

## 2

**Soluciones a las actividades de cada epígrafe**

Pág. 1

**PÁGINA 42**

Amparo quiere fabricar las cuatro velas que ha diseñado sobre el lienzo, pero aún no se ha decidido sobre alguna de sus dimensiones. Para hacerlo necesita saber su volumen (¿cuánta cera gastará?) y su superficie total (¿cuánto le costará pintarlas?).

**1** Escribe la expresión del volumen de los cuatro objetos en función de  $r$  o de  $l$ .

Averigua su valor para  $r = 6 \text{ cm}$  y para  $l = 10 \text{ cm}$ .

$$V_{\text{CILINDRO}} = \pi \cdot r^2 \cdot 20 = \pi \cdot 36 \cdot 20 = 720\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{ESFERA}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 288\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{CUBO}} = l^3 = 10^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{PARALELEPÍPEDO}} = 20l^2 = 20 \cdot 10^2 = 2000 \text{ cm}^3$$

# 2

# Soluciones a las actividades de cada epígrafe

Pág. 2

- 2** Escribe la expresión de la superficie total de estos cuatro objetos en función de  $r$  o de  $l$ . Averigua su valor para  $r = 6 \text{ cm}$  y para  $l = 10 \text{ cm}$ .

$$A_{\text{CILINDRO}} = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 20 = 2\pi r^2 + 40\pi r = 72\pi + 240\pi = 312\pi \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{ESFERA}} = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 36 = 144\pi \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{CUBO}} = 6l^2 = 6 \cdot 10^2 = 600 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{PARALELEPÍPEDO}} = 2l^2 + 4l \cdot 20 = 2l^2 + 80l = 200 + 800 = 1000 \text{ cm}^2$$

## PÁGINA 43

### ANTES DE COMENZAR, RECUERDA

- 1** Opera y simplifica.

$$\begin{aligned}(5x^2 - 4x + 2) \cdot [(2x^3 - 3x + 2) - (2x + 1)(x^2 - 2x)] \\&= (5x^2 - 4x + 2) \cdot [(2x^3 - 3x + 2) - (2x^3 - 4x^2 + x^2 - 2x)] = \\&= (5x^2 - 4x + 2) [3x^2 - x + 2] = \\&= 15x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 12x^3 + 4x^2 - 8x + 6x^2 - 2x + 4 = \\&= 15x^4 - 17x^3 + 20x^2 - 10x + 4\end{aligned}$$

- 2** Extrae factor común en  $35x^5 - 42x^4 + 14x^3$ .

$$35x^5 - 42x^4 + 14x^3 = 7x^3(5x^2 - 6x + 2)$$

- 3** Desarrolla las siguientes expresiones:

a)  $(7x^2 - 3)^2$

b)  $(2x + 3x^2)^2$

c)  $(\sqrt{3}x - \sqrt{2})(\sqrt{3}x + \sqrt{2})$

d)  $(\sqrt{5}x^2 + 2x)(\sqrt{5}x^2 - 2x)$

a)  $(7x^2 - 3)^2 = 49x^4 - 42x^2 + 9$

b)  $(2x + 3x^2)^2 = 4x^2 + 12x^3 + 9x^4$

c)  $(\sqrt{3}x - \sqrt{2})(\sqrt{3}x + \sqrt{2}) = 3x^2 - 2$

d)  $(\sqrt{5}x^2 + 2x)(\sqrt{5}x^2 - 2x) = 5x^4 - 4x^2$

# 2

# Soluciones a las actividades de cada epígrafe

Pág. 3

**4** Expresa en forma de producto:

a)  $36x^4 + 60x^3 + 25x^2$

b)  $36x^4 - 60x^3 + 25x^2$

c)  $144x^4 - x^2$

d)  $3x^4 - 4x^2$  (recuerda que  $3 = (\sqrt{3})^2$ )

e)  $3x^4 - \sqrt{24}x^3 + 2x^2$

f)  $3x^2 - 5$

a)  $(6x^2 + 5x)^2$

b)  $(6x^2 - 5x)^2$

c)  $(12x^2 + x)(12x^2 - x)$

d)  $(\sqrt{3}x^2 + 2x)(\sqrt{3}x^2 - 2x)$

e)  $(\sqrt{3}x^2 - \sqrt{2}x)^2$

f)  $(\sqrt{3}x + \sqrt{5})(\sqrt{3}x - \sqrt{5})$

## PÁGINA 44

**1** Efectúa las siguientes divisiones y expresa el resultado así:

$$P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x)$$

Indica en qué casos la división es exacta y, por tanto, el dividendo se ha factorizado:

a)  $(x^5 - 7x^4 + x^3 - 8) : (x^2 - 3x + 1)$

b)  $(4x^5 + 20x^4 - 18x^3 - 28x^2 + 28x - 6) : (x^2 + 5x - 3)$

c)  $(6x^4 + 3x^3 - 2x) : (3x^2 + 2)$

d)  $(45x^5 + 120x^3 + 80x) : (3x^2 + 4)$

a) 
$$\begin{array}{r} x^5 - 7x^4 + x^3 \\ -x^5 + 3x^4 - x^3 \\ \hline -4x^4 \\ 4x^4 - 12x^3 + 4x^2 \\ -12x^3 + 4x^2 \\ \hline 12x^3 - 36x^2 + 12x \\ -32x^2 + 12x \\ \hline +32x^2 - 96x + 32 \\ -84x + 24 \end{array} \quad | \begin{array}{c} x^2 - 3x + 1 \\ \hline x^3 - 4x^2 - 12x - 32 \end{array}$$

$$x^5 - 7x^4 + x^3 = (x^2 - 3x + 1)(x^3 - 4x^2 - 12x - 32) - 84x + 24$$

b) 
$$\begin{array}{r} 4x^5 + 20x^4 - 18x^3 - 28x^2 + 28x - 6 \\ -4x^5 - 20x^4 + 12x^3 \\ \hline -6x^3 \\ 6x^3 + 30x^2 - 18x \\ 2x^2 + 10x \\ \hline -2x^2 - 10x + 6 \\ 0 \end{array} \quad | \begin{array}{c} x^2 + 5x - 3 \\ \hline 4x^3 - 6x + 2 \end{array}$$

