

5

Sistemas de ecuaciones

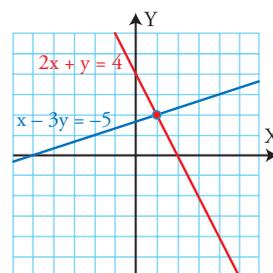


1. Sistemas lineales. Resolución gráfica

PIENSA Y CALCULA

Dado el sistema lineal formado por las ecuaciones del gráfico de la parte derecha:

- ¿cuántas soluciones tiene?
- halla la solución o las soluciones.



Solución:

- Solo tiene una solución
- La solución es $x = 1$, $y = 2$

APLICA LA TEORÍA

- Resuelve gráficamente el siguiente sistema lineal y clasifícalo según el número de soluciones:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$$

Solución:

Primera ecuación:

$$2x + y = 3$$

$$y = 3 - 2x$$

x	y
0	3
1	1

$$\Rightarrow A(0, 3)$$

$$\Rightarrow B(1, 1)$$

Segunda ecuación:

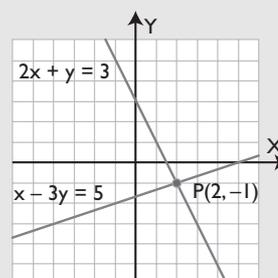
$$x - 3y = 5$$

$$x = 3y + 5$$

x	y
5	0
-4	-3

$$\Rightarrow C(5, 0)$$

$$\Rightarrow D(-4, -3)$$



Solución $x = 2$, $y = -1$

Como tiene una solución, el sistema es compatible determinado

- Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\begin{cases} 2x - 2y = 3 \\ -x + y = 3 \end{cases}$$

Solución:

Los coeficientes de las variables son proporcionales, y no lo son con los términos independientes; por tanto, el sistema es incompatible. Las rectas son paralelas.

$$\frac{2}{-1} = \frac{-2}{1} \neq \frac{3}{3}$$

Representación gráfica:

Primera ecuación:

$$2x - 2y = 3$$

$$y = x - \frac{3}{2}$$

x	y
0	-3/2
5	7/2

⇒ A(0, -3/2)
⇒ B(5, 7/2)

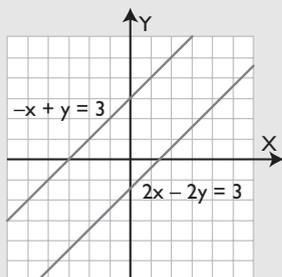
Segunda ecuación:

$$-x + y = 3$$

$$y = x + 3$$

x	y
0	3
2	5

⇒ C(0, 3)
⇒ D(2, 5)



3 Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\left. \begin{aligned} 2x - y &= 1 \\ -4x + 2y &= -2 \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Los coeficientes de las variables son proporcionales, y lo son con los términos independientes; por tanto, el sistema es compatible indeterminado. Las dos rectas son la misma. Multiplicando la 1ª ecuación por -2 se obtiene la 2ª ecuación.

$$\frac{2}{-4} = \frac{-1}{2} = \frac{1}{-2}$$

Representación gráfica:

Solo representaremos la 1ª recta, ya que ambas rectas son la misma.

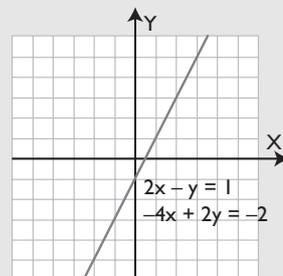
Primera ecuación:

$$2x - y = 1$$

$$y = 2x - 1$$

x	y
0	-1
2	3

⇒ A(0, -1)
⇒ B(2, 3)



4 Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\left. \begin{aligned} 3x + 2y &= 6 \\ 2x - y &= 4 \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Los coeficientes de las variables no son proporcionales, por tanto, el sistema es compatible determinado. Las rectas son secantes.

$$\frac{3}{2} \neq \frac{2}{-1}$$

Representación gráfica:

Primera ecuación:

$$3x + 2y = 6$$

$$y = 3 - \frac{3x}{2}$$

x	y
0	3
2	0

⇒ A(0, 3)
⇒ B(2, 0)

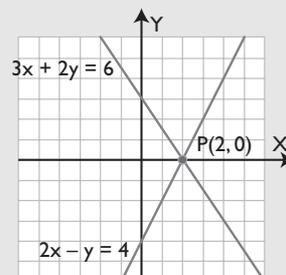
Segunda ecuación:

$$2x - y = 4$$

$$y = 2x - 4$$

x	y
0	-4
3	2

⇒ C(0, -4)
⇒ D(3, 2)



2. Resolución algebraica de sistemas lineales

PIENSA Y CALCULA

Halla mentalmente, sumando y restando, la solución del sistema $\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{array} \right\}$

Solución:

Sumando se obtiene: $2x = 6 \Rightarrow x = 3$

Restando se obtiene: $2y = 4 \Rightarrow y = 2$

APLICA LA TEORÍA

5 Resuelve por el método más adecuado el siguiente sistema y razona por qué eliges ese método:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 9 \\ 5x + y = 16 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución despejando la incógnita y de la 2ª ecuación y sustituyendo en la 1ª ecuación.

Se obtiene: $x = 3, y = 1$

7 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{x+y}{6} = \frac{11}{6} \\ \frac{2x-3y}{5} - \frac{1}{10} = \frac{33}{10} \end{array} \right\}$$

Solución:

Primero se eliminan los denominadores.

Se obtiene: $x = 4, y = -3$

6 Resuelve por el método más adecuado el siguiente sistema y razona por qué eliges ese método:

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 3y = -1 \\ 5x - 3y = 19 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por reducción; sumando las dos ecuaciones se elimina la incógnita y

Se obtiene: $x = 2, y = -3$

8 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 4y = 7 \\ \frac{x}{3} - \frac{2x-5y}{6} = \frac{5}{4} \end{array} \right\}$$

Solución:

Primero se eliminan los denominadores.

Se obtiene: $x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}$

3. Sistemas de ecuaciones no lineales

PIENSA Y CALCULA

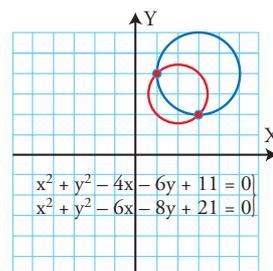
Observando el dibujo de la parte derecha, halla mentalmente la solución del sistema formado por las ecuaciones de las dos circunferencias.

