Ejercicio: Calcular el número de matrículas con 4 dígitos y 3 letras que hay.

Distinguimos 4 niveles independientes entre si:

A_1={1ª letra} → $n_1=27$

A_2={2ª letra} → $n_2=27$

A_3={3ª letra} → $n_3=27$

A_4={número de 4 dígitos} → $n_4=10000$

Luego en total hay $N=n_1\cdot\ n_3\cdot\ n_3\cdot\ n_4=27^3\cdot 10000=196.830.000$ matrículas diferentes

Ejercicio: Juan tiene 4 pantalones, 5 camisetas y 3 zapatos. ¿De cuantas formas diferentes puede vestir?

Tres prendas puede elegir, y son independientes puede ponerse cualquier zapato con cualquier pantalón y camiseta.

A_1={zapatos}→ $n_1=3$

A_2={camiseta}→ $n_2=5$

A_3={pantalones}→ $n_3=4$

Número de formas diferentes de vestir $=N=n_1\cdot n_2\cdot n_3=60$

Ejercicio: Tenemos una bolsa con 5 bolas de diferentes colores. De cuantas formas podemos extraer 3 bolas.

a) Con reemplazamiento

b) Sin reemplazamiento

a) Tres niveles independientes, pues al introducir la bola sacada la siguiente no depende del color de la sacada con anterioridad:

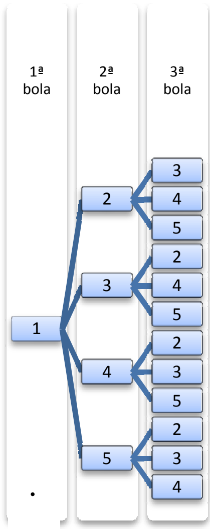
1ª bola → $n_1=5$

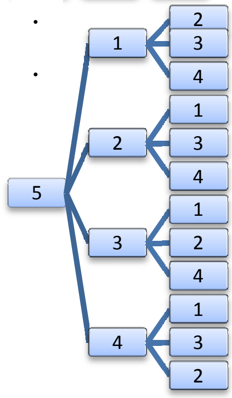
2ª bola → $n_2=5$

3ª bola → $n_3=5$

$N= n_1\cdot n_2\cdot n_3=5^3=125$ soluciones

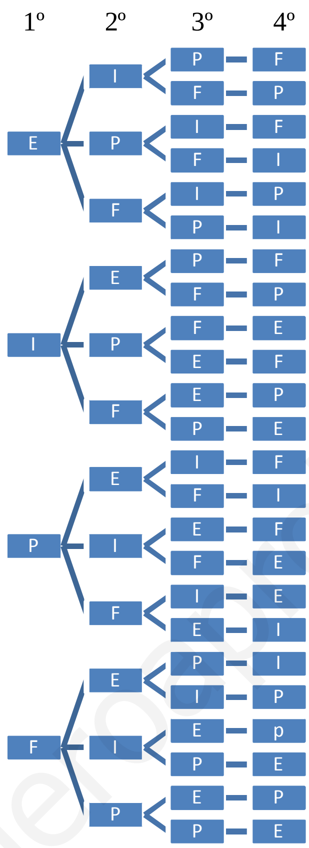
b) Ahora la bola sacada en 2ª posición si depende de la sacada en la 1ª… por ejemplo si esta la primera es roja, no puede ocurrir que la segunda vuelva a ser roja. Podemos ver el número de soluciones por diagrama de árbol





$N=n_1\cdot n_2\cdot n_3=5\cdot 4\cdot 3=60$

Ejercicio: En la Eurocopa del 2008 los equipos clasificados en semifinales son España, Francia, Italia, Portugal. Estudiar las posibles clasificaciones por diagrama de árbol.



N=24 posibilidades

Ejercicio. Tres nietos Alberto, Beatriz y Claudia van a ver a sus abuelos y este les dice "Escoged cada uno el libro que queráis de estos 10". ¿Cuántas formas distintas pueden hacer la elección?

Supongamos que elige

· 1º Alberto: 10 posibilidades

· 2ª Beatriz: 9 posibilidades

· 3ª Claudia: 8 posibilidades

Podemos hacer el diagrama de árbol y tendremos 3 niveles con 10, 9 y 8 posibilidades.

N=10·9·8=720 soluciones

Ejercicio: En un bar hay 6 ventanas que pueden estar abiertas (A) o cerrada (C) indistintamente. ¿Cuántas posiciones distintas pueden estar las ventanas?