La división es exacta.

$$4x^5 + 20x^4 - 18x^3 - 28x^2 + 28x - 6 = (x^2 + 5x - 3)(4x^3 - 6x + 2)$$

# 2

## Soluciones a las actividades de cada epígrafe

Pág. 4

$$\begin{array}{r}
 \text{c)} \quad \begin{array}{r} 6x^4 + 3x^3 & -2x \\ -6x^4 & -4x^2 \\ \hline 3x^3 - 4x^2 & \\ -3x^3 & -2x \\ \hline -4x^2 - 4x & \\ 4x^2 & + 8/3 \\ \hline -4x + 8/3 & \end{array} \\
 \begin{array}{l} | 3x^2 + 2 \\ 2x^2 + x - 4/3 \end{array}
 \end{array}$$

$$6x^4 + 3x^3 - 2x = (3x^2 + 2)(2x^2 + x - 4/3) - 4x + 8/3$$

$$\begin{array}{r}
 \text{d)} \quad \begin{array}{r} 45x^5 + 120x^3 + 80x & | 3x^2 + 4 \\ -45x^5 - 60x^3 & 15x^3 + 20x \\ \hline 60x^3 & \\ -60x^3 - 80x & \\ \hline 0 & \end{array}
 \end{array}$$

La división es exacta.

$$45x^5 + 120x^3 + 80x = (3x^2 + 4)(15x^3 + 20x)$$

## PÁGINA 45

### 2 Aplica la regla de Ruffini para efectuar las siguientes divisiones:

$$\text{a)} (5x^4 + 6x^2 - 11x + 13) : (x - 2)$$

$$\text{b)} (6x^5 - 3x^4 + 2x) : (x + 1)$$

$$\text{c)} (3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 2x + 13) : (x - 4)$$

$$\text{d)} (6x^4 + 4x^3 - 51x^2 - 3x - 9) : (x + 3)$$

$$\begin{array}{r}
 \text{a)} \quad \begin{array}{r|ccccc}
 5 & 0 & 6 & -11 & 13 \\
 2 & & 10 & 20 & 52 & 82 \\
 \hline
 5 & 10 & 26 & 41 & \boxed{95}
 \end{array} \\
 \begin{array}{l} \text{COCIENTE: } 5x^3 + 10x^2 + 26x + 41 \\ \text{RESTO: } 95 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{b)} \quad \begin{array}{r|cccccc}
 6 & -3 & 0 & 0 & 2 & 0 \\
 -1 & & -6 & 9 & -9 & 9 & -11 \\
 \hline
 6 & -9 & 9 & -9 & 11 & \boxed{-11}
 \end{array} \\
 \begin{array}{l} \text{COCIENTE: } 6x^4 - 9x^3 + 9x^2 - 9x + 11 \\ \text{RESTO: } -11 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{c)} \quad \begin{array}{r|ccccc}
 3 & -5 & 7 & -2 & 13 \\
 4 & & 12 & 28 & 140 & 552 \\
 \hline
 3 & 7 & 35 & 138 & \boxed{565}
 \end{array} \\
 \begin{array}{l} \text{COCIENTE: } 3x^3 + 7x^2 + 35x + 138 \\ \text{RESTO: } 565 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{d)} \quad \begin{array}{r|ccccc}
 6 & 4 & -51 & -3 & -9 \\
 -3 & & -18 & 42 & 27 & -72 \\
 \hline
 6 & -14 & -9 & 24 & \boxed{-81}
 \end{array} \\
 \begin{array}{l} \text{COCIENTE: } 6x^3 - 14x^2 - 9x + 24 \\ \text{RESTO: } -81 \end{array}
 \end{array}$$

# 2

# Soluciones a las actividades de cada epígrafe

Pág. 5

- 3** En cada una de las divisiones efectuadas en el ejercicio anterior, expresa el resultado de estas dos formas distintas:

$$P(x) = (x - a) \cdot C(x) + R \quad \frac{P(x)}{x - a} = C(x) + \frac{R}{x - a}$$

a)  $5x^4 + 6x^2 - 11x + 13 = (x - 2)(5x^3 + 10x^2 + 26x + 41) + 95$

$$\frac{5x^4 + 6x^2 - 11x + 13}{x - 2} = 5x^3 + 10x^2 + 26x + 41 + \frac{95}{x - 2}$$

b)  $6x^5 - 3x^4 + 2x = (x + 1)(6x^4 - 9x^3 + 9x^2 - 9x + 11) - 11$

$$\frac{6x^5 - 3x^4 + 2x}{x + 1} = 6x^4 - 9x^3 + 9x^2 - 9x + 11 - \frac{11}{x + 1}$$

c)  $3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 2x + 13 = (x - 4)(3x^3 + 7x^2 + 35x + 138) + 565$

$$\frac{3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 2x + 13}{x - 4} = 3x^3 + 7x^2 + 35x + 138 + \frac{565}{x - 4}$$

d)  $6x^4 + 4x^3 - 51x^2 - 3x - 9 = (x + 3)(6x^3 - 14x^2 - 9x + 24) - 81$

$$\frac{6x^4 + 4x^3 - 51x^2 - 3x - 9}{x + 3} = 6x^3 - 14x^2 - 9x + 24 - \frac{81}{x + 3}$$

## PÁGINA 46

- 1** El polinomio  $x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 10x - 12$  es divisible por  $x - a$  para dos valores enteros de  $a$ . Localízalos y da el cociente en ambos casos.