Solución:

Los puntos de corte son: $A(3, 2)$ y $B(1, 4)$. Por tanto, las soluciones son:

$$x_1 = 3, y_1 = 2$$

$$x_2 = 1, y_2 = 4$$



- 9 Resuelve el siguiente sistema e interpreta la solución gráficamente:

$$\begin{cases} y = x^2 + 4x - 1 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$$

Solución:

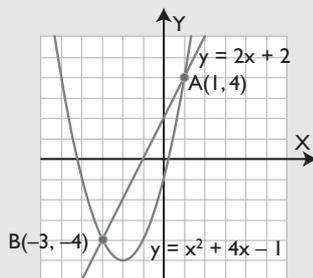
Se resuelve por igualación.

Se obtienen las soluciones:

$$x_1 = 1, y_1 = 4$$

$$x_2 = -3, y_2 = -4$$

Interpretación gráfica:



Son una parábola y una recta.

La parábola y la recta son secantes, se cortan en dos puntos:

A(1, 4) y B(-3, -4)

- 10 Resuelve el siguiente sistema formado por dos circunferencias e interpreta gráficamente el resultado:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 2y = 20 \\ x^2 + y^2 - 12x + 2y = -12 \end{cases}$$

Solución:

Se restan las dos ecuaciones y se obtiene una ecuación de 1^{er} grado. Se despeja en esta ecuación una incógnita y se sustituye en la ecuación de una de las circunferencias.

Se obtienen las soluciones:

$$x_1 = 6, y_1 = 4$$

$$x_2 = 2, y_2 = -4$$

La interpretación gráfica es que las dos circunferencias son secantes. Se cortan en dos puntos: A(6, 4) y B(2, -4)

- 11 Resuelve el siguiente sistema e interpreta la solución gráficamente:

$$\begin{cases} xy = 6 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución, se despeja **y** de la 2^a ecuación y se sustituye en la 1^a ecuación.

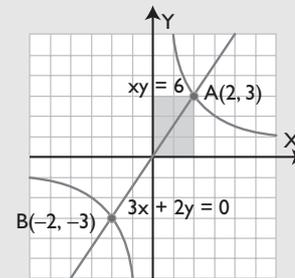
Se obtienen las soluciones:

$$x_1 = 2, y_1 = 3$$

$$x_2 = -2, y_2 = -3$$

Interpretación gráfica:

Son una hipérbola y una recta.



La hipérbola y la recta son secantes. Se cortan en dos puntos:

A(2, 3) y B(-2, -3)

- 12 Resuelve el siguiente sistema formado por una hipérbola y una circunferencia e interpreta la solución gráficamente:

$$\begin{cases} xy = 4 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución, se despeja de la 1^a ecuación la incógnita **y**, y se sustituye en la 2^a ecuación.

Se obtienen las soluciones:

$$x_1 = 4, y_1 = 1$$

$$x_2 = -4, y_2 = -1$$

$$x_3 = 1, y_3 = 4$$

$$x_4 = -1, y_4 = -4$$

La interpretación gráfica es que la hipérbola y la circunferencia son secantes. Se cortan en cuatro puntos: A(4, 1), B(-4, -1), C(1, 4) y D(-1, -4)

4. Sistemas exponenciales y logarítmicos

PIENSA Y CALCULA

Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

- a) $2^x = 2$ b) $2^x = 1$ c) $2^x = 1/2$ d) $\log x = 1$ e) $\log x = 0$ f) $\log x = -1$

Solución:

- a) $x = 1$ b) $x = 0$ c) $x = -1$
 d) $x = 10$ e) $x = 1$ f) $x = 0,1$

APLICA LA TEORÍA

13 Resuelve el siguiente sistema exponencial:

$$\begin{cases} 2^x + 3^y = 7 \\ 2^x - 3^y = 1 \end{cases}$$

Solución:

Se hace el cambio de variables:

$$2^x = u, 3^y = v$$

Se obtiene el sistema lineal:

$$\begin{cases} u + v = 7 \\ u - v = 1 \end{cases} \Rightarrow u = 4, v = 3$$

Deshaciendo el cambio:

$$2^x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$3^y = 3 \Rightarrow y = 1$$

Solución:

Sumando las dos ecuaciones se obtiene:

$$2 \log x = \log 12 + \log 3$$

$$\log x^2 = \log 36$$

$$x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$$

La solución negativa no sirve.

Restando las dos ecuaciones se obtiene:

$$2 \log y = \log 12 - \log 3$$

$$\log y^2 = \log 4$$

$$y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm 2$$

La solución negativa no sirve.

$$\text{Solución: } x = 6, y = 2$$

14 Halla dos números sabiendo que suman 12 y que su producto es 35

Solución:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ xy = 35 \end{cases}$$

Se resuelve el sistema por sustitución, despejando la incógnita y de la 1ª ecuación.

Las soluciones del sistema son:

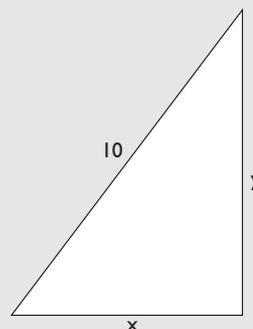
$$x_1 = 7, y_1 = 5$$

$$x_2 = 5, y_2 = 7$$

Por tanto, los números son 5 y 7

16 Halla los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que la hipotenusa mide 10 m y que los catetos son proporcionales a 3 y 4

Solución:



Se aplica el teorema de Pitágoras.

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 10^2 \\ \frac{x}{y} = \frac{3}{4} \end{array} \right\}$$

Se resuelve el sistema por sustitución, despejando la incógnita y de la 2ª ecuación.

Las soluciones del sistema son:

$$x_1 = 6, y_1 = 8$$

$$x_2 = -6, y_2 = -8$$

Las soluciones negativas no tienen sentido.

Por tanto, los catetos miden 6 m y 8 m

Ejercicios y problemas

1. Sistemas lineales. Resolución gráfica

- 17** Resuelve gráficamente el siguiente sistema lineal y clasifícalo por el número de soluciones:

$$\begin{cases} 3x + y = 6 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

Solución:

Primera ecuación:

$$3x + y = 6$$

$$y = 6 - 3x$$

x	y
0	6
2	0

⇒ A(0, 6)
⇒ B(2, 0)

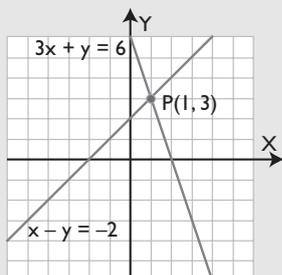
Segunda ecuación:

$$x - y = -2$$

$$y = x + 2$$

x	y
0	2
-2	0

⇒ C(0, 2)
⇒ D(-2, 0)



Solución $x = 1, y = 3$

Como tiene una solución, el sistema es compatible determinado.

