Examen de Matemáticas – 4º de ESO

1. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con potencias de exponente entero, descomponiendo previamente en producto de primos, si fuera necesario, los factores que no sean primos **(1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)**:

a) $\dfrac{2^3 \cdot 6^{-2} \;\; 3^5}{3^{-3} \cdot 6^5 \cdot 2^{-3}} =$

b) $\dfrac{12^5}{18^4} =$

c) $\dfrac{\left(x^{-2} y^{-3}\right)^{-3} \left(x^5 y^3\right)^2}{\left(x \; y^5\right)^4} =$

2. Simplifica los siguientes radicales expresándolos primero en forma de potencia de exponente fraccionario **(1 punto, 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt[18]{x^{12}}$

b) $\sqrt[4]{\left(\dfrac{1}{2}\right)^8}$

3. Ordena de menor a mayor los siguientes radicales: $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt[6]{11}$, $\sqrt[9]{19}$ **(1 punto)**

4. Simplifica todo lo que puedas, extrayendo factores del radical **(1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt[3]{1728} =$

b) $\sqrt[4]{32\left(a^2b\right)^5} =$

c) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{1296}} =$

5. Realiza las siguientes operaciones simplificando previamente los radicales: **(1 punto, 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt{2}-\sqrt{8}+\sqrt{32}$ =

b) $4\sqrt[3]{3}-5\sqrt[3]{81}+6\sqrt[6]{9}$ =

6. Realiza los siguientes productos de raíces reduciendo previamente los radicales a índice común. Simplifica todo lo posible el resultado **(1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[6]{x}\cdot\sqrt[12]{x^5}$ =

b) $\dfrac{\sqrt[4]{ab^3c}}{\sqrt[6]{abc^2}}$ =

c) $\sqrt[3]{xy^2}\cdot\sqrt[4]{x^2y}\cdot\sqrt[6]{xy}$ =

7. Expresa en forma de una sola raíz: **(1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt{2\cdot\sqrt{2\cdot\sqrt{2}}} =$

b) $\sqrt[3]{2\cdot\sqrt{3\cdot\sqrt[4]{5}}} =$

c) $\sqrt{\frac{x}{y}\cdot\sqrt[3]{\frac{x}{y}}} =$

8. Realiza las siguientes operaciones y simplifica el resultado: **(1 punto, 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\cdot\sqrt{\sqrt{a}-\sqrt{b}} =$

b) $\frac{\sqrt{xy^3}}{\sqrt[3]{xy^4}}$

1. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con potencias de exponente entero, descomponiendo previamente en producto de primos, si fuera necesario, los factores que no sean primos **(1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)**:

a) $\frac{2^3\cdot 6^{-2}\cdot 3^5}{3^{-3}\cdot 6^5\cdot 2^{-3}} = \frac{2^3\cdot(2\cdot 3)^{-2}\cdot 3^5}{3^{-3}(2\cdot 3)^5\cdot 2^{-3}} = \frac{2^3\cdot 2^{-2}\cdot 3^{-2}\cdot 3^5}{3^{-3}\cdot 2^5\cdot 3^5\cdot 2^{-3}} =$

$= \frac{2\cdot 3^3}{2^2\cdot 3^2} = \underline{\underline{2^{-1}\cdot 3 = \frac{3}{2}}}$

b) $\frac{12^5}{18^4} = \frac{(2^2\cdot 3)^5}{(3^2\cdot 2)^4} = \frac{2^{10}\cdot 3^5}{3^8\cdot 2^4} = \underline{\underline{2^6\cdot 3^{-3} = \frac{2^6}{3^3} = \frac{64}{27}}}$

c) $\frac{(x^{-2}y^{-3})^{-3}(x^5y^3)^2}{(x^3y^5)^4} = \frac{x^6y^9x^{10}y^6}{x^{12}y^{20}} = \frac{x^{16}y^{15}}{x^{12}y^{20}} =$

$= \underline{\underline{x^4y^{-5} = \frac{x^4}{y^5}}}$

2. Simplifica los siguientes radicales expresándolos primero en forma de potencia de exponente fraccionario **(1 punto, 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt[18]{x^{12}} = x^{12/18} = x^{2/3} = \underline{\underline{\sqrt[3]{x^2}}}$

b) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{8/4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$