	1	3	-2	-10	-12	
	2	2	10	16	12	
	1	5	8	6	0	

$\alpha = 2$   
COCIENTE:  $x^3 + 5x^2 + 8x + 6$

	1	3	-2	-10	-12	
	-3	-3	0	6	12	
	1	0	-2	-4	0	

$\alpha = -3$   
COCIENTE:  $x^3 - 2x - 4$

- 2** Comprueba que el polinomio  $x^4 + x^3 + 7x^2 + 2x + 10$  no es divisible por  $x - a$  para ningún valor entero de  $a$ .

Probaremos con los divisores de 10 que sean negativos. No lo haremos con los positivos porque, al ser todos los coeficientes del polinomio positivos, no conseguiremos, en ningún caso, encontrar un resto cero.

	1	1	7	2	10	
	-1	-1	0	-7	5	
	1	0	7	-5	15	

	1	1	7	2	10	
	-2	-2	2	-18	32	
	1	-1	9	-16	42	

	1	1	7	2	10	
	-5	-5	20	-135	665	
	1	-4	27	-133	675	

	1	1	7	2	10	
	-10	-10	90	-970	9 680	
	1	-9	97	-968	9 690	

# 2

# Soluciones a las actividades de cada epígrafe

Pág. 6

## PÁGINA 47

**3** Utiliza la regla de Ruffini para hallar  $P(a)$  en los siguientes casos:

a)  $P(x) = 7x^4 - 5x^2 + 2x - 24$ ,  $a = 2$ ,  $a = -5$ ,  $a = 10$

b)  $P(x) = 3x^3 - 8x^2 + 3x$ ,  $a = -3$ ,  $a = 1$ ,  $a = 8$

a) 
$$\begin{array}{c|ccccc} & 7 & 0 & -5 & 2 & -24 \\ \hline 2 & & 14 & 28 & 46 & 96 \\ \hline & 7 & 14 & 23 & 48 & \boxed{72} \end{array} \quad P(2) = 72$$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 7 & 0 & -5 & 2 & -24 \\ \hline -5 & & -35 & 175 & -850 & 4\,240 \\ \hline & 7 & -35 & 170 & -848 & \boxed{4\,216} \end{array} \quad P(-5) = 4\,216$$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 7 & 0 & -5 & 2 & -24 \\ \hline 10 & & 70 & 700 & 6\,950 & 69\,520 \\ \hline & 7 & 70 & 695 & 6\,952 & \boxed{69\,496} \end{array} \quad P(10) = 69\,496$$

b) 
$$\begin{array}{c|cccc} & 3 & -8 & 3 & 0 \\ \hline -3 & & -9 & 51 & -162 \\ \hline & 3 & -17 & 54 & \boxed{-162} \end{array} \quad P(-3) = -162$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 3 & -8 & 3 & 0 \\ \hline 1 & & 3 & -5 & -2 \\ \hline & 3 & -5 & -2 & \boxed{-2} \end{array} \quad P(1) = -2$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 3 & -8 & 3 & 0 \\ \hline 8 & & 24 & 128 & 1\,048 \\ \hline & 3 & 16 & 131 & \boxed{1\,048} \end{array} \quad P(8) = 1\,048$$

## PÁGINA 48

### Cálculo mental

Di si 0, 1, -1, 2 o -2 son raíces de los siguientes polinomios:

a)  $x^3 - 4x$

b)  $x^4 - x^3 - 2x^2$

c)  $x^3 + x^2 - 25x - 25$

d)  $x^5 - 5x^3 + 4x$

a) Son raíces: 0, 2 y -2

b) Son raíces: 0, -1 y 2

c) Son raíces: -1

d) Son raíces: 0, 1, -1, 2 y -2

# 2

# Soluciones a las actividades de cada epígrafe

Pág. 7

## PÁGINA 49

### 1 Factoriza los siguientes polinomios:

a)  $3x^2 + 2x - 8$

b)  $3x^5 - 48x$

c)  $2x^3 + x^2 - 5x + 12$

d)  $x^3 - 7x^2 + 8x + 16$

e)  $x^4 + 2x^3 - 23x^2 - 60x$

f)  $9x^4 - 36x^3 + 26x^2 + 4x - 3$

$$\text{a)} \quad x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 8 \cdot 3}}{6} = \frac{-2 \pm 10}{6} = \begin{cases} 4/3 \\ -2 \end{cases}$$

$$3x^2 + 2x - 8 = 3\left(x - \frac{4}{3}\right)(x + 2) = (3x - 4)(x + 2)$$

$$\text{b)} \quad 3x^5 - 48x = x(3x^4 - 48) = 3x(x^4 - 16) = 3x(x^2 + 4)(x^2 - 4) = \\ = 3x(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)$$

c) Probamos con los divisores enteros de 12 y no encontramos ningún resto cero.