- 18** Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -3x + 6y = -3 \end{cases}$$

Solución:

Los coeficientes de las variables son proporcionales, y lo son con los términos independientes; por tanto, el sistema es compatible indeterminado. Las dos rectas son la misma. Multiplicando la 1ª ecuación por -3 se obtiene la 2ª ecuación.

$$\frac{1}{-3} = \frac{-2}{6} = \frac{1}{-3}$$

Representación gráfica:

Solo representaremos la 1ª recta, ya que ambas rectas son la misma.

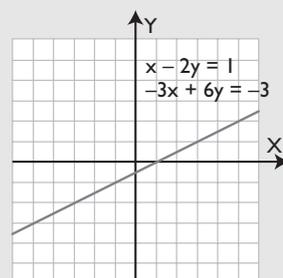
Primera ecuación:

$$x - 2y = 1$$

$$x = 2y + 1$$

x	y
1	0
5	2

⇒ A(1, 0)
⇒ B(5, 2)



- 19** Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\begin{cases} 3x - 4y = -13 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$$

Solución:

Los coeficientes de las variables no son proporcionales; por tanto, el sistema es compatible determinado. Las rectas son secantes.

$$\frac{3}{1} \neq \frac{-4}{3}$$

Representación gráfica:

Primera ecuación:

$$3x - 4y = -13$$

$$y = \frac{3x + 13}{4}$$

x	y
1	4
-3	1

⇒ A(1, 4)
⇒ B(-3, 1)

Segunda ecuación:

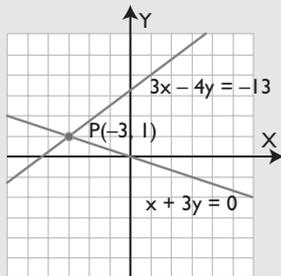
$$x + 3y = 0$$

$$x = -3y$$

x	y
0	0
3	-1

$\Rightarrow O(0,0)$

$\Rightarrow D(3,-1)$



- 20** Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ -2x + 3y = 5 \end{cases}$$

Solución:

Los coeficientes de las variables son proporcionales, y no lo son con los términos independientes; por tanto, el sistema es incompatible. Las rectas son paralelas.

$$\frac{2}{-2} = \frac{-3}{3} \neq \frac{5}{5}$$

Representación gráfica:

Primera ecuación:

$$2x - 3y = 5$$

$$y = \frac{2x - 5}{3}$$

x	y
4	1
-2	-3

$\Rightarrow A(4,1)$

$\Rightarrow B(-2,-3)$

Segunda ecuación:

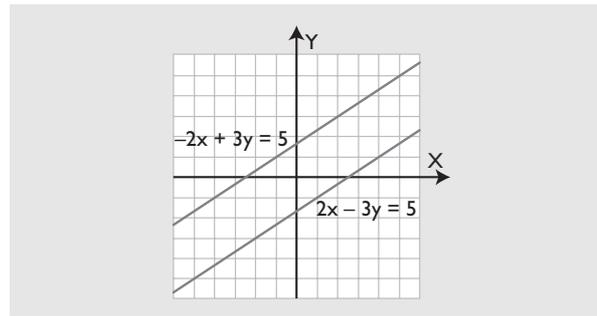
$$-2x + 3y = 5$$

$$y = \frac{2x + 5}{3}$$

x	y
5	5
2	3

$\Rightarrow C(5,5)$

$\Rightarrow D(2,3)$



2. Resolución algebraica de sistemas lineales

- 21** Resuelve el siguiente sistema por el método más adecuado y razona por qué eliges ese método:

$$\begin{cases} y = 2x + 10 \\ y = x + 7 \end{cases}$$

Solución:

Se resuelve por igualación, ya que la incógnita **y** está despejada en las dos ecuaciones.

Se obtiene: $x = -3, y = 4$

- 22** Resuelve el siguiente sistema por el método más adecuado y razona por qué eliges ese método:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 23 \\ 2x + 5y = -21 \end{cases}$$

Solución:

Se resuelve por reducción, multiplicando la 2ª ecuación por 2 y restándosela a la 1ª

Se obtiene: $x = 2, y = -5$

- 23** Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x - \frac{3x - y}{5} = \frac{22}{5} \\ \frac{y}{3} + \frac{4x - 3y}{4} = \frac{31}{12} \end{cases}$$

Solución:

Primero se eliminan los denominadores.

Se obtiene: $x = 3, y = 1$

Ejercicios y problemas

24 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{2} - \frac{x-y}{3} &= \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} + y - \frac{2x-5y}{6} &= \frac{19}{12} \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Primero se eliminan los denominadores.

Se obtiene: $x = -\frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$

3. Sistemas de ecuaciones no lineales

25 Resuelve el siguiente sistema e interpreta la solución gráficamente:

$$\left. \begin{aligned} y &= -x^2 + 4x + 1 \\ x + y &= 5 \end{aligned} \right\}$$

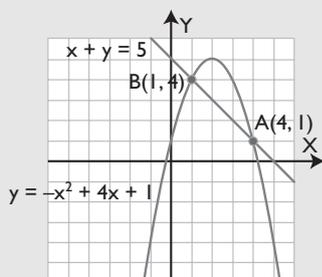
Solución:

Se resuelve por igualación despejando y de la 2ª ecuación.

Se obtienen las soluciones:

$$x_1 = 4, y_1 = 1$$

$$x_2 = 1, y_2 = 4$$



Interpretación gráfica:

Son una parábola y una recta.

La parábola y la recta son secantes. Se cortan en dos puntos: $A(4, 1)$ y $B(1, 4)$

26 Resuelve el siguiente sistema formado por dos circunferencias e interpreta el resultado:

$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 &= 18 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Se restan las dos ecuaciones y se obtiene una ecuación de 1º grado. Se despeja en esta ecuación una

incógnita y se sustituye en la ecuación de una de las circunferencias.

Se obtiene la solución:

$$x = 3, y = 3$$

La interpretación gráfica es que las dos circunferencias son tangentes. Se cortan en un punto, $A(3, 3)$

27 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} x - 3y &= -5 \\ xy - 2x - y &= 1 \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución, se despeja x de la 1ª ecuación y se sustituye en la 2ª ecuación.

Se obtienen las soluciones:

$$x_1 = 4, y_1 = 3$$

$$x_2 = -2, y_2 = 1$$

28 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} xy &= 3 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución, se despeja la incógnita y de la 1ª ecuación, y se sustituye en la 2ª ecuación.

