

1. Realiza las siguientes operaciones simplificando en todo momento los pasos intermedios y el resultado: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } \frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} - \frac{1}{3} \div \frac{1}{4}}{\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{4}{3} \div \frac{1}{9}} =$$

$$\text{b) } \frac{3^3 \cdot \frac{2^{-1}}{3^2 \cdot 5}}{\frac{2^2}{3 \cdot 5}} =$$

2. Contesta a los siguientes apartados con radicales simplificando siempre el resultado todo lo posible: **(1,5 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

a) Simplificar:

$$\sqrt{ab\sqrt{8ab\sqrt{4a}b^2}} =$$

b) Operar:

$$-\sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32} - 6\sqrt{2} =$$

c) Racionalizar:

$$\frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} =$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{(1+2x)^2}{3} = -2 - \frac{(2x-1)(2x+1)}{3}$ **(1 punto)**

b) $\sqrt{x-2} = \sqrt{x-8}$ **(0,5 puntos)**

4. Dos números suman 22 y la diferencia de sus cuadrados es 44. Halla estos números. **(1 punto)**

5. Realiza la siguiente división: $(-2x^5 - x^3 - 3x + 4) \div (x^2 - 2x - 3)$, indicando claramente el cociente y el resto de la misma. **(0,5 puntos)**

6. Simplifica la siguiente fracción algebraica, factorizando previamente numerador y denominador: **(1 punto)**

$$\frac{x^4 - 2x^2 - 7x + 20x - 12}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$$

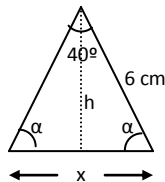
7. Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado, dando las soluciones en forma gráfica y de intervalo: **(1 punto)**

$$\frac{x^2 + 2}{3} + \frac{x + 7}{12} \geq 1 + \frac{x + 1}{4}$$

8. En el triángulo de la figura hallar: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

a) α y x .

b) h y área del triángulo.



9. Dada la función parabólica: $y = -x^2 - 2x + 3$, se pide: **(1,5 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

a) Vértice de la parábola.

b) Puntos de corte con los ejes.

c) Representación gráfica.

Soluciones:

$$1. \text{ a) } \frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} - \frac{1}{3} \div \frac{1}{4}}{\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{4}{3} \div \frac{1}{9}} = \frac{\frac{1}{6} + \frac{2}{12} - \frac{4}{3}}{\left(\frac{18}{12} - \frac{2}{12} + \frac{3}{12}\right) \cdot \frac{4}{3} \div \frac{1}{9}} = \frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{4}{3}}{\frac{19}{12} \cdot \frac{4}{3} \div \frac{1}{9}} = \frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{8}{6}}{\frac{76}{36} \div \frac{1}{9}} = \frac{-\frac{6}{6}}{\frac{19}{9} \div \frac{1}{9}} =$$

$$= \frac{-1}{\frac{19 \cdot 9}{9}} = -\frac{1}{19}.$$

$$\text{b) } \frac{\frac{3^3 \cdot 2^{-1}}{3^2 \cdot 5} \cdot \frac{2^2}{3 \cdot 5}}{2^{-2}} = \frac{3^3 \cdot 5^2 \cdot 2^{-2} \cdot 2^2}{2^{-1} \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{3^3 \cdot 5^2 \cdot 2^0}{2^{-1} \cdot 3^3 \cdot 5^2} = 2.$$

$$2. \text{ a) } \sqrt{ab\sqrt{8ab\sqrt{4a^2b^2}}} = \sqrt{\sqrt{2^3 a^3 b^3} \sqrt{2^2 a^2 b^2}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{2^8 a^8 b^8}}} = \sqrt[8]{2^8 a^8 b^8} = 2ab.$$

$$\text{b) } -\sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32} - 6\sqrt{2} = -\sqrt{2^3} + \sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{2^5} - 6\sqrt{2} = -2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2^2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} =$$

$$= (-2 + 3 + 4 - 6)\sqrt{2} = -\sqrt{2}.$$

$$\text{c) } \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})}{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})} = \frac{4 - 4\sqrt{2} + 2}{4 - 2} = \frac{6 - 4\sqrt{2}}{2} = 3 - 2\sqrt{2}.$$