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & 1 & -5 & 12 \\ -3 & & -6 & 15 & -30 \\ \hline & 2 & -5 & 10 & \boxed{-18} \end{array}$$

No podemos factorizar el polinomio  $2x^3 + x^2 - 5x + 12$ .

$$\text{d)} \quad \begin{array}{c|cccc} & 1 & -7 & 8 & 16 \\ 4 & & 4 & -12 & -16 \\ \hline & 1 & -3 & -4 & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} 4 \\ -1 \end{cases}$$

$$x^3 - 7x^2 + 8x + 16 = (x - 4)^2(x + 1)$$

e)  $x^4 + 2x^3 - 23x^2 - 60x = x(x^3 + 2x^2 - 23x - 60)$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & -23 & -60 \\ 5 & & 5 & 35 & 60 \\ \hline & 1 & 7 & 12 & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^2 + 7x + 12 = 0 \\ x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{-7 \pm 1}{2} = \begin{cases} -4 \\ -3 \end{cases}$$

$$x^4 + 2x^3 - 23x^2 - 60x = x(x - 5)(x + 4)(x + 3)$$

$$\text{f)} \quad \begin{array}{c|ccccc} & 9 & -36 & 26 & 4 & -3 \\ 1 & & 9 & -27 & -1 & 3 \\ \hline & 9 & -27 & -1 & 3 & \boxed{0} \\ 3 & & 27 & 0 & -3 & \\ \hline & 9 & 0 & -1 & \boxed{0} & \end{array}$$

$$9x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm \frac{1}{3}$$

$$9x^2 - 1 = (3x + 1)(3x - 1)$$

$$9x^4 - 36x^3 + 26x^2 + 4x - 3 = (x - 1)(x - 3)(3x + 1)(3x - 1)$$

# 2

# Soluciones a las actividades de cada epígrafe

Pág. 8

## PÁGINA 50

### Cálculo mental

Halla el máx.c.d. y el mín.c.m. de los siguientes pares de polinomios:

a)  $x^2 - 1$  y  $(x + 1)^2$

b)  $x^2 + x$  y  $x^2 - x$

c)  $x^3 - x$  y  $x^2 - 1$

d)  $x^2 + 1$  y  $x^2$

a) máx.c.d.  $[x^2 - 1, (x + 1)^2] = x + 1$

mín.c.m.  $[x^2 - 1, (x + 1)^2] = (x + 1)^2(x - 1)$

b) máx.c.d.  $[x^2 + x, x^2 - x] = x$

mín.c.m.  $[x^2 + x, x^2 - x] = x(x - 1)(x + 1)$

c) máx.c.d.  $[x^3 - x, x^2 - 1] = (x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$

mín.c.m.  $[x^3 - x, x^2 - 1] = x(x + 1)(x - 1) = x^3 - x$

d) máx.c.d.  $[x^2 + 1, x^2] = 1$

mín.c.m.  $[x^2 + 1, x^2] = x^2(x^2 + 1)$

1 Razona si existe alguna relación de divisibilidad entre los siguientes pares de polinomios:

a)  $P(x) = x^3 - 7x^2$  y  $Q(x) = x^3 - 7x$

b)  $P(x) = x^3 - 7x^2$  y  $Q(x) = x^2 - 7x$

c)  $P(x) = x^4 - 3x - 10$  y  $Q(x) = x - 2$

a)  $P(x) = x^2(x - 7)$   
 $Q(x) = x(x^2 - 7)$  } No existe ninguna relación de divisibilidad.

b)  $P(x) = x^2(x - 7)$   
 $Q(x) = x(x - 7)$  }  $Q(x)$  divide a  $P(x)$ .

c)

	1	0	0	-3	-10
2		2	4	8	10
	1	2	4	5	0

$P(x) = (x - 2)(x^3 + 2x^2 + 4x + 5)$   
 $Q(x) = x - 2$  }  $Q(x)$  divide a  $P(x)$ .

2 Busca dos polinomios de tercer grado que sean divisibles por  $x - 5$  y  $x$ . Halla su máx.c.d. y su mín.c.m.

Por ejemplo:

$x(x - 5)(x - 2) = x^3 - 7x^2 + 10x$

$x(x - 5)x = x^3 - 5x^2$

máx.c.d.  $[x^3 - 7x^2 + 10x, x^3 - 5x^2] = x(x - 5)$

mín.c.m.  $[x^3 - 7x^2 + 10x, x^3 - 5x^2] = x^2(x - 5)(x - 2)$

# 2

# Soluciones a las actividades de cada epígrafe

Pág. 9

- 3**  $P(x) = (x - 2)^2 x^2$ . Busca un polinomio de tercer grado,  $Q(x)$ , que cumpla las dos condiciones siguientes:

- a) máx.c.d.  $[P(x), Q(x)] = x^2 - 2x$   
b) mín.c.m.  $[P(x), Q(x)] = (x - 2)^2 x^2 (x + 5)$

$$P(x) = (x - 2)^2 x^2$$

$$\text{Si máx.c.d. } [P(x), Q(x)] = x^2 - 2x = x(x - 2) \text{ y}$$

$$\text{mín.c.m. } [P(x), Q(x)] = (x - 2)^2 x^2 (x + 5),$$

$$\text{debe ser } Q(x) = x(x - 2)(x + 5)$$

- 4** Di cuáles de los siguientes polinomios son irreducibles. Descompón en factores los que no lo sean.

a)  $x^2 - 3x + 2$

b)  $x^2 - 5x + 6$

c)  $3x^2 + 5x$

d)  $3x^2 - 5x - 2$

e)  $3x^2 - 5x + 3$

f)  $3x^3 - 5x^2 + 3x$

a)  $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases}$

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x - 1)$$

b)  $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$$

c)  $3x^2 + 5x = x(3x + 5)$

d)  $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6} = \begin{cases} 2 \\ -1/3 \end{cases}$

$$3x^2 - 5x - 2 = (x - 2)(3x + 1)$$

e)  $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 36}}{6}$  No tiene solución.

$3x^2 - 5x + 3$  es irreducible.

f)  $3x^3 - 5x^2 + 3x = x(3x^2 - 5x + 3)$

$3x^2 - 5x + 3$  es irreducible (apartado e)).