Se obtienen las soluciones:

$$x_1 = 3, y_1 = 1$$

$$x_2 = 1, y_2 = 3$$

4. Sistemas exponenciales y logarítmicos

29 Resuelve el siguiente sistema exponencial:

$$\left. \begin{aligned} 3^x + 5^y &= 28 \\ 8 \cdot 3^x - 5^y &= -1 \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Se hace el cambio de variables:

$$3^x = u, 5^y = v$$

Se obtiene el sistema lineal:

$$\left. \begin{aligned} u + v &= 28 \\ 8u - v &= -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow u = 3, v = 25$$

Deshaciendo el cambio:

$$3^x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$5^y = 25 \Rightarrow y = 2$$

- 30** Halla dos números sabiendo que el doble del primero más el segundo es igual a 13, y que la suma de sus cuadrados es 34

Solución:

$$\left. \begin{aligned} 2x + y &= 13 \\ x^2 + y^2 &= 34 \end{aligned} \right\}$$

Se resuelve el sistema por sustitución, despejando la incógnita y de la 1ª ecuación.

La soluciones del sistema son:

$$x_1 = 5, y_1 = 3$$

$$x_2 = \frac{27}{5}, y_2 = \frac{11}{5}$$

Como el problema decía dos números, ambas soluciones son válidas.

- 31** Resuelve el siguiente sistema logarítmico:

$$\left. \begin{aligned} \log(x-1) - \log(y+3) &= 0 \\ 2 \log x + \log(y+1) &= 4 \log 2 \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Aplicando las propiedades de los logaritmos, se tiene:

$$\left. \log \frac{x-1}{y+3} = \log 1 \right\}$$

$$\log x^2(y+1) = \log 2^4$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{x-1}{y+3} &= 1 \\ x^2(y+1) &= 2^4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x-1 &= y+3 \\ x^2(y+1) &= 16 \end{aligned} \right\}$$

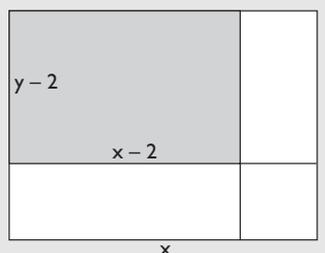
Se resuelve por sustitución, se despeja la incógnita y de la 1ª ecuación y se sustituye en la segunda.

Se obtiene solo la solución real.

$$x = 4, y = 0$$

- 32** Una chapa tiene 28 m de perímetro. Si le cortamos 2 m de largo y otros 2 m de ancho, el área de la nueva chapa es de 24 m². Halla las dimensiones de la chapa inicial.

Solución:



$$\left. \begin{aligned} 2x + 2y &= 28 \\ (x-2)(y-2) &= 24 \\ x + y &= 14 \\ xy - 2x - 2y &= 20 \end{aligned} \right\}$$

Se resuelve el sistema por sustitución, despejando la incógnita y de la 1ª ecuación.

La soluciones del sistema son:

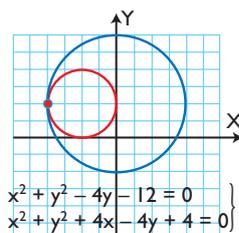
$$x_1 = 8, y_1 = 6$$

$$x_2 = 6, y_2 = 8$$

Por tanto, los lados de la plancha inicial miden 8 m y 6 m

Para ampliar

- 33** Resuelve gráficamente el sistema planteado en el siguiente gráfico:



$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 - 4y - 12 &= 0 \\ x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Haz la interpretación gráfica.

Solución:

$$x = -4, y = 2$$

Las dos circunferencias se cortan en un punto $A(-4, 2)$ y, por tanto, son tangentes.

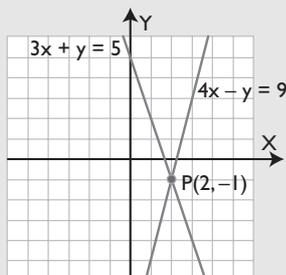
Ejercicios y problemas

34 Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 4x - y = 9 \end{cases}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas y clasifica el sistema.

Solución:



La solución es: $x = 2, y = -1$

Las dos rectas son secantes.

El sistema es compatible determinado.

35 Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

Solución:

m.c.m.($x, y, 6$) = $6xy$

$$\begin{cases} 6y + 6x = 5xy \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

Ahora se resuelve por sustitución, despejando la incógnita y de la 2ª ecuación.

Las soluciones son:

$$x_1 = 3, y_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{8}{5}, y_2 = \frac{24}{5}$$

36 Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = x^2 - 4 \end{cases}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

Solución:

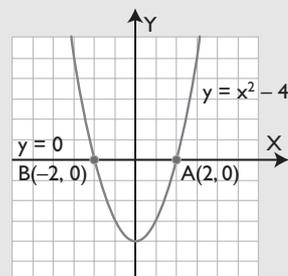
Se sustituye $y = 0$ en la 2ª ecuación y se resuelve.

Las soluciones son:

$$x_1 = 2, y_1 = 0$$

$$x_2 = -2, y_2 = 0$$

Interpretación gráfica:



Las soluciones corresponden a los puntos de corte de la parábola con el eje X

37 Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x^2 + y = 6 \end{cases}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

Solución:

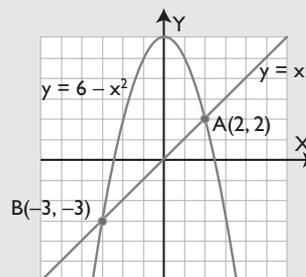
Se despeja la incógnita y de la 1ª ecuación.

Las soluciones son:

$$x_1 = 2, y_1 = 2$$

$$x_2 = -3, y_2 = -3$$

Interpretación gráfica:



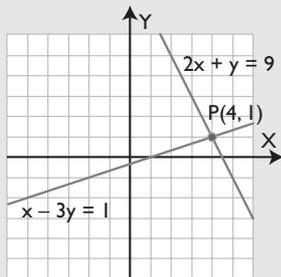
La recta y la parábola se cortan en dos puntos.

38 Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas y clasifica el sistema.

Solución:



La solución es:

$$x = 4, y = 1$$

Las dos rectas son secantes.

El sistema es compatible determinado.

39 Resuelve el siguiente sistema exponencial:

$$\left. \begin{array}{l} 2^x + 3^y = 17 \\ 5 \cdot 2^x - 4 \cdot 3^y = 4 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se hacen los cambios de variable:

$$2^x = u, 3^y = v$$

$$\left. \begin{array}{l} u + v = 17 \\ 5u - 4v = 4 \end{array} \right\}$$

Se resuelve por sustitución; se obtiene:

$$u = 8, v = 9$$

Deshaciendo el cambio, se tiene:

$$2^x = 8 \Rightarrow x = 3$$

$$3^y = 9 \Rightarrow y = 2$$

40 Resuelve el siguiente sistema logarítmico:

$$\left. \begin{array}{l} \log(x + 1) + \log y = 2 \log 2 \\ 2 \log x + \log y = \log 2 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se le resta la 2ª ecuación a la 1ª:

$$\log(x + 1) - 2 \log x = \log 2$$

$$\log \frac{x + 1}{x^2} = \log 2$$

$$\frac{x + 1}{x^2} = 2$$

$$x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{2}$$

El valor negativo no tiene sentido.