Son 6 elecciones independientes, pues la posición de una ventana es independiente de la posición de otra. Como hay dos posibilidades, Abierto o Cerrado, el número de soluciones son por la regla del producto:

$N=n_1\cdot n_2\cdot n_3\cdot n_4\cdot n_5\cdot n_6=2^6=64$ posibilidades

Ejercicio: Luis, Carlos, Gonzalo, Paco y Jorge han quedado en encontrarse con Carmen, Elena, Marta y Cristina. Al encontrarse se saludan dándose 2 besos entre un chico y una chica. ¿Cuántos besos se dan?

Podemos distinguir 5 niveles que son distintas formas de obtener la solución:

A_1={besos de Luis} $n_1=2\cdot4=8$

A_2={besos de Carlos} $n_2=2\cdot4=8$

A_3={besos de Gonzalo} $n_3=2\cdot4=8$

A_4={besos de Paco} $n_4=2\cdot4=8$

A_5={besos de Jorge} $n_5=2\cdot4=8$

Aplicando la estrategia de la suma $N=n_1+n_2+n_3+n_4+n_5=5\cdot8=40$ besos

Ejercicio: ¿Cuántos partidos de Primera División se juegan con una temporada de Liga Española de Futbol?

Consideremos sólo la primera vuelta y luego multiplicamos por 2.

1. El primer equipo juega 19 partidos (contra los otros 19 equipos)→ 19
2. El 2º juega 19 pero de uno lo juega con el 1º que ya está contado→18
3. El 3º → 17 partidos

…

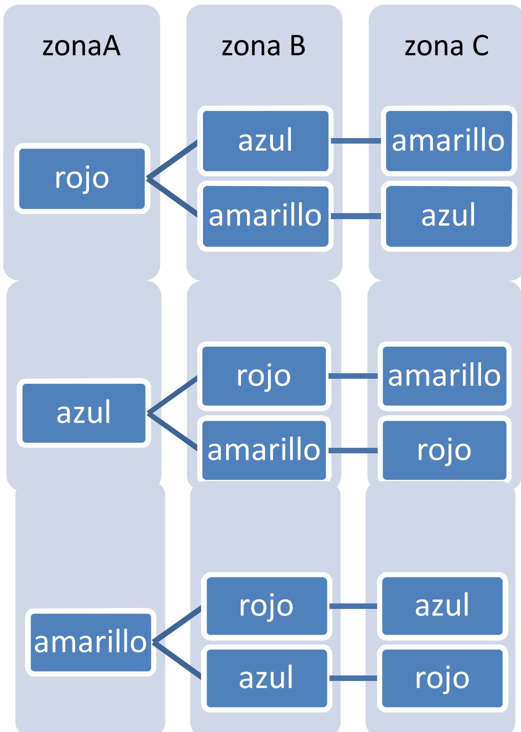
19. El 19º→ 1 partido
20. El 20º→ ya ha jugado todos en los anteriores

$$N=19+18+17+\ldots+2+1=\frac{1+19}{2}\cdot20=200 \text{ (regla de la suma)}$$

Luego ida y vuelta son 400 partidos

Otra forma diferente: Cada jornada son 10 partidos, como son 40 jornadas el número de partidos son $N=10\cdot40=400$ (regla del producto)

Ejercicio: Tenemos tres colores verde, rojo y azul para pintar una diana con tres zonas A, B y C. Cada zona debe tener un color diferente. ¿Y si tenemos 6 colores?



a) Por diagrama de árbol

$N=3\cdot2\cdot1=6$ posibilidades

b) Si tenemos 6 colores $N=6\cdot5\cdot4=120$

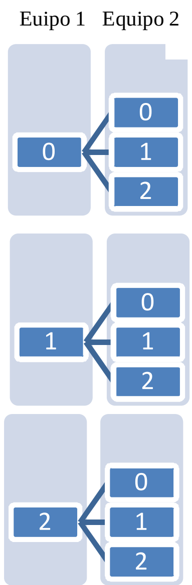
Ejercicio: En un bar tienen 5 tipo de zumos de fruta y 3 de café. ¿Cuántas combinaciones distintas se pueden hacer eligiendo un zumo y un café?. Si además añades elegir un bombón y tienen de dos sabores. ¿cuántas combinaciones tenemos ahora?.

