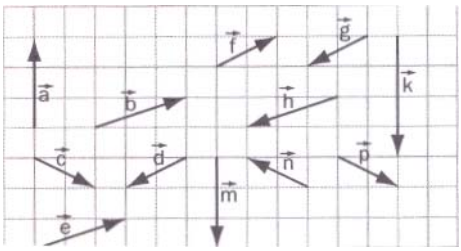
VECTORES. Actividades

1. Dados los vectores de la figura, decide cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas:

1) $\vec{a} = \vec{m}$ 2) $\vec{m} = -\vec{k}$ 3) $\vec{b} = -\vec{h}$

4) $\vec{b} = \vec{e}$ 5) $\vec{f} = -\vec{g}$ 6) $\vec{g} = \vec{d}$

7) $\vec{b} = -\vec{n}$ 8) $\vec{c} = -\vec{p}$ 9) $\vec{n} = \vec{p}$

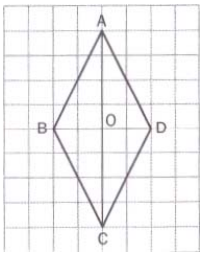


2. Dados los vectores de la figura anterior, dibuja los vectores:

$\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b}$ $\vec{v} = -\vec{c} + 3\vec{d}$ $\vec{w} = 2\vec{e} + \vec{f} - 3\vec{g}$ $\vec{x} = -\vec{h} + \vec{m} - 2\vec{n}$

$\vec{y} = -2\vec{k} + \vec{p} + 4\vec{g} + \vec{a} - \vec{b}$ $\vec{z} = \vec{m} + \vec{a} - 3\vec{c}$ $\vec{t} = 3\vec{b} - \vec{e} + 2\vec{h}$

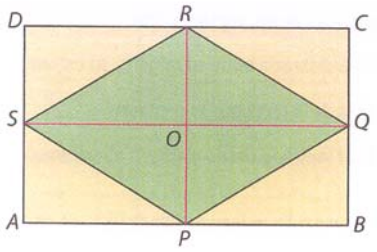
3. Dado el rombo de vértices ABCD, completa las siguientes igualdades:



$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO}$ $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$ $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}$

4. A partir de los elementos que se indican en la siguiente composición geométrica:



a) Localiza todos los vectores que sean equipolentes al vector $\overrightarrow{AS}$

b) Expresa los vectores $\overrightarrow{SQ}$, $\overrightarrow{SO}$, $\overrightarrow{RP}$, y $\overrightarrow{PR}$ en forma de combinaciones lineales de los vectores. $\overrightarrow{SP}$ y $\overrightarrow{SR}$

c) Señala todos los vectores que tengan el mismo módulo que $\overrightarrow{AP}$.

d) Indica todas las ternas de puntos que se encuentren alineados.

5. Calcula el resultado de las operaciones efectuadas con los vectores libres de esta ilustración:

a) $\vec{a} + \vec{e} - \vec{g}$

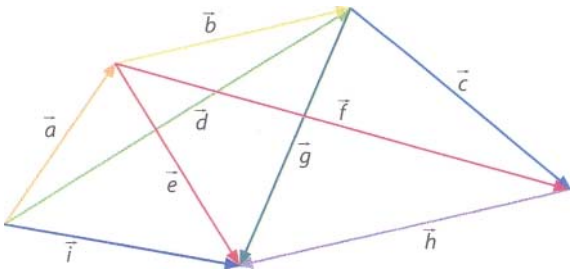
b) $\vec{e} - \vec{g} + \vec{c}$

c) $\vec{i} - \vec{h} - \vec{c} - \vec{b}$

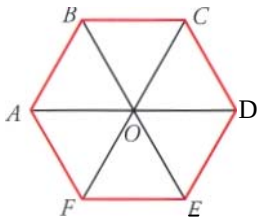
d) $\vec{c} - \vec{f} + \vec{e}$

e) $\vec{b} + \vec{c} + \vec{h}$

f) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{h}$



6. Representa en este hexágono los siguientes vectores:



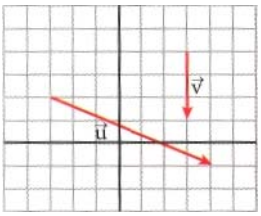
a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}$

b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AF}$

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

d) $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AF}$

e) $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BC}$



7. a) ¿Cuáles son las componentes de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$?

b) Dibuja el vector $\vec{u}+\vec{v}$ y di cuáles son sus coordenadas.