3. Ordena de menor a mayor los siguientes radicales: $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt[6]{11}$, $\sqrt[9]{19}$ **(1 punto)**

$$\sqrt[3]{7} = 7^{1/3} = 7^{6/18} = \sqrt[18]{7^6} = \sqrt[18]{117649}$$

$$\sqrt[6]{11} = 11^{1/6} = 11^{3/18} = \sqrt[18]{11^3} = \sqrt[18]{1331}$$

$$\sqrt[9]{19} = 19^{1/9} = 19^{2/18} = \sqrt[18]{19^2} = \sqrt[18]{361}$$

Por tanto $\sqrt[18]{361} < \sqrt[18]{1331} < \sqrt[18]{117649}$

y entonces $\underline{\underline{\sqrt[9]{19} < \sqrt[6]{11} < \sqrt[3]{7}}}$

4. Simplifica todo lo que puedas, extrayendo factores del radical **(1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt[3]{1728} = \sqrt[3]{2^6 \cdot 3^3} = 2^2 \cdot 3 = \underline{\underline{12}}$

b) $\sqrt[4]{32\left(a^2b\right)^5} = \sqrt[4]{2^5 a^{10} b^5} = \underline{\underline{2 \cdot a^2 b \sqrt[4]{2a^2b}}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{1296}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2^4 \cdot 3^4}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{2^4 \cdot 3^4}} = \frac{1}{2 \cdot 3 \sqrt[3]{2 \cdot 3}} =$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{6\sqrt[3]{6}} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{6}}}}$$

5. Realiza las siguientes operaciones simplificando previamente los radicales: **(1 punto, 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt{2}-\sqrt{8}+\sqrt{32} = \sqrt{2}-\sqrt{2^3}+\sqrt{2^5} = \sqrt{2} - 2\cdot\sqrt{2} + 2^2\cdot\sqrt{2} =$

$= \sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (1-2+4)\sqrt{2} = \underline{\underline{3\sqrt{2}}}$

b) $4\sqrt[3]{3}-5\sqrt[3]{81}+6\sqrt[6]{9} = 4\sqrt[3]{3} - 5\sqrt[3]{3^4} + 6\sqrt[6]{3^2} =$

$= 4\sqrt[3]{3} - 5\cdot 3\sqrt[3]{3} + 6\cdot 3^{2/6} = 4\sqrt[3]{3} - 15\sqrt[3]{3} + 6\cdot 3^{1/3} =$

$= 4\sqrt[3]{3} - 15\sqrt[3]{3} + 6\sqrt[3]{3} = (4-15+6)\sqrt[3]{3} = \underline{\underline{-5\sqrt[3]{3}}}$

6. Realiza los siguientes productos de raíces reduciendo previamente los radicales a índice común. Simplifica todo lo posible el resultado **(1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt[3]{x^2}\cdot\sqrt[6]{x}\cdot\sqrt[12]{x^5} = x^{\frac{2}{3}}\cdot x^{\frac{1}{6}}\cdot x^{\frac{5}{12}} = x^{\frac{8}{12}}\cdot x^{\frac{2}{12}}\cdot x^{\frac{5}{12}} =$

$= \sqrt[12]{x^8}\cdot\sqrt[12]{x^2}\cdot\sqrt[12]{x^5} = \sqrt[12]{x^8\cdot x^2\cdot x^5} = \sqrt[12]{x^{15}} =$

$= x\cdot\sqrt[12]{x^3} = \underline{\underline{x\cdot\sqrt[4]{x}}}$ (ya que $\sqrt[12]{x^3} = x^{3/12} = x^{1/4} = \sqrt[4]{x}$)

b) $\dfrac{\sqrt[4]{ab^3c}}{\sqrt[6]{abc^2}} = \dfrac{(ab^3c)^{\frac{1}{4}}}{(abc^2)^{\frac{1}{6}}} = \dfrac{(ab^3c)^{\frac{3}{12}}}{(abc^2)^{\frac{2}{12}}} = \dfrac{\sqrt[12]{(ab^3c)^3}}{\sqrt[12]{(abc^2)^2}} =$

