^4 + \frac{2}{3}z^2 + \frac{1}{5}z$

4) a) Si b) No c) Si d) Si e) No

5) a) $4x^2 - 12x - 2$

b) $x^2 - 12x + 3$

c) $x^3 - 2x^2 - 7x - 4$

d) $-5x^8 - 5x^4 + 7x^3 + 3x^2 + x - 2$

e) $6x^4 - 8x^3 - 3x^2 - 4x - 3$

6) a) $6x^3 - 4x^2 + 3x - 2$

b) $6x^6 + 10x^5 - 4x^3 + 6x^2$

c) $6x^6 + 7x^5 + 4x^4 + 11x^3 + 8x^2 - 9x + 9$

d) $-21x^5 - x^3 - 33x^2 + 2x - 11$

e) $x^2 - 1$

f) $x^2 - 4$

7) a) $7x^2 - 4x + 3$

b) $-x^2 - 4x - 1$

c) $12x^4 - 16x^3 + 10x^2 - 8x + 2$

8) a) $x^2 + 6x + 9$

b) $4x^2 + 16x + 16$

c) $9x^2 - 12x + 4$

d) $4x^4 - 4x^3 + x^2$

9) a) $4mp$

b) $4x^2 - 9$

c) $8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$

- 10) a) $C(x) = 3x^3 + 2x^2 - 7x$ $R(x) = 2x - 3$
b) $C(x) = 3x^2 + 14x + 36$ $R(x) = 78x + 69$
c) $C(x) = 3x^2 - 9x + 25$ $R(x) = -65x^2 - 11x + 25$
d) $C(x) = 4x^2 + 3x + 2$ $R(x) = 2x - 4$
e) $C(x) = x^3 - 3x^2 - 14x + 16$ $R(x) = 128x - 128$
f) $C(x) = x^2 + 1$ $R = 0$

- 11) a) $C(x) = x^3 + x^2 - 4x + 8$ $R = -17$
b) $C(x) = 4x^2 + 2x - 1$ $R = \frac{1}{2}$
c) $C(x) = x - 3$ $R = -6$
d) $C(x) = x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 18x + 30$ $R = -59$

12) $m = 3$

13) a) $P(3) = 10$

b) $Q(-2) = 1$

c) $R(-1) = 0$ $R\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{75}{8}$

d) $S(2) = 0$ $S(-1) = -3$ $S(-2) = 0$

14) a) 14 b) 0 c) 0

15) $a = \frac{29}{3}$

16) $k = 1$

17) $R = 0$

18) a) Si b) No

- 19) a) $(3x - 5)(3x + 5)$ d) $x(x - 1)^2$
b) $(2x^3 + 3)^2$ e) $(x - 2)(x^2 + 2)$
c) $(x + 1)^2(x - 1)$ f) $(x - 1)(2x^2 + 1)$

- 20) a) $m.c.d. = (x - 1)$ $m.c.m. = (x - 1)^3 x(2x^2 + 1)$
b) $m.c.d. = 1$ $m.c.m. = (2x^5 - 5x^2 + 4x - 4)(x - 2)(2x^2 - x + 2)$
c) $m.c.d. = (x - 1)(x - 2)^3$ $m.c.m. = (x - 2)^3(x - 1)^2(x - 2)(x + 2)^2$

- 21) a) $\frac{x}{1 + x}$
b) $\frac{1}{x + 1}$
c) $\frac{1}{x + 1}$

22) a) $\frac{-1}{x^3 + x^2}$

b) $\frac{4x}{x^2 - 1}$

c) $\frac{x^2 + x + 1}{x^3}$

d) $\frac{-x^2 + 2x + 1}{x^2}$

23) a) $\frac{-2x^4 - x^3 - 4x^2 + x - 3}{(x-1)^2(x^2 + x + 1)}$

b) $\frac{x+2}{x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x + 4}$

c) $\frac{3x^2 + 10x - 8}{2x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$

d) $\frac{x^2 + x + 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$

24) a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{x+1}$

c) $\frac{2}{x+1}$

d) $x+2$