Se sustituye el valor $x = 1$ en la primera ecuación:

$$\log 2 + \log y = 2 \log 2$$

$$\log y = \log 2$$

$$y = 2$$

La solución es:

$$x = 1, y = 2$$

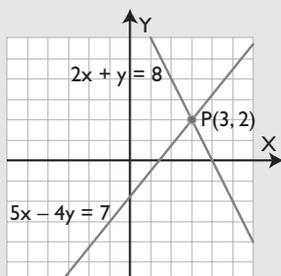
Problemas

41 Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 8 \\ 5x - 4y = 7 \end{array} \right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas y clasifica el sistema.

Solución:



La solución es:

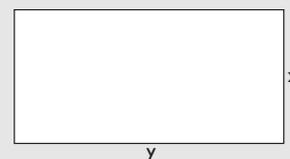
$$x = 3, y = 2$$

Las dos rectas son secantes.

El sistema es compatible determinado.

42 Un campo de fútbol tiene forma rectangular. El perímetro mide 300 m, y el largo es el doble del ancho. ¿Cuánto mide cada lado?

Solución:



Ejercicios y problemas

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 300 \\ y = 2x \\ x + y = 150 \\ y = 2x \end{array} \right\}$$

Se resuelve por sustitución.

La solución es:

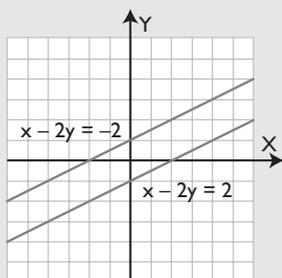
$$x = 50 \text{ m}, y = 100 \text{ m}$$

43 Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y = 2 \\ x - 2y = -2 \end{array} \right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas y clasifica el sistema.

Solución:



Las rectas son paralelas; no tiene solución.

El sistema es incompatible.

44 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{x} + \frac{y}{3} = 2 \\ \frac{x+y}{5} + \frac{x-y}{2} = \frac{1}{2} \end{array} \right\}$$

Solución:

$$\text{m.c.m.}(x, 3) = 3x$$

La 1ª ecuación se convierte en:

$$6 + xy = 6x$$

$$\text{m.c.m.}(5, 2) = 10$$

La 2ª ecuación se convierte en:

$$7x - 3y = 5$$

Se despeja y de esta ecuación y se sustituye en la otra.

Las soluciones son:

$$x_1 = 2, y_1 = 3$$

$$x_2 = \frac{9}{7}, y_2 = \frac{4}{3}$$

45 Meli compra 3 DVD y 4 CD, y paga 100 €; y Ana compra 4 DVD y 3 CD en la misma tienda, y paga 110 €. ¿Cuánto cuesta cada DVD y CD?

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 4y = 100 \\ 4x + 3y = 110 \end{array} \right\}$$

La solución es:

un DVD cuesta 20 €

un CD cuesta 10 €

46 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} y - 2x = 1 \\ x^2 + y = 4 \end{array} \right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

Solución:

Se resuelve por igualación, despejando la incógnita y de las dos ecuaciones.

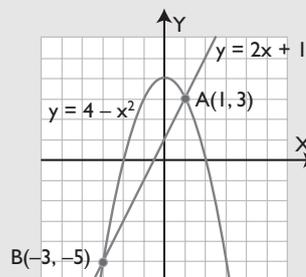
Las soluciones son:

$$x_1 = 1, y_1 = 3$$

$$x_2 = -3, y_2 = -5$$

Interpretación gráfica:

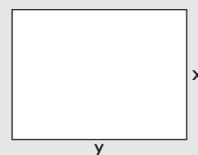
Son una recta y una parábola.



La recta y la parábola son secantes, se cortan en dos puntos.

47 Un piso tiene forma rectangular y su área es de 108 m². Si el largo mide 3 m más que el ancho, ¿cuáles son las dimensiones del piso?

Solución:



$$\left. \begin{array}{l} xy = 108 \\ y = x + 3 \end{array} \right\}$$

Se resuelve por sustitución.

Se obtienen las soluciones:

$$x_1 = 9, y_1 = 12$$

$$x_2 = -12, y_2 = -9$$

Las soluciones negativas no tienen sentido.

El piso mide de largo 12 m y de ancho 9 m

- 48** Halla los puntos de corte de las siguientes funciones: $y = x^2, y = x^3$

Solución:

Hay que resolver el sistema formado por las ecuaciones; se resuelve por igualación.

$$x^3 = x^2$$

$$x^3 - x^2 = 0$$

$$x^2(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$$

Las soluciones del sistema son:

$$x_1 = 0, y_1 = 0$$

$$x_2 = 1, y_2 = 1$$

Luego los puntos comunes de las dos funciones son:

$$O(0,0), A(1,1)$$

- 49** La suma de dos números es 5, y la suma de sus inversos es $5/6$. Halla ambos números.

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \end{array} \right\}$$

$$\text{m.c.m.}(x, y, 6) = 6xy$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ 6x + 6y = 5xy \end{array} \right\}$$

Se resuelve por sustitución:

Se obtienen las soluciones:

$$x_1 = 2, y_1 = 3$$

$$x_2 = 3, y_2 = 2$$

Luego los números son 2 y 3

- 50** Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} y = x \\ y = \sqrt{x} \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación.

$$x = \sqrt{x}$$

$$x^2 = x$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$$

$$x_1 = 0, y_1 = 0$$

$$x_2 = 1, y_2 = 1$$

- 51** La suma de las edades de un padre y su hija es de 70 años. Dentro de 10 años la edad del padre será el doble de la edad de su hija. ¿Qué edad tiene ahora cada uno?

Solución:

	Padre	Hija
Edad hoy	x	y
Edad dentro de 10 años	x + 10	y + 10

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 70 \\ x + 10 = 2(y + 10) \end{array} \right\}$$

Se resuelve por igualación.

La solución es

Edad del padre: $x = 50$ años.

Edad de la hija: $y = 20$ años.