- 5** Calcula el máx.c.d. y el mín.c.m. de cada pareja de polinomios:

a)  $P(x) = x^2 - 9$ ,  $Q(x) = x^2 - 6x + 9$

b)  $P(x) = x^3 - 7x^2 + 12x$ ,  $Q(x) = x^4 - 3x^3 - 4x^2$

c)  $P(x) = x(x - 3)^2(x + 5)$ ,  $Q(x) = x^3(x - 3)(x^2 + x + 2)$

a)  $P(x) = (x + 3)(x - 3)$      $Q(x) = (x - 3)^2$

máx.c.d.  $[P(x), Q(x)] = x - 3$

mín.c.m.  $[P(x), Q(x)] = (x - 3)^2(x + 3)$

b)  $P(x) = x(x^2 - 7x + 12) = x(x - 4)(x - 3)$      $Q(x) = x^2(x - 4)(x + 1)$

máx.c.d.  $[P(x), Q(x)] = x(x - 4)$

mín.c.m.  $[P(x), Q(x)] = x^2(x - 4)(x - 3)(x + 1)$

c)  $P(x) = x(x - 3)^2(x + 5)$      $Q(x) = x^3(x - 3)(x^2 + x + 2)$

máx.c.d.  $[P(x), Q(x)] = x(x - 3)$

mín.c.m.  $[P(x), Q(x)] = x^3(x - 3)^2(x + 5)(x^2 + x + 2)$

# 2

# Soluciones a las actividades de cada epígrafe

Pág. 10

## PÁGINA 51

### Cálculo mental

#### 1 Simplifica estas fracciones:

a)  $\frac{2x}{x^2 + x}$

b)  $\frac{x+1}{(x+1)^2}$

c)  $\frac{x+1}{x^2 - 1}$

d)  $\frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$

e)  $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x}$

f)  $\frac{x^3 - 4x^2}{x^3}$

a)  $\frac{2}{x+1}$

b)  $\frac{1}{x+1}$

c)  $\frac{1}{x-1}$

d)  $x-3$

e)  $\frac{x-2}{x-3}$

f)  $\frac{x-4}{x}$

#### 2 Di si cada par de fracciones son equivalentes o no.

a)  $\frac{x-3}{x^2 - 3x}$  y  $\frac{x}{x^2}$

b)  $\frac{x}{x-1}$  y  $\frac{x-1}{x}$

c)  $\frac{1}{x-1}$  y  $\frac{x+1}{x^2 - 1}$

a)  $\frac{x-3}{x^2 - 3x} = \frac{1}{x} = \frac{x}{x^2}$  → Son equivalentes.

b)  $\frac{x}{x-1} \neq \frac{x-1}{x}$  →  $x^2 \neq (x-1)^2$ . No son equivalentes.

c)  $\frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1}{x^2 - 1}$ . Sí son equivalentes.

#### 1 Simplifica las siguientes fracciones:

a)  $\frac{2x^2 - 6x}{4x^3 - 2x}$

b)  $\frac{(x-3)^2 x(x+3)}{(x-3)x^2(x+2)}$

c)  $\frac{x^3 + 3x^2 + x + 3}{x^3 + 3x^2}$

d)  $\frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^3 - x^2 - 14x + 24}$

a)  $\frac{2x^2 - 6x}{4x^3 - 2x} = \frac{2x(x-3)}{2x(2x^2 - 1)} = \frac{x-3}{2x^2 - 1}$

b)  $\frac{(x-3)^2 x(x+3)}{(x-3)x^2(x+2)} = \frac{(x-3)(x+3)}{x(x+2)}$

c)  $\frac{x^3 + 3x^2 + x + 3}{x^3 + 3x^2} = \frac{(x+3)(x^2 + 1)}{x^2(x+3)} = \frac{x^2 + 1}{x^2}$

d)  $\frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^3 - x^2 - 14x + 24} = \frac{x(x^2 - 5x + 6)}{x^3 - x^2 - 14x + 24} = \frac{x(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x+4)} = \frac{x}{x+4}$

# 2

# Soluciones a las actividades de cada epígrafe

Pág. 11

## 2 Comprueba si cada par de fracciones son equivalentes:

a)  $\frac{x^3 - x}{x^3 + x^2}$  y  $\frac{3x - 3}{3x}$

b)  $\frac{(x+5)^2}{x^3 + 10x^2 + 25x}$  y  $\frac{x-3}{3x-x^2}$

a)  $\frac{x^3 - x}{x^3 + x^2} = \frac{x(x^2 - 1)}{x(x^2 + x)} = \frac{(x+1)(x-1)}{x(x+1)} = \frac{x-1}{x} = \frac{3x-3}{3x}$ . Son equivalentes.

b)  $\frac{(x+5)^2}{x^3 + 10x^2 + 25x} = \frac{(x+5)^2}{x(x+5)^2} = \frac{1}{x} = \frac{x-3}{x(x-3)} = \frac{x-3}{x^2 - 3x} \neq \frac{x-3}{3x-x^2}$

No son equivalentes.

## PÁGINA 52

### Cálculo mental

#### 1 Reduce a común denominador:

a)  $\frac{3x+1}{x^2}$  y  $\frac{3}{x}$

b)  $\frac{5}{x-1}$  y  $\frac{x}{(x+1)(x-1)}$

c)  $\frac{3}{x+1}$  y  $\frac{2}{x^2-1}$

a)  $\frac{3x+1}{x^2}; \frac{3x}{x^2}$

b)  $\frac{5(x+1)}{(x-1)(x+1)}; \frac{x}{(x-1)(x+1)}$

c)  $\frac{3(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{3(x-1)}{x^2-1}; \frac{2}{x^2-1}$

