Ecuaciones resueltas

1.- Resolver:

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + xy = 35 \\ y^2 + xy = 14 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + xy = 35 \\ y^2 + xy = 14 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = \dfrac{35 - x^2}{x} \\ \left(\dfrac{35 - x^2}{x}\right)^2 + x\left(\dfrac{35 - x^2}{x}\right) = 14 \end{array}\right\} \left(\dfrac{35 - x^2}{x}\right)^2 + 35 - x^2 = 14$$

$$\frac{1225 + x^4 - 70x^2}{x^2} + 21 - x^2 = 0 \Rightarrow \frac{1225 + x^4 - 70x^2 + 21x^2 - x^4}{x^2} = \frac{0}{x^2}$$

$$-49x^2 = -1225 \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1225}{49}} = \pm\sqrt{25} = \pm 5 \Rightarrow y = \frac{35 - (\pm 5)^2}{\pm 5} = \pm 2$$

2.- Resuelve la ecuación

$$\frac{x+1}{3x-6} - \frac{x-1}{2x-4} = \frac{10 - x^2}{6x^2 - 24}$$

$$\frac{2(x+1)(x+2) - 3(x-1)(x+2)}{6(x+2)(x-2)} = \frac{10 - x^2}{6(x+2)(x-2)} \;,,\; 2x^2 + 6x + 4 - 3x^2 - 3x + 6 = 10 - x^2$$

$3x = 0$,, $\quad x = 0$

La solución obtenida es válida ya que no anula los denominadores

3.- Resuelve la ecuación

$$\frac{40}{\sqrt{x-20}} = \sqrt{x-20} - \sqrt{x} \;,,\; \frac{40}{\sqrt{x-20}} = \frac{\left(\sqrt{x-20}\right)^2 - \sqrt{x}\cdot\sqrt{x-20}}{\sqrt{x-20}}$$

$$40 = x - 20 - \sqrt{x(x-20)} \;,,\; \sqrt{x^2 - 20x} = x - 20 - 40 \;,,\; \left(\sqrt{x^2 - 20x}\right)^2 = (x - 60)^2$$

$$x^2 - 20x = x^2 - 120x + 3600 \;,,\; 100x = 3600 \;,,\; x = 36$$

Comprobamos la solución: $\dfrac{40}{\sqrt{36-20}} = \sqrt{36-20} - \sqrt{36}$

$\dfrac{40}{4} \neq 4 - 6$, que en este caso no es válida

4.- Resolver:

a) $\sqrt{28 + 2x} = \sqrt{21 + x} - 1$

$$\left(\sqrt{28+2x}\right)^2 = \left(\sqrt{21+x} - 1\right)^2 \;,,\; 28 + 2x = \left(\sqrt{21+x}\right)^2 - 2\sqrt{21+x} + 1 \;,,$$

$$28 + 2x - 21 - x - 1 = -2\sqrt{21+x} \;,,\; (x+6)^2 = \left(-2\sqrt{21+x}\right)^2$$

$$x^2 + 12x + 36 = 84 + 4x \;,,\; x^2 + 8x - 48 = 0$$

$$x=\frac{-8\pm\sqrt{64+192}}{2}=\frac{-8\pm\sqrt{256}}{2}=\frac{-8\pm16}{2}=\begin{cases}4\\-12\end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:.........y vemos que la primera no es válida

b) $x^2=\dfrac{12}{x^2+1}$

$x^2\left(x^2+1\right)=12$,, $\quad x^4+x^2-12=0$,,

$$x^2=\frac{-1\pm\sqrt{1+48}}{2}=\frac{-1\pm7}{2}=\begin{cases}3\Rightarrow x^2=3\Rightarrow x=\pm\sqrt{3}\\-4\Rightarrow x^2=-4\Rightarrow x=\pm\sqrt{-4}\notin\Re\end{cases}$$

c) $\dfrac{2(2x-1)}{4x-\dfrac{(4x-1)^2}{2(2x+1)}}=x$,, $\dfrac{2(2x-1)}{\dfrac{8x(2x+1)-\left(16x^2-8x+1\right)}{2(2x+1)}}=x$,, $\dfrac{4(2x+1)(2x-1)}{16x^2+8x-16x^2+8x-1}=x$