- 52** Resuelve el siguiente sistema exponencial:

$$\left. \begin{array}{l} 3^x + 5^y = 4 \\ 7 \cdot 3^x - 2 \cdot 5^y = 19 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se hacen los cambios de variable:

$$3^x = u, 5^y = v$$

$$\left. \begin{array}{l} u + v = 4 \\ 7u - 2v = 19 \end{array} \right\}$$

Se resuelve por sustitución; se obtiene:

$$u = 3, v = 1$$

Deshaciendo el cambio, se tiene:

$$3^x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$5^y = 1 \Rightarrow y = 0$$

- 53** Resuelve el siguiente sistema logarítmico:

$$\left. \begin{array}{l} \log x + \log y = 3 \log 2 \\ \log x - \log y = \log 2 \end{array} \right\}$$

Ejercicios y problemas

Solución:

Sumando ambas ecuaciones, se obtiene:

$$2 \log x = 4 \log 2$$

$$\log x^2 = \log 2^4$$

$$x^2 = 2^4$$

$$x = 4$$

Se sustituye el valor $x = 4$ en la 1ª ecuación:

$$\log 4 + \log y = 3 \log 2$$

$$\log y = 3 \log 2 - \log 4$$

$$\log y = \log \frac{2^3}{4}$$

$$y = \frac{2^3}{4}$$

$$y = 2$$

La solución es:

$$x = 4, y = 2$$

54 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} x^2 - 2y &= 0 \\ y + yx^2 &= 1 \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Se despeja la incógnita y de la 1ª ecuación y se sustituye en la 2ª

Las soluciones son:

$$x_1 = 1, y_1 = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = -1, y_1 = \frac{1}{2}$$

55 Halla los puntos de corte de las siguientes funciones: $y = x^2 + 2x - 3$, $y = -x^2 + 1$

Haz la representación gráfica para comprobarlo.

Solución:

Son las soluciones del sistema correspondiente, que se resuelve por igualación:

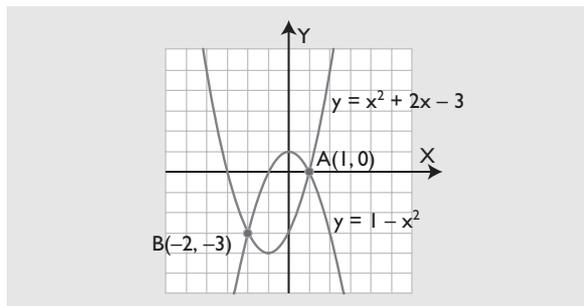
$$x_1 = 1, y_1 = 0$$

$$x_2 = -2, y_2 = -3$$

Los puntos de corte son:

$$A(1, 0) \text{ y}$$

$$B(-2, -3)$$



56 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} y &= 2^x \\ y &= 2^{-x} \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación:

$$2^x = 2^{-x} \Rightarrow x = -x \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\text{Para } x = 0 \Rightarrow y = 2^0 = 1$$

La solución es

$$x = 0, y = 1$$

57 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} y &= x^3 - x \\ 2x - y &= 2 \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación.

Se obtiene una ecuación de 3º grado

$$x^3 - 3x + 2 = 0$$

Hay que resolverla aplicando el teorema del factor.

Tiene las raíces: $x_1 = 1, x_2 = -2$

Las soluciones del sistema son:

$$x_1 = 1, y_1 = 0$$

$$x_2 = -2, y_2 = -6$$

Para profundizar

58 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} y &= 3 - 2x \\ y &= 2x - x^2 \end{aligned} \right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

Solución:

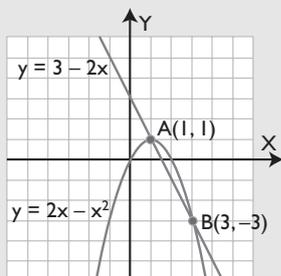
Se resuelve por igualación.

Las soluciones del sistema son:

$$x_1 = 1, y_1 = 1$$

$$x_2 = 3, y_2 = -3$$

Interpretación gráfica:



La recta y la parábola se cortan en dos puntos.

59 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} &= 2 \\ \frac{x+y}{3} &= \frac{x}{2} \end{aligned} \right\}$$

Solución:

$$\text{m.c.m.}(x, y) = xy$$

La 1ª ecuación se convierte en:

$$2y + x = 2xy$$

$$\text{m.c.m.}(2, 3) = 6$$

La 2ª ecuación se convierte en:

$$x - 2y = 0$$

Se despeja x de esta ecuación y se sustituye en la otra.

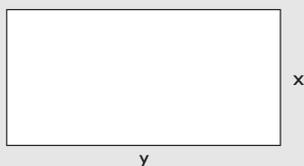
Las soluciones son:

$$x_1 = 0, y_1 = 0$$

$$x_2 = 2, y_2 = 1$$

60 Un campo de baloncesto tiene forma rectangular. El largo más el ancho mide 60 m, y el área es de 800 m². ¿Cuánto mide cada lado?

Solución:



$$\left. \begin{aligned} x + y &= 60 \\ xy &= 800 \end{aligned} \right\}$$

Las soluciones son:

$$x_1 = 20, y_1 = 40$$

$$x_2 = 40, y_2 = 20$$

Por tanto, el campo mide de largo 40 m, y de ancho, 20 m

61 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} x + 2y &= 8 \\ xy &= 6 \end{aligned} \right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

Solución:

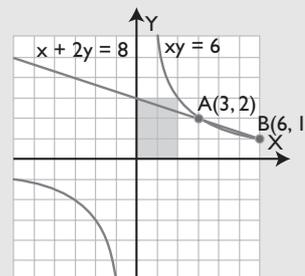
Se resuelve por igualación, despejando x de ambas ecuaciones:

Las soluciones son:

$$x_1 = 2, y_1 = 3$$

$$x_2 = 6, y_2 = 1$$

Son una recta y una hipérbola.



Se cortan en dos puntos.

62 La suma de dos números es 15, y la diferencia de sus cuadrados también es 15. Halla ambos números.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 15 \\ x^2 - y^2 &= 15 \end{aligned} \right\}$$

Se resuelve por sustitución, despejando y de la 1ª ecuación.

Las soluciones son:

$$x = 8, y = 7$$

Ejercicios y problemas

63 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} y = x^2 \\ y = x^4 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación:

$$x^4 = x^2$$

$$x^4 - x^2 = 0$$

$$x^2(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -1$$

Las soluciones son:

$$x_1 = 0, y_1 = 0$$

$$x_2 = 1, y_2 = 1$$

$$x_3 = -1, y_3 = 1$$

64 Halla los puntos de corte de las siguientes funciones:

$$y = 3x^2 - 6x \qquad y = -x^2 + 6x - 8$$

Representa ambas funciones para comprobarlo.

Solución:

Consiste en resolver el sistema formado por las dos ecuaciones.

Se resuelve por igualación.

Las soluciones son:

$$x_1 = 2, y_1 = 0$$

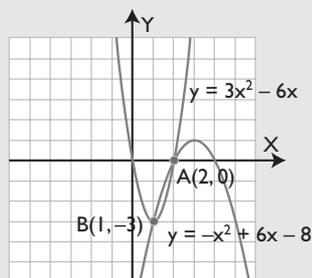
$$x_2 = 1, y_2 = -3$$

Los puntos de corte son:

A(2, 0) y B(1, -3)

Representación gráfica:

Son dos parábolas.