#### 2 Opera.

a)  $\frac{3x+1}{x^2} - \frac{3}{x}$

b)  $\frac{3}{x+1} + \frac{2}{x^2-1}$

c)  $\frac{2x}{x+2} \cdot \frac{x^2-4}{x}$

d)  $\frac{x^2}{x^2-25} : \frac{x}{x-5}$

a)  $\frac{1}{x^2}$

b)  $\frac{3x-1}{x^2-1}$

c)  $2(x-2)$

d)  $\frac{x}{x+5}$

# 2 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

Pág. 12

**3** Efectúa las operaciones y simplifica el resultado.

a)  $\frac{2x+1}{x+3} - \frac{x^2+5}{x^2+3x}$

b)  $\frac{3}{x} \left( \frac{x}{x+1} - \frac{x^2}{x^2-1} \right)$

c)  $\frac{5x-10}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x-2}$

d)  $\frac{3x-1}{x} - \frac{x+3}{x^2-2x} + \frac{2x+5}{x-2}$

e)  $\frac{2x+1}{2x-1} : \frac{x^2}{4x-2}$

f)  $\frac{x^2}{x-1} : \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} \right)$

a)  $\frac{2x+1}{x+3} - \frac{x^2+5}{x^2+3x} = \frac{(2x+1) \cdot x - (x^2+5)}{x^2+3x} = \frac{2x^2+x-x^2-5}{x^2+3x} = \frac{x^2+x-5}{x^2+3x}$

b)  $\frac{3}{x} \left( \frac{x}{x+1} - \frac{x^2}{x^2-1} \right) = \frac{3}{x} \left( \frac{x(x-1)-x^2}{x^2-1} \right) = \frac{3(x-1-x)}{x^2-1} = \frac{-3}{x^2-1}$

c)  $\frac{5x-10}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x-2} = \frac{5(x-2)(x+3)(x-3)}{(x+3)(x-2)} = 5(x-3)$

d) 
$$\begin{aligned} \frac{3x-1}{x} - \frac{x+3}{x^2-2x} + \frac{2x+5}{x-2} &= \frac{(3x-1)(x-2) - (x+3) + x(2x+5)}{x(x-2)} = \\ &= \frac{3x^2-7x+2-x-3+2x^2+5x}{x(x-2)} = \frac{5x^2-3x-1}{x(x-2)} \end{aligned}$$

e)  $\frac{2x+1}{2x-1} : \frac{x^2}{4x-2} = \frac{(2x+1) \cdot 2 \cdot (2x-1)}{x^2(2x-1)} = \frac{2(2x+1)}{x^2}$

f)  $\frac{x^2}{x-1} : \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} \right) = \frac{x^2}{x-1} : \left( \frac{x-1-x}{x(x-1)} \right) = \frac{x^2}{x-1} : \left( \frac{-1}{x(x-1)} \right) = \frac{x^2}{x-1} \cdot \frac{x(x-1)}{-1} = -x^3$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 1

## PÁGINA 53

### PRACTICA

#### Operaciones con polinomios

**1** □□□ Opera y simplifica las siguientes expresiones:

a)  $3x(2x - 1) - (x - 3)(x + 3) + (x - 2)^2$

b)  $(2x - 1)^2 + (x - 1)(3 - x) - 3(x + 5)^2$

c)  $\frac{4}{3}(x - 3)^2 - \frac{1}{3}(3x - 1)(3x + 1) - \frac{1}{3}(4x^3 + 35)$

a)  $6x^2 - 3x - x^2 + 9 + x^2 - 4x + 4 = 6x^2 - 7x + 13$

b)  $4x^2 - 4x + 1 - x^2 + 4x - 3 - 3x^2 - 30x - 75 = -30x - 77$

c)  $\frac{4}{3}(x^2 - 6x + 9) - \frac{1}{3}(9x^2 - 1) - \frac{1}{3}(4x^3 + 35) =$

$$= \frac{4}{3}x^2 - 8x + 12 - 3x^2 + \frac{1}{3} - \frac{4}{3}x^3 - \frac{35}{3} = -\frac{4}{3}x^3 - \frac{5}{3}x^2 - 8x + \frac{2}{3}$$

**2** □□□ Efectúa las siguientes operaciones y simplifica el resultado:

a)  $(2y + x)(2y - x) + (x + y)^2 - x(y + 3)$

b)  $3x(x + y) - (x - y)^2 + (3x + y)y$

c)  $(2y + x + 1)(x - 2y) - (x + 2y)(x - 2y)$

a)  $4y^2 - x^2 + x^2 + 2xy + y^2 - xy - 3x = 5y^2 + xy - 3x$

b)  $3x^2 + 3xy - x^2 + 2xy - y^2 + 3xy + y^2 = 2x^2 + 8xy$

c)  $2yx - 4y^2 + x^2 + 2xy + x - 2y - x^2 + 4y^2 = x - 2y$

**3** □□□ Multiplica cada expresión por el mín.c.m. de los denominadores y simplifica:

a)  $\frac{3x(x + 5)}{5} - \frac{(2x + 1)^2}{4} + \frac{(x - 4)(x + 4)}{2}$

b)  $\frac{(8x^2 - 1)(x^2 + 2)}{10} - \frac{(3x^2 + 2)^2}{15} + \frac{(2x + 3)(2x - 3)}{6}$

a)  $20 \left[ \frac{3x(x + 5)}{5} - \frac{(2x + 1)^2}{4} + \frac{(x - 4)(x + 4)}{2} \right] =$

$$= 12x^2 + 60x - 5(4x^2 + 4x + 1) + 10(x^2 - 16) =$$

$$= 12x^2 + 60x - 20x^2 - 20x - 5 + 10x^2 - 160 = 2x^2 + 40x - 165$$

b)  $3(8x^4 + 15x^2 - 2) - 2(9x^4 + 12x^2 + 4) + 5(4x^2 - 9) =$

$$= 24x^4 + 45x^2 - 6 - 18x^4 - 24x^2 - 8 + 20x^2 - 45 = 6x^4 + 41x^2 - 59$$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 2