a) Por la regla del producto, son 2 elecciones independientes: $N=n_1 \cdot n_2=5 \cdot 3=15$

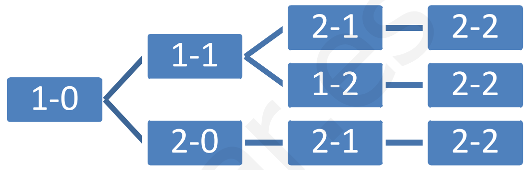
b) Igual pero con tres elecciones: $N=n_1 \cdot n_2 \cdot n_3=5 \cdot 3 \cdot 2=30$

Ejercicio: a) Se ha jugado un partido de futbol y sabemos que el resultado fue de empate a 2 goles (2-2). ¿Cuál será el resultado del partido en el descanso?. Escribir todas posibilidades:

$N=3 \cdot 3=9$



b) Si el descaso el resultado era de 1-0 ¿de cuantas formas pudo ir variando el resultado hasta llegar el 2-2?



3 formas diferente

Ejercicio: ¿cuántos números capicúas de tres cifras existen?. ¿y de cuatro? ¿y de cinco?

a) De tres: ____A____ ____B____ ____A____

Son dos números que tenemos que elegir para hacer uno capicúa, el de la posición central y el de los extremos. Son independientes entre si, ya que la dependencia la hemos puesto haciendo que el inicial y el final sean el mismo.

A_1={cifra A}→ $n_1=9$ posibilidades (el cero no puede ser sino de 2 cifras)

A_2={cifra B}→ $n_2=10$ posibilidades.

Aplicamos la regla del producto : $N=n_1 \cdot n_2=9 \cdot 10=90$

b) De 4 cifras: ____A____ ____B____ ____B____ ____A____

A_1={cifra A}→ $n_1=9$ posibilidades (el cero no puede ser sino de 2 cifras)

A_2={cifra B}→ $n_2=10$ posibilidades.

Aplicamos la regla del producto : $N=n_1 \cdot n_2=9 \cdot 10=90$

c) De 4 cifras: __A__ __B__ __C__ __B__ __A__

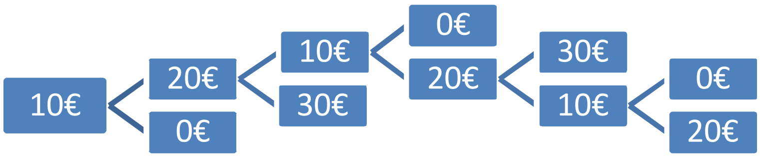
A_1={cifra A}→ $n_1=9$ posibilidades (el cero no puede ser sino de 2 cifras)

A_2={cifra B}→ $n_2=10$ posibilidades.

A_3={cifra C}→ $n_2=10$ posibilidades.

Aplicamos la regla del producto : $N=n_1 \cdot n_2 \cdot n_3=9 \cdot 10 \cdot 10=900$

Ejercicio: Carlos va a un casino con 10€. Apuesta como máximo 5 veces hasta que o bien se queda sin dinero o gana 30€. Escribe todos los posibles resultados que se pueden dar:



6 posibles resultados

Ejercicio: Tenemos que dibujar una bandera con tres franjas horizontales con diferentes colores (como la Italiana) y tenemos 5 colores distintos. ¿Cuántas banderas diferentes podemos pintar?

Tenemos que agrupar 5 colores de 3 en 3 tal que:

- Influye el orden: banderas con mismos colores pero distinto orden son diferentes.
- No hay repetición: cada franja tiene distinto color, pues es una imposición del problema.

Es una variación de 5 elementos de 3 en 3. $V_{5,3}=5\cdot4\cdot3=60$ banderas distintas.

Ejercicio: Claudia, Javier y Mónica se quieren sentar en 3 asientos de clase.¿De cuántas formas es posible?

Tenemos 3 sillas para 3 personas, es decir ver las formas de ordenar 3 personas de 3 en 3, donde influye el orden y no se puede repetir, es decir una persona no ocupa más que una silla.

$P_3=3!=3\cdot2\cdot1=6$ posibilidades

Ejercicio: ¿Cuántas quinielas diferentes se pueden hacer?

Hay 3 elementos (1,x,2) y tenemos que agruparlos de 15 en 15 que es el número de partidos, tal que

- Si influye el orden, ya que el lugar donde coloquemos los símbolos es importante.
- Se pueden repetir, ya que podemos poner 1,x,2 las veces que deseemos.