$= \sqrt[12]{\dfrac{a^3b^9c^3}{a^2b^2c^4}} = \underline{\underline{\sqrt[12]{ab^7c^{-1}} = \sqrt[12]{\dfrac{ab^7}{c}}}}$

c) $\sqrt[3]{xy^2}\cdot\sqrt[4]{x^2y}\cdot\sqrt[6]{xy} = (xy^2)^{\frac{1}{3}}(x^2y)^{\frac{1}{4}}(xy)^{\frac{1}{6}} =$

$= (xy^2)^{\frac{4}{12}}(x^2y)^{\frac{3}{12}}(xy)^{\frac{2}{12}} = \sqrt[12]{(xy^2)^4}\cdot\sqrt[12]{(x^2y)^3}\cdot\sqrt[12]{(xy)^2} =$

$= \sqrt[12]{x^4y^8}\cdot\sqrt[12]{x^6y^3}\ \sqrt[12]{x^2y^2} = \sqrt[12]{x^4y^8x^6y^3x^2y^2} =$

$= \sqrt[12]{x^{12}y^{13}} = \underline{\underline{xy\cdot\sqrt[12]{y}}}$

7. Expresa en forma de una sola raíz: **(1,5 puntos, 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt{2\cdot\sqrt{2\cdot\sqrt{2}}} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{\sqrt{2\sqrt{2}}} = \sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2\sqrt{2}} =$

$= \sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[8]{2} = 2^{1/2}\cdot 2^{1/4}\cdot 2^{1/8} =$

$= 2^{4/8}\cdot 2^{2/8}\cdot 2^{1/8} = \sqrt[8]{2^4}\cdot\sqrt[8]{2^2}\,\sqrt[8]{2} = \sqrt[8]{2^4\cdot 2^2\cdot 2} = \underline{\underline{\sqrt[8]{2^7}}}$

b) $\sqrt[3]{2\cdot\sqrt{3\cdot\sqrt[4]{5}}} = \sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{3\sqrt[4]{5}}} = \sqrt[3]{2}\,\sqrt[6]{3\sqrt[4]{5}} =$

$= \sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[6]{3}\cdot\sqrt[6]{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[6]{3}\cdot\sqrt[24]{5} = 2^{1/3}\cdot 3^{1/6}\cdot 5^{1/24} =$

$= 2^{8/24}\cdot 3^{4/24}\cdot 5^{1/24} = \sqrt[24]{2^8}\cdot\sqrt[24]{3^4}\cdot\sqrt[24]{5} = \underline{\underline{\sqrt[24]{2^8\cdot 3^4\cdot 5}}}$

c) $\sqrt{\frac{x}{y}\cdot\sqrt[3]{\frac{x}{y}}} = \sqrt{\frac{x}{y}}\cdot\sqrt{\sqrt[3]{\frac{x}{y}}} = \sqrt{\frac{x}{y}}\cdot\sqrt[6]{\frac{x}{y}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{6}} =$

$= \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{3}{6}}\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{\left(\frac{x}{y}\right)^3}\cdot\sqrt[6]{\frac{x}{y}} = \sqrt[6]{\left(\frac{x}{y}\right)^3\cdot\frac{x}{y}} = \underline{\underline{\sqrt[6]{\left(\frac{x}{y}\right)^4} = \sqrt[3]{\left(\frac{x}{y}\right)^2}}}$

8. Realiza las siguientes operaciones y simplifica el resultado: **(1 punto, 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\cdot\sqrt{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \sqrt{(\sqrt{a}+\sqrt{b})\cdot(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \sqrt{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2} =$

$= \sqrt{\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}} = \underline{\underline{\sqrt{a-b}}}.$

b) $\frac{\sqrt{xy^3}}{\sqrt[3]{xy^4}} = \frac{(xy^9)^{1/2}}{(xy^4)^{1/3}} = \frac{(xy^3)^{\frac{3}{6}}}{(xy^4)^{\frac{2}{6}}} = \frac{\sqrt[6]{(xy^3)^3}}{\sqrt[6]{(xy^4)^2}} =$

$= \sqrt[6]{\frac{x^3y^9}{x^2y^8}} = \underline{\underline{\sqrt[6]{xy}}}$