**4** □□□ Halla el cociente y el resto de cada una de estas divisiones:

a)  $(7x^2 - 5x + 3) : (x^2 - 2x + 1)$

b)  $(2x^3 - 7x^2 + 5x - 3) : (x^2 - 2x)$

c)  $(x^3 - 5x^2 + 2x + 4) : (x^2 - x + 1)$

$$\begin{array}{r} 7x^2 - 5x + 3 \\ \hline -7x^2 + 14x - 7 \\ \hline 9x - 4 \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} x^2 - 2x + 1 \\ \hline 7 \end{array} \right.$$

COCIENTE: 7  
RESTO:  $9x - 4$

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 7x^2 + 5x - 3 \\ \hline -2x^3 + 4x^2 \\ \hline -3x^2 \\ \hline 3x^2 - 6x \\ \hline -x - 3 \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} x^2 - 2x \\ \hline 2x - 3 \end{array} \right.$$

COCIENTE:  $2x - 3$   
RESTO =  $-x - 3$

$$\begin{array}{r} x^3 - 5x^2 + 2x + 4 \\ \hline -x^3 + x^2 - x \\ \hline -4x^2 + x \\ \hline 4x^2 - 4x + 4 \\ \hline -3x + 8 \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} x^2 - x + 1 \\ \hline x - 4 \end{array} \right.$$

COCIENTE:  $x - 4$   
RESTO:  $-3x + 8$

**5** □□□ Calcula el cociente y el resto de las divisiones siguientes:

a)  $(3x^5 - 2x^3 + 4x - 1) : (x^3 - 2x + 1)$

b)  $(x^4 - 5x^3 + 3x - 2) : (x^2 + 1)$

c)  $(4x^5 + 3x^3 - 2x) : (x^2 - x + 1)$

$$\begin{array}{r} 3x^5 - 2x^3 \\ \hline -3x^5 + 6x^3 - 3x^2 \\ \hline 4x^3 - 3x^2 \\ \hline -4x^3 \\ \hline -3x^2 + 12x - 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} + 4x - 1 \\ \hline \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} x^3 - 2x + 1 \\ \hline 3x^2 + 4 \end{array} \right.$$

COCIENTE:  $3x^2 + 4$   
RESTO:  $-3x^2 + 12x - 5$

$$\begin{array}{r} x^4 - 5x^3 \\ \hline -x^4 \\ \hline -5x^3 - x^2 \\ \hline 5x^3 \\ \hline -x^2 + 8x \\ \hline x^2 \\ \hline 8x - 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} + 3x - 2 \\ \hline \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} x^2 + 1 \\ \hline x^2 - 5x - 1 \end{array} \right.$$

COCIENTE:  $x^2 - 5x - 1$   
RESTO:  $8x - 1$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 3

$$\begin{array}{r}
 \text{c) } \begin{array}{r} 4x^5 & + 3x^3 \\ -4x^5 + 4x^4 - 4x^3 \\ \hline 4x^4 - x^3 \end{array} \\
 \begin{array}{r} -4x^4 + 4x^3 - 4x^2 \\ \hline 3x^3 - 4x^2 \end{array} \\
 \begin{array}{r} -3x^3 + 3x^2 - 3x \\ \hline -x^2 - 5x \end{array} \\
 \begin{array}{r} x^2 - x + 1 \\ \hline -6x + 1 \end{array}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 \text{COCIENTE: } 4x^3 + 4x^2 + 3x - 1 \\
 \text{RESTO: } -6x + 1
 \end{array}$$

**6** □□□ Divide y comprueba que:

$$\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{cociente} + \text{resto}$$

$$(x^3 - 5x^2 + 3x + 1) : (x^2 - 5x + 1)$$

$$\begin{array}{r}
 x^3 - 5x^2 + 3x + 1 \\
 -x^3 + 5x^2 - x \\
 \hline
 2x + 1
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 |x^2 - 5x + 1 \\
 x
 \end{array}$$

$$(x^2 - 5x + 1)x + 2x + 1 = x^3 - 5x^2 + x + 2x + 1 = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$$

**7** □□□ Expresa las siguientes divisiones de la forma  $D = d \cdot c + r$ .

$$\text{a) } (6x^3 + 5x^2 - 9x) : (3x - 2)$$

$$\text{b) } (x^4 - 4x^2 + 12x - 9) : (x^2 - 2x + 3)$$

$$\text{c) } (4x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 9x + 5) : (-2x^3 + x - 5)$$

$$\begin{array}{r}
 6x^3 + 5x^2 - 9x \\
 -6x^3 + 4x^2 \\
 \hline
 9x^2
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 |3x - 2 \\
 2x^2 + 3x - 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -9x^2 + 6x \\
 -3x \\
 \hline
 3x - 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -2
 \end{array}$$

$$6x^3 + 5x^2 - 9x = (3x - 2)(2x^2 + 3x - 1) - 2$$

$$\begin{array}{r}
 x^4 - 4x^2 + 12x - 9 \\
 -x^4 + 2x^3 - 3x^2 \\
 \hline
 2x^3 - 7x^2
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 |x^2 - 2x + 3 \\
 x^2 + 2x - 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -2x^3 + 4x^2 - 6x \\
 -3x^2 + 6x \\
 \hline
 3x^2 - 6x + 9
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0
 \end{array}$$

$$x^4 - 4x^2 + 12x - 9 = (x^2 - 2x + 3)(x^2 + 2x - 3)$$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 4

$$\begin{array}{r} c) \quad 4x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 9x + 5 \quad | -2x^3 + x - 5 \\ \hline -4x^4 \quad \quad \quad + 2x^2 - 10x \quad \quad \quad -2x - 1 \\ \hline 2x^3 \quad \quad \quad - \quad \quad x \\ -2x^3 \quad \quad \quad + \quad \quad x - 5 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$4x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 9x + 5 = (-2x^3 + x - 5)(-2x - 1)$$

## Factor común e identidades notables

8 ■■■ Expresa como cuadrado de un binomio.