$VR_{3,15}=3^{15}=14.348.907$ quinielas

Ejercicio: ¿cuántos números de 4 cifras se pueden formar con cifras impares?

Tenemos 5 cifras (1,3,5,7,9) y queremos colocarlas de 4 en 4 tal que se pueden repetir e influye el orden.

$VR_{5,4}=5^4=625$

Ejercicio: ¿Cuántos resultados distintos podemos obtener se tiramos un dado 4 veces?

En el dado hay 6 resultados posibles (1,2,3,4,5,6). Tenemos que ver las distintas formas de agrupar 6 elementos de 4 en 4, tal que influye el orden y se pueden repetir:

$VR_{6,4}=6^4=1296$

Ejercicio: Tenemos 6 puntos en el espacio de tal modo que no hay tres alineados ni cuarto coplanarios. ¿Cuántas rectas podemos trazar uniendo dos puntos? ¿Cuántos planos que pasen por tres de ellos?

a) Rectas→ por dos puntos pasan una recta. Hay que ver las formas de organizar los 6 puntos de 2 en 2, tal que:

- No se puede repetir los puntos, ya que entonces tendríamos sólo un punto
- El orden da igual, ya que sea cual sea el orden tenemos una única recta.

$$C_{6,2}=\binom{6}{2}=\frac{6!}{4!\cdot 2!}=\frac{6\cdot 5\cdot 4!}{4!\cdot 2}=15$$

b) planos→ por 3 puntos pasan un plano. Hay que ver las formas de organizar los 6 puntos de 3 en 3, tal que:

- No se puede repetir los puntos
- El orden da igual, ya que sea cual sea el orden tenemos una único plano.

$$C_{6,3}=\binom{6}{3}=\frac{6!}{3!\cdot 3!}=\frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3!}{3!\cdot 3!}=20$$

Ejercicio: ¿Cuántas posibles mezclas de dos colores en idénticas cantidades se pueden hacer con 8 tarros de pintura de distintos colores?

Son 8 colores agrupados de 2 en 2 tal que no podemos elegir el mismo (no se repiten) y el orden da igual, rojo+azul es lo mismo que azul+rojo.

$$C_{8,2}=\binom{8}{2}=\frac{8!}{2!\cdot 6!}=\frac{8\cdot 7\cdot 6!}{2!\cdot 6!}=28\ \textit{mezclas}$$

¿Mezclas de 3 colores? $C_{8,3}=\binom{8}{3}=\frac{8!}{3!\cdot 5!}=\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5!}{3!\cdot 5!}=56\ \textit{mezclas}$

¿Mezclas de 4 colores? $C_{8,4}=\binom{8}{4}=\frac{8!}{4!\cdot 4!}=\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{4!\cdot 4!}=70\ \textit{mezclas}$

En una bolsa con 6 bolas calcular el número de formas de extraer 3 bolas si

a) Se extraen de 1 en 1 sin reeplazamiento

Elegir de 6 elementos de 3 en 3 tal que no se repiten (no hay reemplazamiento) e influye el orden, no es lo mismo sacar la bola 1 en la primera que en la segunda extracción. → $V_{6,3}=6\cdot 5\cdot 4=120$

b) Se extraen de 1 en 1 con reemplazamiento

Elegir de 6 elementos de 3 en 3 tal que se pueden repetir (hay reemplazamiento) e influye el orden, no es lo mismo sacar la bola 1 en la primera que en la segunda extracción. → $VR_{6,3}=6^3=216$

c) Se extraen a la vez

Elegir de 6 elementos de 3 en 3 tal que no se repiten (no hay reemplazamiento) y no influye el orden ya que se sacan todas a la vez→ $C_{6,3}=\binom{6}{3}=\frac{6!}{3!\cdot 3!}=\frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3!}{3!\cdot 3!}=20$

Ejercicios

Para formar un equipo de baloncesto hacen falta 5 jugadores y el entrenador dispone de 10 jugadores. a)¿Cuántos jugadores distintos pueden formar?. b) ¿y si dos jugadores son fijos?

a) Tenemos que elegir 5 jugadores de los 10 de tal forma que:

- No hay repetición (cada jugador ocupa un puesto)
- No influye el orden (da igual como elijamos los 5)

Combinación de 10 elementos de 5 en 5→ $C_{10,5} = \binom{10}{5} = \frac{10!}{5!5!} = 252$ equipos

b) Como dos son 2 fijos. Tenemos que elegir 3 jugadores 8 tal que:

- No hay repetición (cada jugador ocupa un puesto)
- No influye el orden (da igual como elijamos los 3)

Combinación de 8 elementos de 3 en 3→ $C_{8,3} = \binom{8}{3} = \frac{8!}{5!3!} = 56$ equipos

Se van a celebrar elecciones en la Asociación de padres y hay que elegir al presidente, secretario y tesorero. ¿De cuantas maneras se pueden elegir estos tres cargos, si se presentan 8 candidatos?