8. Calcula los valores de m y n, sabiendo que el vector de origen, A(2, m - 2), y el del extremo, B(3n, 5), tienen de componentes (-5, 6).

9. Considerando los puntos A(3, -2) y B(-4, 5) y el vector $\vec{u}$ = (1, 6), halla las coordenadas de los siguientes puntos y vectores:

a) El punto C si el vector $\overrightarrow{AC}$ es equipolente con $\vec{u}$.

b) El punto D si $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\vec{u}$.

c) El punto E, que es punto medio del segmento $\overline{AB}$.

d) El vector $\vec{v}=2\cdot\overrightarrow{AB}$

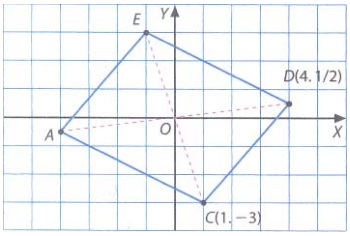
e) El vector $\overrightarrow{AF}$, que es equipolente con $-\vec{u}$

f) El vector $\vec{w}=\vec{u}-\overrightarrow{AB}$.

g) El origen, F, de $\vec{u}$ si su extremo es B.

h) El extremo, G, de $\vec{u}$ si su origen es A.

10. Dibuja en tu cuaderno un cuadrilátero cuyos vértices sean A(1, 2), B(-1, 2), C(-1, -3) y D(2, -3) y señala los puntos medios de los lados. Calcula las coordenadas de dichos puntos y demuestra que son los vértices de un paralelogramo.(Ayuda: comprueba que los puntos medios de los lados del cuadrilátero determinan dos pares de vectores equipolentes).



11. Calcula las coordenadas de los vértices A y E del siguiente paralelogramo:

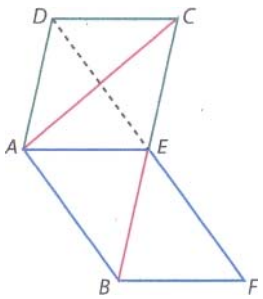
12. Calcula m para que el vector $\vec{u}$ =(m + 1, 2m):

a) Sea unitario. b) Tenga de módulo 2.

13. Dibuja en el plano cartesiano los puntos A(-2, 5) y B(1, -3) y otros tres puntos, P, Q y R, de modo que se cumpla que $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ}=3\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AR}=4\overrightarrow{AB}$. Calcula las coordenadas de P, Q y R.

14. Las componentes de $\overrightarrow{AB}$ son (-2, 3), y el punto A(3, 4). ¿Qué coordenadas tiene el punto B?

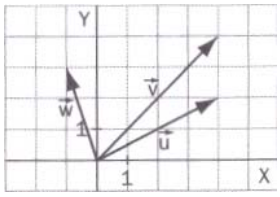
15. En la ilustración se ha dibujado un triángulo, ABC, y dos paralelogramos, AECD y AEFB, que tienen un vértice en el punto medio, E, del lado BC. Se sabe que A(3, 4), B(5, -1) y E(7, 3).



a) Establece las coordenadas de C, D y F.

b) Calcula las componentes de los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{ED}$ y $\overrightarrow{EC}$

16. Dados los vectores de la figura, calcula el valor de las siguientes operaciones:



a) $\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{u}\cdot\vec{w}$

b) $\vec{u}\cdot(\vec{v}+\vec{w})-\vec{w}\cdot(\vec{u}-\vec{v})$

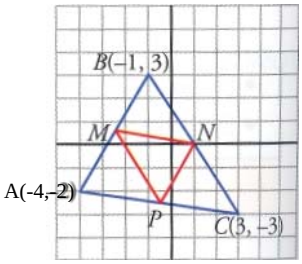
c) $\vec{u}\cdot(2\vec{v}+3\vec{w})-\vec{w}\cdot(3\vec{u}-2\vec{v})$