$$3. \text{ a) } \frac{(x-1)^2}{2} - \frac{(1+2x)^2}{3} = -2 - \frac{(2x-1)(2x+1)}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3(x^2 - 2x + 1)}{6} - \frac{2(1 + 4x + 4x^2)}{6} = -\frac{12}{6} - \frac{2(4x^2 - 1)}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 6x + 3 - 2 - 8x - 8x^2 = -12 - 8x^2 + 2 \Rightarrow 3x^2 - 14x + 11 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{14 \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 11}}{2 \cdot 3} = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 132}}{6} = \frac{14 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{14 \pm 8}{6} = \begin{cases} x_1 = \frac{22}{6} = \frac{11}{3} \\ x_2 = \frac{6}{6} = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \sqrt{x} - 2 = \sqrt{x-8} \Rightarrow (\sqrt{x} - 2)^2 = (\sqrt{x-8})^2 = x - 4\sqrt{x} + 4 = x - 8 \Rightarrow -4\sqrt{x} = -12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9.$$

4. Llamemos x al número mayor e y al número menor. Entonces $\left. \begin{matrix} x + y = 22 \\ x^2 - y^2 = 44 \end{matrix} \right\}$. Despejando x de la primera

ecuación $x = 22 - y$. Sustituyendo en la segunda:

$$(22 - y)^2 - y^2 = 44 \Rightarrow 484 - 44y + y^2 - y^2 = 44 \Rightarrow -44y = -440 \Rightarrow y = 10.$$

De aquí se tiene $x = 22 - 10 \Rightarrow x = 12$.

$$\begin{array}{r}
 5. \quad \begin{array}{r} -2x^5 \quad -x^3 \quad -3x+4 \\ 2x^5-4x^4-6x^3 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} x-2x-3 \\ -2x-4x^2-15x-42 \end{array} \right. \\
 \hline
 \begin{array}{r} -4x-7x^3 \quad -3x+4 \\ 4x^4-8x^3-12x^2 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} -15x-12x^2-3x+4 \\ 15x^3-30x-45x \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} -42x^2-48x+4 \\ 42x^2-84x-126 \end{array} \\
 \hline
 -132x-122
 \end{array}$$

Cociente: $C(x) = -2x^3 - 2x - 11x - 28$; Resto: $R(x) = -92x - 80$

$$6. \quad \frac{x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 20x - 12}{x^3 - 2x - x + 2} = \frac{(x-1)(x+3)(x-2)^2}{(x+1)(x-1)(x-2)} = \frac{(x+3)(x-2)}{x+1} = \frac{x^2 + x - 6}{x+1}$$

$$7. \quad \frac{x^2 + 2}{3} + \frac{x+7}{12} \geq 1 + \frac{x+1}{4} \Rightarrow 4x^2 + 8 + x + 7 \geq 12 + 3x^2 + 3 \Rightarrow x^2 + x \geq 0$$

Las soluciones de $x^2 + x = 0$ son $x_1 = -1$, $x_2 = 0$

Entonces, estudiando el signo de $x^2 + x$ en cada intervalo, tenemos:

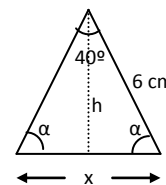
$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, +\infty)$
+	-	+

Por tanto la solución es: $(-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$

$$8. \quad \text{Para hallar } \alpha \text{ basta observar que } 2\alpha + 40 = 180 \Rightarrow \alpha = 70^\circ$$

$$\text{Ahora } \cos 70 = \frac{x/2}{6} \Rightarrow 6 \cos 70 = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 12 \cos 70 \Rightarrow x \cong 4,104 \text{ cm.}$$

$$\text{Además } \sin 70 = \frac{h}{6} \Rightarrow h = 6 \sin 70 \Rightarrow h \cong 5,638 \text{ cm.}$$



$$\text{Finalmente el área es } A = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{x \cdot h}{2} = \frac{4,104 \cdot 5,638}{2} \cong 11,569 \text{ cm}^2.$$

$$9. \quad \text{El vértice es } V = (-1, 4).$$

Punto de corte con el eje Y: $(0, 3)$.

Las soluciones de la ecuación $-x^2 - 2x + 3 = 0$ son

$x_1 = -3$, $x_2 = 1$. Entonces los puntos de corte con el eje X son $(-3, 0)$ y $(1, 0)$.