$4\left(4x^2-1\right)=x(16x-1)$,, $\quad 16x^2-4=16x^2-x$,, **x=4**

5.- Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\dfrac{1}{6}\left[2x-1-3\cdot\left(\dfrac{5x}{3}-1\right)\right]+(x-3)\cdot2+6=\dfrac{1}{3}$

$$\frac{1}{6}\left[2x-1-\cancel{3}\cdot\left(\frac{5x-3}{\cancel{3}}\right)\right]+(x-3)\cdot2+6=\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{6}[2x-1-5x+3]+2x-\cancel{6}+\cancel{6}=\frac{1}{3}\quad;\qquad\frac{-3x+2+12x}{6}=\frac{2}{6}$$

$$9x=0;\quad x=\frac{0}{9}=0$$

b) $\dfrac{3-x}{3}+4\left\{x-2\left[\dfrac{x-2}{3}-3\left(1-\dfrac{x}{6}\right)\right]-\left(x+\dfrac{1}{2}\right)\right\}=23$

$$\frac{3-x}{3}+4\left\{x-2\left[\frac{x-2}{3}-3\left(\frac{6-x}{6}\right)\right]-\left(\frac{2x+1}{2}\right)\right\}=23$$

$$\frac{3-x}{3}+4\left\{x-2\left[\frac{2(x-2)-3(6-x)}{6}\right]-\frac{2x+1}{2}\right\}=23$$

$$\frac{3-x}{3}+4\left\{x-\frac{2(2x-4-18+3x)}{6}-\frac{2x+1}{2}\right\}=23$$

$$\frac{2(3-x)+4\left[6x-2(5x-22)-3(2x+1)\right]}{6}=\frac{138}{6}$$

6 – 2x + 24x –40x +176-24x-12 = 138

-42x = -42 x = -1

6 .- Resolver:.

a) $\dfrac{x-3}{x+3}-\dfrac{x+3}{x-3}=\dfrac{x-2}{x+3}$; $\dfrac{(x-3)^2-(x+3)^2}{(x+3)(x-3)}=\dfrac{(x-2)(x-3)}{(x+3)(x-3)}$;

$x^2-6x+9-x^2-6x-9=x^2-5x+6$; $\qquad x^2+7x+6=0$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot1\cdot6}}{2\cdot1}=\frac{-7\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{7\pm5}{2}=\begin{cases}x=6\\x=-1\end{cases}$$

b) $\dfrac{x^2(2x-5)}{x+1}=\dfrac{9(1-x)}{2x+5}$

$x^2(2x-5)(2x+5)=9(1-x)(1+x)$; $x^2(4x^2-25)=9(1-x^2)$

$4x^4-25x^2-9+9x^2=0$; $\qquad 4x^4-16x^2-9=0$; $x^2=z\Rightarrow 4z^2-16z-9=0$

$$z=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{16\pm\sqrt{256+144}}{8}=\frac{16\pm20}{8}=\begin{cases}z=\frac{36}{8}=\frac{9}{2}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{9}{2}}=\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}\\ z=\frac{-4}{8}=-\frac{1}{2}\Rightarrow x=\pm\sqrt{-\frac{1}{2}}\notin\mathbb{R}\end{cases}$$

__Problemas resueltos__

1.- Hallar dos números tales que su cociente sea igual a su diferencia y que uno de ellos sea igual al quíntuplo del otro más seis.

__SOLUCIÓN__.-

$$\left.\begin{array}{l}\frac{x}{y}=x-y\\ x=5y+6\end{array}\right\}\left.\begin{array}{l}x=y(x-y)\\ x=5y+6\end{array}\right\}5y+6=y(5y+6-y)\Rightarrow 5y+6=4y^2+6y\Rightarrow 4y^2+y-6=0$$

2.- Un comerciante compra por 16.200 ptas. una partida de sacos de café. Una segunda partida le cuesta la misma cantidad, pero cada saquito de éstos le cuesta 270 ptas. más, y la partida consta de dos sacos menos. Calcular el precio de un saco de la nueva partida.