17. Calcula el módulo de los siguientes vectores: a) $\vec{u}$ = (3, 4) b) $\vec{v}$ = (-6, 8) c) $\vec{w}$ = (-24, -32)

18. Consideramos los vectores $\vec{u}$ = (2, -2) y $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j}$. Dibújalos y calcula el ángulo que forman.

19. Calcula un vector unitario $\vec{v}$ que tenga la misma dirección que el vector $\vec{u}$ = (16, -30).

20. Calcula un vector unitario $\vec{v}$ que sea ortogonal al vector $\vec{u}$ = (15, -8).



21. a) Determina las coordenadas de los puntos M, N y P que son los puntos medios de los lados del triángulo ABC.

b) Halla las coordenadas de los vectores $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MP}$ y $\overrightarrow{PN}$ y comprueba que $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{PN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$,

22. Averigua el valor de k para que se cumpla: $(6/5, -2) = k(-3, 5)$

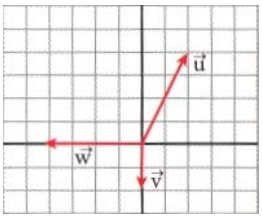
23. Dados los vectores $\vec{u}$ = (3, 2), $\vec{v}$ = (x, 5) y $\vec{w}$ = (8, y), calcula *x* e *y* para que se verifique: $2\vec{u} - \vec{v} = \vec{w}$

24. Comprueba, en cada caso, si los puntos dados están alineados:
a) A(-1, 3), B(-2 , 2), C(-4, -2)
b) A(1, 0), B(-3, -2), C(5, 2)

25. Calcula m para que los puntos R(5,-2), S(-1, 1) y T(2, m) estén alineados.

26. Halla, en cada caso, el punto simétrico de A(-3, -5) respecto de: a) P(-2, 0) b) Q(2, -3)

27. El punto medio de un segmento es M(0, -3) y uno de sus extremos es (7, 2). ¿Cuál es el otro extremo?



28. a) Cuáles son las componentes de los vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$?

b) Calcula m y n de modo que se cumpla: $\vec{w} = m\vec{u} + n\vec{v}$

29. Halla las componentes de un vector $\vec{w}$ que verifique la siguiente igualdad:
$-2\vec{w} = 3\vec{u} - \frac{5}{2}\vec{v}$ *con* $\vec{u} = (-2, 1)$, $\vec{v} = (4, -2)$

30. Los puntos A(-3, 1), B(1, -3) y C(4, 3) son tres vértices de un paralelogramo. Halla:
a) El vértice D opuesto a B.
b) Comprueba que las diagonales se cortan en el punto medio de ambas.

31. Calcula el valor de *x* para que el vector libre $\vec{u} = (x, x+1)$ sea unitario.

32. Calcula el valor de *x* para que los vectores $\vec{a} = (x+3, 4)$ *y* $\vec{b} = (2, x-2)$ tengan igual módulo.

33. Calcula mediante operaciones vectoriales un punto D que forme un rectángulo con los puntos A(-3, -2), B(3, -2), C(3, 6). Calcula la longitud de los lados del rectángulo y la longitud de sus diagonales.

SOLUCIONES

1. Son verdaderas: 3, 4, 5 y 6

2.