65 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - 2x - y = -3 \\ 2y - x^2 = 2 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación despejando la incógnita y de las dos ecuaciones.

La única solución es:

$$x = 2, y = 3$$

66 Resuelve el siguiente sistema exponencial:

$$\left. \begin{array}{l} 7^x - 5^y = 338 \\ 2 \cdot 7^x - 3 \cdot 5^y = 671 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se hacen los cambios de variable:

$$7^x = u, 5^y = v$$

$$u - v = 338$$

$$2u - 3v = 671$$

Se resuelve por sustitución; se obtiene:

$$u = 343, v = 5$$

Deshaciendo el cambio, se tiene:

$$7^x = 343 \Rightarrow x = 3$$

$$5^y = 5 \Rightarrow y = 1$$

67 Resuelve el siguiente sistema logarítmico:

$$\left. \begin{array}{l} \log x - \log y = \log 3 \\ 2 \log x - 3 \log y = \log 3 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se multiplica la 1ª ecuación por 3 y se resta la 2ª; se obtiene:

$$\log x = 2 \log 3$$

$$\log x = \log 3^2$$

$$x = 3^2$$

$$x = 9$$

Se sustituye el valor $x = 9$ en la 1ª ecuación:

$$\log 9 - \log y = \log 3$$

$$\log y = \log 9 - \log 3$$

$$\log y = \log \frac{9}{3}$$

$$y = 3$$

La solución es:

$$x = 9, y = 3$$

68 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} y = e^{x+2} \\ y = e^{-x} \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación:

$$e^{x+2} = e^{-x}$$

$$x + 2 = -x$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

$$\text{Para } x = -1 \Rightarrow y = e$$

Solución del sistema:

$$x = -1, y = e$$

Aplica tus competencias

- 69** Un móvil A lleva un movimiento uniforme de ecuación $e = 2t$. Otro móvil B lleva un movimiento uniformemente acelerado de ecuación $e = t^2$. El tiempo se expresa en segundos, y el espacio, en metros. Halla en qué instantes se encuentran. Haz la representación gráfica.

Solución:

Hay que resolver el sistema:

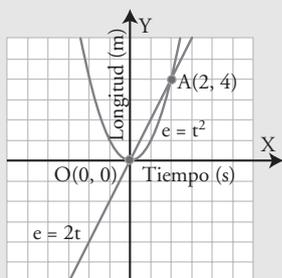
$$\left. \begin{array}{l} e = 2t \\ e = t^2 \end{array} \right\}$$

Se resuelve por igualación.

Las soluciones son:

$$t_1 = 0 \text{ s, } e_1 = 0 \text{ m}$$

$$t_2 = 2 \text{ s, } e_2 = 4 \text{ m}$$



- 70** Un móvil A lleva un movimiento uniforme de ecuación $e = \frac{5t}{4} - \frac{1}{2}$. Otro móvil B lleva un movimiento uniformemente acelerado de ecuación $e = \frac{t^2}{8} + \frac{t}{4} + 1$. El tiempo se expresa en segundos, y el espacio, en metros. Halla en qué instantes se encuentran.

Solución:

Hay que resolver el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} e = \frac{5t}{4} - \frac{1}{2} \\ e = \frac{t^2}{8} + \frac{t}{4} + 1 \end{array} \right\}$$

Se resuelve por igualación.

Las soluciones son:

$$t_1 = 2 \text{ s, } e_1 = 2 \text{ m}$$

$$t_2 = 6 \text{ s, } e_2 = 7 \text{ m}$$

Comprueba lo que sabes

- 1** Define qué es un sistema de ecuaciones no lineales y pon un ejemplo. No es necesario que lo resuelvas.

Solución:

Un sistema de **ecuaciones no lineales** es un sistema de ecuaciones en el que, por lo menos, hay una ecuación que no es lineal.

Ejemplo

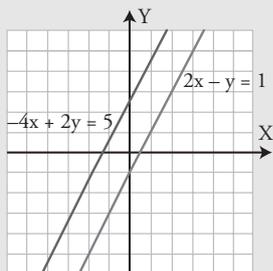
$$\left. \begin{array}{l} y = x^2 - 6x + 7 \\ y = x - 3 \end{array} \right\}$$

- 2** Resuelve gráficamente el siguiente sistema lineal y clasifícalo por el número de soluciones:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y = 1 \\ -4x + 2y = 5 \end{array} \right\}$$

Solución:

Son dos rectas paralelas; por tanto, el sistema no tiene solución.



El sistema es lineal e incompatible.

- 3** Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 5 \\ \frac{x}{2} - \frac{4x - y}{6} = \frac{1}{3} \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución, despejando la incógnita y de la 1ª ecuación.

La solución es $x = 1, y = 3$

- 4** Resuelve el siguiente sistema e interpreta la solución gráficamente:

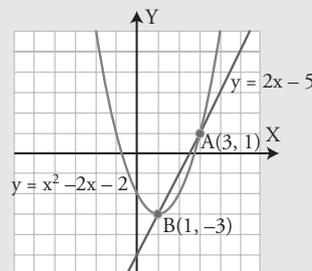
$$\left. \begin{array}{l} y = 2x - 5 \\ y = x^2 - 2x - 2 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación.

Las soluciones son:

$$x_1 = 3, y_1 = 1; x_2 = 1, y_2 = -3$$



La recta y la parábola se cortan en dos puntos.

- 5** Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 2^x + 3^y = 9 \\ 3 \cdot 2^x + 2 \cdot 3^y = 26 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se hacen los cambios de variable:

$$2^x = u, 3^y = v$$

$$\left. \begin{array}{l} u + v = 9 \\ 3u + 2v = 26 \end{array} \right\}$$

Se resuelve por sustitución y se obtiene:

$$u = 8, v = 1$$

Deshaciendo el cambio, se tiene:

$$2^x = 8 \Rightarrow x = 3$$

$$3^y = 1 \Rightarrow y = 0$$

- 6** Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \log x + \log y = 1 \\ 3 \log x - \log y = -1 + 4 \log 2 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se suman las dos ecuaciones y se obtiene:

$$4 \log x = 4 \log 2$$

$$\log x = \log 2$$

$$x = 2$$

Se sustituye el valor $x = 2$ en la 1ª ecuación:

$$\log 2 + \log y = 1 \Rightarrow \log y = 1 - \log 2$$

$$\log y = \log 10 - \log 2$$

$$\log y = \log 5$$

$$y = 5$$

La solución es $x = 2, y = 5$

Comprueba lo que sabes

- 7** Halla dos números sabiendo que su producto es 6 y la suma de sus cuadrados es 13

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} xy = 6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{array} \right\}$$

Se resuelve el sistema por sustitución, despejando la incógnita y de la 1ª ecuación: aparece una ecuación bicuadrada.

