Igualdades Notables

Cuadrado de una suma

$(a+b)^2 = a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2$

El cuadrado de una suma es igual al cuadrado del primer sumando más el doble producto del primero por el segundo más el cuadrado del segundo.

Ejemplos:

$(x+3)^2 = x^2 + 2\cdot x\cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$

$(3+2b)^2 = 3^2 + 2\cdot 3\cdot 2b + (2b)^2 = 9 + 12b + 4b^2$

Cuadrado de una diferencia (o de una resta)

$(a-b)^2 = a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2$

El cuadrado de una diferencia es igual al cuadrado del primero menos el doble producto del primero por el segundo más el cuadrado del segundo.

Ejemplos:

$(a-2)^2 = a^2 - 2\cdot a\cdot 2 + 2^2 = a^2 - 4a + 4$

$(2x-y)^2 = (2x)^2 - 2\cdot 2x\cdot y + y^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$

Diferencia de cuadrados

$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$

El producto de una suma por la diferencia de dos sumandos es igual a la diferencia de sus cuadrados.

Ejemplos:

$(x+2)\cdot(x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

$(2m-3)\cdot(2m+3) = (2m)^2 - 3^2 = 4m^2 - 9$

ATENCIÓN:

No tiene sentido, aunque se puede hacer, aplicar estas igualdades cuando se pueden realizar la operación expresada entre paréntesis. En ese caso, se deben realizar en primer lugar esa operación:

Ejemplos:

$(4+2)^2 = 6^2 = 36$

$(5x-2x)^2 = (3x)^2 = 9x^2$

Transformación de sumas en productos

Se trata de transformar expresiones en las que aparecen sumas o restas en otras en las que la operación principal es un producto. Como ves, en los dos primeros casos, se trata simplemente de leer las igualdades notables en sentido contrario al enunciado en la página anterior. Ten en cuenta que no siempre se puede hacer esta transformación, por lo tanto, son aplicables únicamente en los casos en que sea posible.

Transformar un trinomio de grado 2 en el cuadrado de una suma o una resta:

$a^2+2\cdot a\cdot b+b^2=(a+b)^2$ o bien $a^2-2\cdot a\cdot b+b^2=(a-b)^2$

Ejemplos:

$$x^2+6x+9=(x+3)^2$$
$$b^2-8b+16=(b-4)^2$$

Una diferencia de cuadrados es igual a la suma por diferencia:

$a^2-b^2=(a+b)\cdot(a-b)$

Ejemplos:

$$a^2-25=a^2-5^2=(a+5)\cdot(a-5)$$
$$9-m^2=3^2-m^2=(3+m)\cdot(3-m)$$

Sacar factor común

Se aplica cuando la variable aparece en todos los sumandos. En ese caso se puede escribir, elevada al menor exponente, como factor común que multiplica al polinomio con todos los grados restados en tantas unidades como tiene el exponente aludido. Si todos los coeficientes tienen algún divisor común, también se puede sacar factor común.

Ejemplos:

$$3x^4-2x^3+x^2-2x=x\left(3x^3-2x^2+x-2\right)$$
$$x^5-3x^3+x^2=x^2\left(x^3-3x+1\right)$$
$$3x^3-6x^2+9x=3x\left(x^2-2x+3\right)$$

1. **Desarrollar las siguientes expresiones, utilizando igualdades notables, cuando proceda:**

a. $(a+5)^2 =$
b. $(x-4)^2 =$
c. $(2a+1)^2 =$
d. $(m-3b)^2 =$
e. $(2x-2y)^2 =$
f. $(2x-x)^2 =$
g. $(3+5)^2 =$
h. $(2x-3)\cdot(2x+3)=$
i. $(2a+3b)(2a-3b)=$
j. $(2x+x)(2x-x)=$
k. $(a+b+c)^2 =$
l. $(1-x)(x+1)=$
m. $(a-b+c)^2 =$

2. **Transformar las siguientes expresiones en productos, cuando sea posible:**

a. $x^2+6x+9=$
b. $a^2-4a+4=$
c. $y^2-10y+25=$
d. $16+8b+b^2 =$
e. $b^2-6b+6=$
f. $x^2-16=$
g. $a^3-a^2 =$
h. $2m^4-4m^2+6m=$
i. $xy^2+xy-xy^3 =$
j. $z^2-9=$
k. $z^2+9=$
l. $x^2-5=$
m. $25-a^2 =$
n. $x^3-3x^2+2x=$
o. $b^3+b^2+b=$
p. $5b^4-10b^2 =$
q. $b^4-b^2 =$
r. $1+12x+36x^2 =$
s. $0.09-u^{32} =$
t. $x^4y^2-\frac{4}{9}x^2 =$
u. $z^2-at^2 =$
v. $m^2t^2-x^2 =$
w. $ax^2+2axy+ay^2 =$

3. **Simplificar todo lo posible:**

a. $x^2+6x-9=$
b. $xy^2+xy-3xy=$
c. $x^3-x^2+3x^2+x=$
d. $2x^3+8x^2+8=$
e. $2a^3b^2+4a^2b-6a^2b^2+6a^2b+4a^3b^2 =$
f. $7x^2y^2+49x^2+28x^2y=$