__SOLUCIÓN__.-

Sean : y : nº de sacos de la primera partida (1ª vez que compra). Entonces $y-2$ es el nº de sacos de la segunda partida.
x : precio de cada saco de la 1ª partida. Entonces $x+270$ es el precio de cada saco de la segunda partida

$$\left.\begin{array}{l}x\cdot y=16.200\\ (x+270)\cdot(y-2)=16.200\end{array}\right\}\left.\begin{array}{l}x.y=16.200\\ xy-2x+270y-540=16.200\end{array}\right\}\left.\begin{array}{l}xy=16.200\\ 16.200-2x+270y-540-16.200=0\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l}x.y=16.200\\ 270y-540=2x\end{array}\right\}\left.\begin{array}{l}(135y-270)\cdot y=16.200\\ x=135y-270\end{array}\right\}135y^2-270y-16.200=0\Rightarrow y^2-2y-120=0$$

$$y=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2+4\cdot1\cdot(-120)}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{484}}{2}\,\frac{2\pm22}{2}=\begin{cases}y=12\Rightarrow x=135\cdot12-270=1350\\ y=-10\Rightarrow \text{No}\end{cases}$$

Entonces el precio de un saco de la nueva partida es $x+270=1350+270=1620pts$

3.- Un poste tiene bajo tierra 2/7 de su longitud, 2/5 del resto sumergido en agua y la parte emergente mide 6 m. Hallar la longitud del poste.

Sea *x* la longitud del poste:

$$\frac{2}{7}x+\frac{2}{5}\left(x-\frac{2}{7}x\right)+6=x\Rightarrow x=14m$$

4.- La edad del hijo más la tercera parte de la edad del padre suman 22 años. Dentro de 6 años la edad del padre excederá al duplo de la del hijo en 10 años. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?:

Sea x la edad del hijo e y la edad del padre:

$$\left.\begin{array}{l} x+\frac{1}{3}y=22 \\ y+6=2(x+6)+10 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 3x+y=66 \\ y+6=2x+12+10 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 3x+y=66 \\ y=2x+18 \end{array}\right\} 3x+2x+18=66 \Rightarrow 5x=50$$

$x=10$ años el hijo

$y=2.10+18=38$ años el padre

5.- Hallar un número de dos cifras sabiendo que si lo sumamos con el número que resulta de invertir el orden de sus cifras, obtenemos 66 y si lo multiplicamos por ese número, obtenemos 1008.

$$\left.\begin{array}{l} (10x+y)+(10y+x)=66 \\ (10x+y)(10y+x)=1008 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 11x+11y=66 \\ 100xy+10x^2+10y^2+xy=1008 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x+y=6 \\ 101xy+10x^2+10y^2=1008 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} y=6-x \\ 101x(6-x)+10x^2+10(6-x)^2=1008 \end{array}\right\}$$

$$606x-101x^2+10x^2+360-120x+10x^2-1008=0$$

$-81x^2+486x-648=0$, Dividimos los dos miembros por 81

$$x^2-6x+8=0$$

$$x=\frac{6\pm\sqrt{36-32}}{2}=\frac{6\pm 2}{2}=\begin{cases} 4 \Rightarrow y=6-x=6-4=2 \\ 2 \Rightarrow y=6-2=4 \end{cases}$$

Las soluciones son los números: **42** y **24**

6.- La hipotenusa de un triángulo rectángulo es de 26 m. y la suma de sus catetos es 34 m. Hallar los catetos.

Sean x e y los catetos:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=34 \\ x^2+y^2=26^2 \end{array}\right\} y=34-x \Rightarrow x^2+(34-x)^2=26^2 \Rightarrow x^2+1156-68x+x^2=676$$

$$\Rightarrow 2x^2-68x+480=0 \Rightarrow x=\frac{68\pm\sqrt{4624-1920}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{68+28}{4}=48 \text{ no es posible} \\ x=\frac{68-28}{4}=10 \Rightarrow y=24 \end{cases}$$