Las soluciones son:

$$x_1 = 2, y_1 = 3$$

$$x_2 = -2, y_2 = -3$$

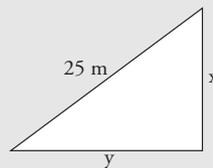
$$x_3 = 3, y_3 = 2$$

$$x_4 = -3, y_4 = -2$$

Los números pueden ser 2 y 3, y también -2 y -3

- 8** Los catetos de un triángulo rectángulo son proporcionales a 3 y 4, y la hipotenusa mide 25 m. Calcula cuánto mide cada cateto.

Solución:



$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \\ x^2 + y^2 = 25^2 \end{array} \right\}$$

Se resuelve el sistema por sustitución, despejando la

incógnita y de la 1ª ecuación.

Las soluciones son:

$$x_1 = 15, y_1 = 20; x_2 = -15, y_2 = -20$$

Las soluciones negativas no tienen sentido.

Los catetos miden 15 m y 20 m

Paso a paso

- 71** Resuelve gráficamente el siguiente sistema, clasifícalo y, si es compatible, halla la solución:

$$\begin{cases} 3x + y = 7 \\ -3x + 2y = -4 \end{cases}$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

- 72** Resuelve algebraicamente el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x + y = 17 \\ 4x - 5y = 10 \end{cases}$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris o Derive:

- 73** Calcula los lados de un rectángulo sabiendo que el perímetro mide 22 m, y el área, 28 m²

Solución:

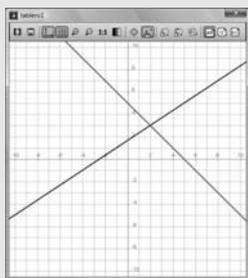
Resuelto en el libro del alumnado.

- 74** **Internet.** Abre: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas, curso y tema.**

Practica

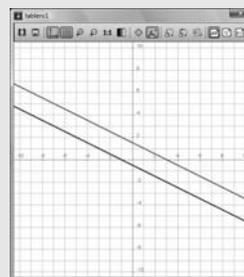
- 75** Resuelve gráficamente el siguiente sistema, clasifícalo y, si es compatible, halla la solución:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$$

Solución:

El sistema es compatible determinado.

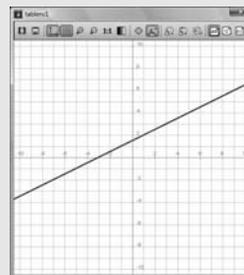
Solución: $x = 2$, $y = 3$

Solución:

El sistema es incompatible, es decir, no tiene solución.

- 77** Resuelve gráficamente el siguiente sistema, clasifícalo y, si es compatible, halla la solución:

$$\begin{cases} -x + 2y = 3 \\ 2x - 4y = -6 \end{cases}$$

Solución:

- 76** Resuelve gráficamente el siguiente sistema, clasifícalo y, si es compatible, halla la solución:

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

Solución:

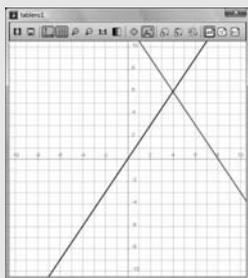
El sistema es compatible indeterminado.
 Tiene infinitas soluciones: todos los puntos de dicha recta.
 Por ejemplo:
 $x = 1, y = 2$
 $x = 3, y = 3$

78 Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y luego haz la representación gráfica para comprobar la solución obtenida:

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} &= 4 \\ 3x &= 2y \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Se introduce una ecuación en cada cuadro de texto.
 $x = 4, y = 6$

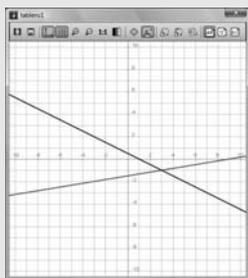


79 Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y luego haz la representación gráfica para comprobar la solución obtenida:

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{2} - \frac{x+3y}{3} &= \frac{3}{2} \\ \frac{2x+y}{6} - \frac{x}{4} &= \frac{1}{12} \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Se introduce una ecuación en cada cuadro de texto.
 $x = 3, y = -1$

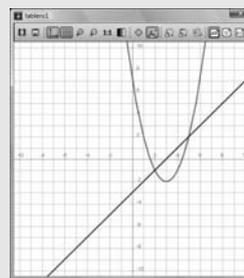


80 Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y luego haz la representación gráfica para comprobar las soluciones obtenidas:

$$\left. \begin{aligned} y &= x^2 - 6x + 7 \\ y &= x - 3 \end{aligned} \right\}$$

Solución:

Se introduce una ecuación en cada cuadro de texto.
 $x_1 = 2, y_1 = -1$
 $x_2 = 5, y_2 = 2$

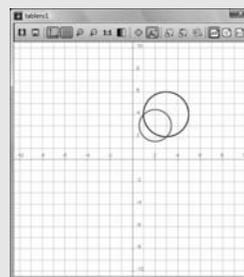


81 Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y luego haz la representación gráfica para comprobar las soluciones obtenidas:

$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 &= 0 \\ x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Solución:

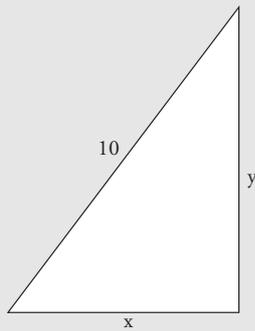
Se introduce una ecuación en cada cuadro de texto.
 $x_1 = 1, y_1 = 4$
 $x_2 = 3, y_2 = 2$



Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris o Derive:

82 Halla los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que la hipotenusa mide 10 m y que los catetos son proporcionales a 3 y 4

Solución:



Se aplica el teorema de Pitágoras

$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 &= 10^2 \\ \frac{x}{3} &= \frac{y}{4} \end{aligned} \right\}$$

Las soluciones del sistema son:

$$x_1 = 6, y_1 = 8$$

$$x_2 = -6, y_2 = -8$$

Las soluciones negativas no tienen sentido.

Por tanto, los catetos miden 6 m y 8 m

83 Halla dos números sabiendo que suman 12 y que el producto es 35

Solución:

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 12 \\ xy &= 35 \end{aligned} \right\}$$

La soluciones del sistema son:

$$x_1 = 7, y_1 = 5$$

$$x_2 = 5, y_2 = 7$$

Los números son 5 y 7

84 Meli compra 3 DVD y 4 CD, y paga 100 €; y Ana compra 4 DVD y 3 CD en la misma tienda, y paga 110 €. ¿Cuánto cuesta cada DVD y CD?

Solución:

$$\left. \begin{aligned} 3x + 4y &= 100 \\ 4x + 3y &= 110 \end{aligned} \right\}$$

Un DVD cuesta 20 €

Un CD cuesta 10 €