Tenemos que elegir 3 padres de los 8 de tal forma que:

- No hay repetición (cada padre ocupa un solo cargo)
- Influye el orden (son cargos distintos)

Variación de 8 elementos de 3 en 3→ $V_{8,3}=8\cdot7\cdot6=336$ formas de elegir cargos

Se van a repartir tres regalos entre 6 personas, Calcular las formas que se pueden repartir si:

a) Los regalos son distintos y no puede tocarle más que un regalo por persona

b) Los regalos son iguales y no puede tocarle más de un regalo por persona

c) Los regalos son distintos y puede tocar a más de un regalo a la misma persona.

a) Tenemos que elegir 3 niños de los 6 de tal forma que:

- No hay repetición (un regalo para cada niño)
- Influye el orden (son regalos distintos)

Variación de 6 elementos de 3 en 3→ $V_{6,3}=6\cdot5\cdot4=120$ formas de repartir los regalos

b) Tenemos que elegir 3 niños de los 6 de tal forma que:

- No hay repetición (un regalo para cada niño)
- No influye el orden (son regalos iguales)

Combinación de 6 elementos de 3 en 3→ $C_{6,3}=\binom{6}{3} = 20$ formas de repartir los regalos

c) Tenemos que elegir 3 niños de los 6 de tal forma que:

- Puede haber repetición (puede tocar varios regalos a un niño)
- Influye el orden (son regalos distintos)

Variación con repetición de 6 elementos de 3 en 3→$VR_{6,3}=6^3=216$ formas de repartirlos

¿De cuantas formas se pueden sentar tres personas en un banco de 5 asientos?

Tenemos que elegir 3 puestos del banco de los 5 de tal forma que:

- No hay repetición (un puesto para cada persona)
- Influye el orden (son puestos distintos)

Variación de 5 elementos de 3 en 3→ $V_{5,3}=5\cdot4\cdot3=60$ formas de sentarse

Las 28 fichas de un dominó se reparten entre cuatro jugadores. ¿cuántos juegos distintos puede tener cada jugador?

Tenemos que elegir 7 fichas de las 28 de tal forma que:

- No hay repetición (las fichas son distintas)
- No influye el orden (da igual el orden en el que se eligen las 7 fichas)

Combinación de 28 elementos de 7 en 7→ $C_{28,7}=\binom{28}{7}=1184040$ formas de elegir las fichas.

a)¿De cuantas formas se pueden ordenar las letras de las palabras PALOTE?. b)¿Cuántas empiezan por P?, c) ¿En cuántas de ellas ocupan las consonantes los lugares impares y las vocales las pares?

a) Tenemos que ordenar 6 letras tal que:

- No hay repetición (las letras son distintas)
- Influye el orden (según el orden son palabras distintas)

Permutación de 6 elementos $P_6=6!=720$ palabras distintas.

b) Tenemos que ordenar 5 letras (la P es fija) tal que:

- No hay repetición (las letras son distintas)
- Influye el orden (según el orden son palabras distintas)

Permutación de 5 elementos $P_5=5!=120$ palabras distintas.

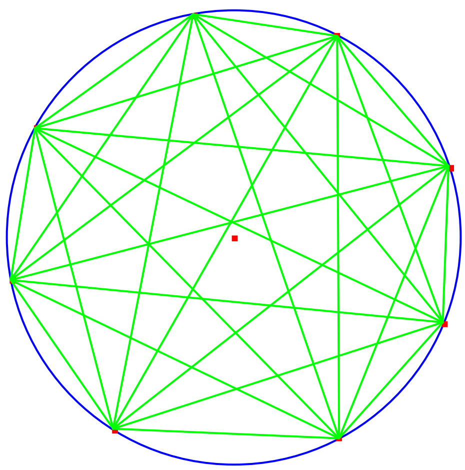
c) Tenemos dos niveles:

A_1={colocar las consonantes}→$n_1=P_3=3!=6$

A_2={colocar las vocales}→$n_2=P_3=3!=6$

Como son niveles independientes tenemos que por la regla del producto el número de soluciones son $N=n_1\cdot n_2=36$ palabras distintas

Señala 8 puntos distintos en una circunferencia. Traza las cuerdas que unen cada punto con todos los demás. ¿Cuántas cuerdas son?