3. $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OO}$, $\overrightarrow{OO}$, $\overrightarrow{CB}$

4. **a)** $\overrightarrow{SD}$, $\overrightarrow{PO}$, $\overrightarrow{OR}$, $\overrightarrow{BQ}$, $\overrightarrow{QC}$ **b)** $\overrightarrow{SQ}=\overrightarrow{SP}+\overrightarrow{SR}$, $\overrightarrow{SO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{SP}+\frac{1}{2}\overrightarrow{SR}$, $\overrightarrow{RP}=\overrightarrow{SP}-\overrightarrow{SR}$, $\overrightarrow{PR}=-\overrightarrow{SP}+\overrightarrow{SR}$

c) $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{BP}$, $\overrightarrow{SO}$, $\overrightarrow{OS}$, $\overrightarrow{OQ}$, $\overrightarrow{QO}$, $\overrightarrow{DR}$, $\overrightarrow{RD}$, $\overrightarrow{RC}$, $\overrightarrow{CR}$ **d)** *A,P,B ; S, O, Q; D, R, C; A, S, D; P, O, R; B, Q, C*

5. **a)** $\vec{d}$ **b)** $\vec{f}$ **c)** $\vec{a}$ **d)** $\vec{g}$ **e)** $\vec{e}$ **f)** $\vec{i}$

6. **a)** $\overrightarrow{AO}$ **b)** $\overrightarrow{AD}$ **c)** $\overrightarrow{AO}$ **d)** $\overrightarrow{AE}$ **e)** $\overrightarrow{AD}$

7. **a)** $\vec{u}=(7,-3)$, $\vec{v}=(0,-3)$ b) $\vec{u}+\vec{v}=(7,-6)$

8. $m=1$, $n=-1$

9. a) $C(4,4)$ b) $D(11,-3)$ c) $E(-1/2,3/2)$ d) $\vec{v}=(-14,14)$ e) $\overrightarrow{AF}=(-1,-6)$ f) $\vec{w}=(8,-1)$ g) $F(-5,-1)$ h) $G(4,4)$

10. $M(0,2)$, $N(-1,-1/2)$, $P(1/2,-3)$, $Q(3/2,-1/2)$ $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{QP}=(-1,-5/2)$

11. $E(-1,3)$, $A(-4,-1/2)$

12. **a)** $m=0$, $m=-2/5$ **b)** $m=-1$, $m=9/5$

13. $P(4,-11)$, $Q(7,-19)$, $R(10,-27)$

14. $B(1,7)$

15. **a)** $C(9,7)$, $D(5,8)$, $E(9,-2)$ **b)** $\overrightarrow{AB}=(2,-5)$, $\overrightarrow{AD}=(2,4)$, $\overrightarrow{AC}=(6,3)$, $\overrightarrow{AF}=(6,-6)$
$\overrightarrow{EB}=(-2,-4)$, $\overrightarrow{EF}=(2,-5)$, $\overrightarrow{EA}=(4,-1)$, $\overrightarrow{ED}=(-2,-5)$, $\overrightarrow{EC}=(2,4)$

16. **a)** 26 **b)** 32 **c)** 64

17. **a)** 5 **b)** 10 **c)** 40

18. $\alpha \cong 18.43^{o}$

19. $\vec{v}=(8/17,-15/17)$

20. $\vec{v}=(8/17,15/17)$

21. **a)** $M(-5/2,1/2)$, $N(1,0)$, $P(-1/2,-5/2)$ b) $\overrightarrow{MN}=(7/2,-1/2)$, $\overrightarrow{MP}=(2,-3)$, $\overrightarrow{PN}=(3/2,5/2)$

22. $k=-2/5$

23. $x=-2$, $y=-1$

24. **a)**No. $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{BC}$ no son paralelos **b)** Si. . $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{BC}$ son paralelos

25. $m=-1/2$

26. **a)** $A'(-1,5)$ **b)** $A'(7,-1)$

27. $B(-7,-8)$

28. **a)** $\vec{u}=(2,4)$, $\vec{v}=(0,-2)$, $\vec{w}=(-4,0)$ **b)** $m=-2$, $n=-4$

29. $\vec{w}=(-2,1)$

30. **a)** $D(0,7)$ **b)** $M(1/2,2)$

31. $x=0$ o $x=-1$

32. $x=-17/10$

33. **a)** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Rightarrow D(-3,6)$ **b)** $\left|\overrightarrow{AB}\right|=6$, $\left|\overrightarrow{BC}\right|=8$ **c)** $\left|\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{BD}\right|=10$