Tenemos que agrupar los 8 puntos de 2 en 2, tal que

- No hay repetición (segmento formado por puntos distintos)
- No influye el orden (da igual segmento AB que BA)

Combinación de 8 elementos de 2 en 2: $C_{8,2}=\binom{8}{2}=28$ cuerdas distintas.

Cuántos triángulos se pueden hacer de modo que tengan los vértices en los puntos de estas redes:

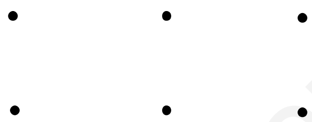
a)

Tenemos que agrupar los 4 puntos de 3 en 3, tal que:

- No se pueden repetir los puntos
- No influye el orden, 3 puntos dan un triángulo independientemente como los unamos

Combinación de 4 elementos de 3 en 3 → $C_{4,3}=4$ triángulos diferentes

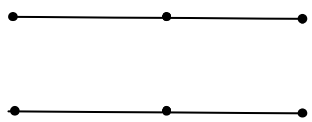
b)



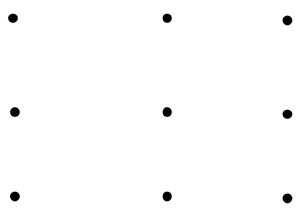
Tenemos que agrupar los 6 puntos de 3 en 3, tal que:

- No se pueden repetir los puntos
- No influye el orden, 3 puntos dan un triángulo independientemente como los unamos

Combinación de 6 elementos de 3 en 3 → $C_{6,3}=20$ triángulos diferentes. Pero tenemos 2 agrupaciones de 3 puntos que no nos generan un triángulo, luego realmente son 18 triángulos diferentes.



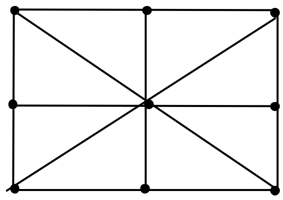
c)



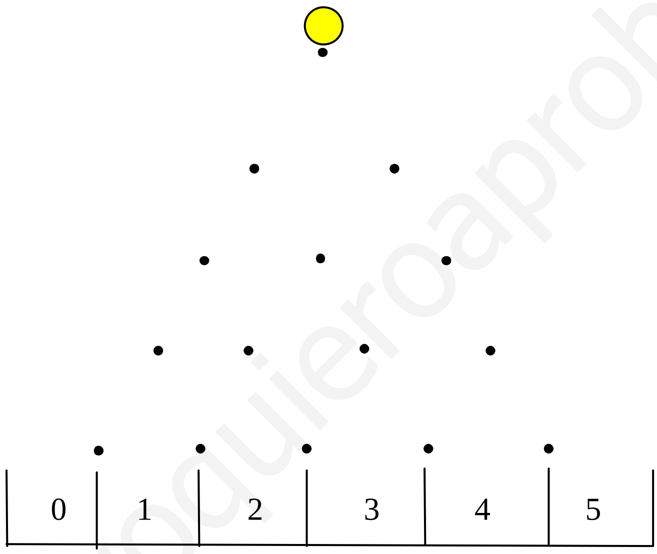
Tenemos que agrupar los 9 puntos de 3 en 3, tal que:

- No se pueden repetir los puntos
- No influye el orden, 3 puntos dan un triángulo independientemente como los unamos

Combinación de 9 elementos de 3 en 3 → $C_{9,3}$ =84 triángulos diferentes. Pero tenemos 8 agrupaciones de 3 puntos que no nos generan un triángulo, luego realmente son 76 triángulos diferentes.



¿Cuántos caminos hay para ir del inicio a los 5 cajetines?



0) Para llegar a la posición 0, tenemos que en cada nivel ir siempre a la izquierda. Luego de los 5 niveles tenemos que elegir 5 en los que la moneda va a la izquierda tal que :
    - No hay repetición, ya que sólo se gira una vez en cada nivel
    - No influye el orden ya que independientemente en el que elijamos este se realiza siempre primero en el primer nivel, luego en el segundo…

    Combinación de 5 elementos de 5 en 5 → $C_{5,5}$=1 camino

1) Para llegar a la posición 1, tenemos que en 4 niveles ir a la izquierda. Luego de los 5 niveles tenemos que elegir 4 en los la moneda va a la izquierda tal que :
    - No hay repetición, ya que sólo se gira una vez en cada nivel
    - No influye el orden ya que independientemente en el que elijamos este se realiza siempre primero en el primer nivel, luego en el segundo…

Combinación de 5 elementos de 4 en 4 → $C_{5,4}$=5 caminos

2) Para llegar a la posición 2, tenemos que en 3 niveles ir a la izquierda. Luego de los 5 niveles tenemos que elegir 3 en los la moneda va a la izquierda tal que :
   - No hay repetición, ya que sólo se gira una vez en cada nivel
   - No influye el orden ya que independientemente en el que elijamos este se realiza siempre primero en el primer nivel, luego en el segundo…

   Combinación de 5 elementos de 3 en 3 → $C_{5,3}$=10 caminos

3) Para llegar a la posición 3, tenemos que en 2 niveles ir a la izquierda. Luego de los 5 niveles tenemos que elegir 2 en los la moneda va a la izquierda tal que :
   - No hay repetición, ya que sólo se gira una vez en cada nivel
   - No influye el orden ya que independientemente en el que elijamos este se realiza siempre primero en el primer nivel, luego en el segundo…

   Combinación de 5 elementos de 2 en 2 → $C_{5,2}$=10 caminos

4) Para llegar a la posición 4, tenemos un sólo 1 nivel en el que va a la izquierda. Luego de los 5 niveles tenemos que elegir 1 en donde la moneda va a la izquierda tal que :
   - No hay repetición, ya que sólo se gira una vez en cada nivel
   - No influye el orden ya que independientemente en el que elijamos este se realiza siempre primero en el primer nivel, luego en el segundo…

   Combinación de 5 elementos de 1 en 1 → $C_{5,1}$=5 caminos

5) Para llegar a la posición 5, tenemos en ningún nivel va a la izquierda. Luego de los 5 niveles tenemos que elegir 0 en donde la moneda va a la izquierda tal que :
   - No hay repetición, ya que sólo se gira una vez en cada nivel
   - No influye el orden ya que independientemente en el que elijamos este se realiza siempre primero en el primer nivel, luego en el segundo…

   Combinación de 5 elementos de 0 en 0 → $C_{5,0}$=1 caminos

En una pizzería preparan pizzas con al menos 4 ingredientes. Si disponemos de 6 tipos de ingredientes. ¿Cuántos tipos de pizza se pueden preparar?. Pueden hacer las pizzas de 4, 5 o 6 ingredientes.

Tres formas de hacer las pizzas:

A_1={con 4 ingredientes} Formas de elegir 4 ingredientes de los 6 tal que no se repiten y da igual el orden→ $n_1=C_{6,4}$=15 pizzas diferente con 4 ingredientes

A_2={con 5 ingredientes} Formas de elegir 5 ingredientes de los 6 tal que no se repiten y da igual el orden→ $n_2=C_{6,5}$=6 pizzas diferentes con 5 ingredientes

A_3={con 6 ingredientes} Formas de elegir 6 ingredientes de los 6 tal que no se repiten y da igual el orden→ $n_3=C_{6,6}$=1 pizza diferente con 6 ingredientes

Como son soluciones diferentes y no tienen soluciones en común entonces podemos aplicar la regla de la suma:

$N=n_1+n_2+n_3=15+6+1=22$ pizzas diferentes

Escribe como cociente de números factoriales.

a) $7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3=\frac{7!}{2!}$
b) $19\cdot18\cdot17=\frac{19!}{16!}$
c) $n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)=\frac{n!}{(n-4)!}$
d) $(n+1)\cdot n\cdot(n-1)=\frac{(n+1)!}{(n-2)!}$
e) $(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-9)=\frac{(n-1)!}{(n-10)!}$

Resolver las siguientes ecuaciones

a) $V_{x,2}=7x \rightarrow x\cdot(x-1)=7x \rightarrow x\cdot(x-1-7)=0 \rightarrow x=0$, $\mathbf{x=8}$. El valor de x=0 no es una posible solución, pues x es el número de elementos, que ha de ser por lo menos igual a 2.
b) $VR_{x,2}-V_{x,2}=8 \rightarrow x^2-x\cdot(x-1)=8 \rightarrow$ $\mathbf{x=8}$
c) $V_{x,2}-V_{x-2,2}=62 \rightarrow x(x-1)-(x-2)(x-3)=62 \rightarrow 4x-6=0 \rightarrow$ **x=3/2. No es solución**
d) $VR_{x,2}-V_{x,2}=8 \rightarrow x^2-x\cdot(x-1)=8 \rightarrow$ $\mathbf{x=8}$

Calcular

$$\binom{8}{0}+\binom{8}{1}+\binom{8}{2}+\ldots+\binom{8}{8}=2^8 \text{ (P5)}$$

Resolver sin desarrollar

a) $\binom{8}{3}+\binom{8}{x}=\binom{9}{4} \rightarrow x=4$ (P4)

b) $\binom{11}{3}+\binom{11}{x}=\binom{12}{3} \rightarrow x=2$ (P4)

c) $\binom{17}{x}=\binom{17}{x+1} \rightarrow x=x+1$ (no solución) y $x+x+1=17 \rightarrow x=8$ (P3)

Veamos si es solución $x=8 \rightarrow \binom{17}{8}=\binom{17}{9}$. Si pues los números de abajo son enteros menores que 17

$\binom{39}{5+2x}=\binom{39}{2x-2} \rightarrow 5+2x=2x-2$ (no solución) (P3)$\rightarrow 5+2x+2x-2=39$ $\rightarrow x=9$ Veamos si es solución que $x=9 \rightarrow \binom{39}{23}=\binom{39}{16}$. Si pues los números de abajo son enteros menores que 39

d) $\binom{33}{x}+\binom{33}{x+y}=\binom{34}{5} \rightarrow$ (P4) dos soluciones: $\begin{cases} x=4,\ y=1 \\ x=5,\ y=-1 \end{cases}$

Calcular x en las siguientes expresiones:

a) $\binom{10}{3}=\binom{10}{x}$ →Dos soluciones: la trivial x=3 y x=7, pues 7+3=10 (P3)

b) $\binom{x}{7}=\binom{x}{8}$ → x=15 pues así 7+8=15 (P3)

c) $\binom{9}{2}=\binom{9}{x-2}$ →Dos soluciones: la trivial 2=x-2→ x=4, y 2+x-2=9 →x=9 (P3)

d) $\binom{11}{5}+\binom{11}{x}=\binom{12}{5}$ → Por P4 x=4

e) $\binom{13}{x}=\binom{13}{x-1}$ → x=x-1 no solución. Luego por P3 x+x-1=13 → x=7

f) $\binom{18}{7}+\binom{x}{8}=\binom{19}{8}$ → P4 se cumple x=18

g) $\binom{25}{3+2x}=\binom{25}{x-2}$ Dos posibles soluciones

a) 3+2x=x-2 →x=-5 $\binom{25}{-7}=\binom{25}{-7}$ que no es solución pues el número de abajo ha de ser positivo.

b) 3+2x+x-2=25 →x=8 $\binom{25}{19}=\binom{25}{6}$ Luego x=8 si es solución

h) $\binom{17}{3x-2}=\binom{17}{x-1}$ →3x-2=x-1→ x=1/2 $\binom{17}{-1/2}=\binom{17}{-1/2}$ No solución

Por la propiedad 3: 3x-2+x-1=17 →x=5 $\binom{17}{13}=\binom{17}{4}$ Si solución

j) $\binom{23}{x}+\binom{23}{y}=\binom{24}{8}$ →P4. $\begin{cases} x=7 & y=8 \\ x=8 & y=7 \end{cases}$

k) $\binom{19}{x}+\binom{19}{x+1}=\binom{20}{7}$ → x=6

40. pag 237. Simplifica las siguientes expresiones

a) $\frac{x!}{(x-2)!} = \frac{x\cdot(x-1)\cdot(x-2)!}{(x-2)!} = x\cdot(x-1) = x^2 - x$

b) $\frac{(x+1)!}{(x-1)!} = \frac{(x+1)\cdot x\cdot(x-1)!}{(x-1)!} = (x+1)\cdot x = x^2 + x$

c) $\frac{4x!}{3\cdot(x-1)!} = \frac{4x\cdot(x-1)!}{3\cdot(x-1)!} = \frac{4}{3}x$