- a)  $16x^2 + 1 - 8x$   
b)  $36x^2 + 25y^2 + 60xy$   
c)  $9x^4 + y^2 + 6x^2y$   
d)  $y^4 - 2y^2 + 1$   
a)  $(4x - 1)^2$   
b)  $(6x + 5y)^2$   
c)  $(3x^2 + y)^2$   
d)  $(y^2 - 1)^2$

9 ■■■ Expresa como producto de dos binomios.

- a)  $49x^2 - 16$   
b)  $9x^4 - y^2$   
c)  $81x^4 - 64x^2$   
d)  $25x^2 - 3$   
e)  $2x^2 - 100$   
f)  $5x^2 - 2$   
a)  $(7x + 4)(7x - 4)$   
b)  $(3x^2 + y)(3x^2 - y)$   
c)  $(9x^2 + 8x)(9x^2 - 8x)$   
d)  $(5x + \sqrt{3})(5x - \sqrt{3})$   
e)  $(\sqrt{2}x + 10)(\sqrt{2}x - 10)$   
f)  $(\sqrt{5}x + \sqrt{2})(\sqrt{5}x - \sqrt{2})$

10 ■■■ Saca factor común e identifica los productos notables como en el ejemplo.

•  $2x^4 + 12x^3 + 18x^2 = 2x^2(x^2 + 6x + 9) = 2x^2(x + 3)^2$

- a)  $20x^3 - 60x^2 + 45x$   
b)  $27x^3 - 3xy^2$   
c)  $3x^3 + 6x^2y + 3y^2x$   
d)  $4x^4 - 81x^2y^2$   
a)  $5x(4x^2 - 12x + 9) = 5x(2x - 3)^2$   
b)  $3x(9x^2 - y^2) = 3x(3x + y)(3x - y)$   
c)  $3x(x^2 + 2xy + y^2) = 3x(x + y)^2$   
d)  $x^2(4x^2 - 81y^2) = x^2(2x + 9y)(2x - 9y)$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 5

## Regla de Ruffini. Aplicaciones

**11** □□□ Aplica la regla de Ruffini para hallar el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a)  $(5x^3 - 3x^2 + x - 2) : (x - 2)$

b)  $(x^4 - 5x^3 + 7x + 3) : (x + 1)$

c)  $(-x^3 + 4x) : (x - 3)$

d)  $(x^4 - 3x^3 + 5) : (x + 2)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 5 & -3 & 1 & -2 \\ \hline 2 & & 10 & 14 & 30 \\ \hline & 5 & 7 & 15 & \boxed{28} \end{array}$$

COCIENTE:  $5x^2 + 7x + 15$

RESTO: 28

$$\begin{array}{r|ccccc} & 1 & -5 & 0 & 7 & 3 \\ \hline -1 & & -1 & 6 & -6 & -1 \\ \hline & 1 & -6 & 6 & 1 & \boxed{2} \end{array}$$

COCIENTE:  $x^3 - 6x^2 + 6x + 1$

RESTO: 2

$$\begin{array}{r|cccc} & -1 & 0 & 4 & 0 \\ \hline 3 & & -3 & -9 & -15 \\ \hline & -1 & -3 & -5 & \boxed{-15} \end{array}$$

COCIENTE:  $-x^2 - 3x - 5$

RESTO: -15

$$\begin{array}{r|ccccc} & 1 & -3 & 0 & 0 & 5 \\ \hline -2 & & -2 & 10 & -20 & 40 \\ \hline & 1 & -5 & 10 & -20 & \boxed{45} \end{array}$$

COCIENTE:  $x^3 - 5x^2 + 10x - 20$

RESTO: 45

**12** □□□ Utiliza la regla de Ruffini para calcular  $P(3)$ ,  $P(-5)$  y  $P(7)$  en los siguientes casos:

a)  $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x + 3$

b)  $P(x) = x^4 - 3x^2 + 7$

$$\begin{array}{r|cccc} & 2 & -5 & 7 & 3 \\ \hline 3 & & 6 & 3 & 30 \\ \hline & 2 & 1 & 10 & \boxed{33} \end{array}$$

$P(3) = 33$

$$\begin{array}{r|cccc} & 2 & -5 & 7 & 3 \\ \hline -5 & & -10 & 75 & -410 \\ \hline & 2 & -15 & 82 & \boxed{-407} \end{array}$$

$P(-5) = -407$

$$\begin{array}{r|cccc} & 2 & -5 & 7 & 3 \\ \hline 7 & & 14 & 63 & 490 \\ \hline & 2 & 9 & 70 & \boxed{493} \end{array}$$

$P(7) = 493$

$$\begin{array}{r|ccccc} & 1 & 0 & -3 & 0 & 7 \\ \hline 3 & & 3 & 9 & 18 & 54 \\ \hline & 1 & 3 & 6 & 18 & \boxed{61} \end{array}$$

$P(3) = 61$

$$\begin{array}{r|ccccc} & 1 & 0 & -3 & 0 & 7 \\ \hline -5 & & -5 & 25 & -110 & 550 \\ \hline & 1 & -5 & 22 & -110 & \boxed{557} \end{array}$$

$P(-5) = 557$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 6

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 0 & -3 & 0 & 7 \\ \hline 7 & & 7 & 49 & 322 & 2254 \\ & 1 & 7 & 46 & 322 & \boxed{2261} \end{array} \quad P(7) = 2261$$

- 13** Averigua cuáles de los números  $1, -1, 2, -2, 3, -3$  son raíces de los polinomios siguientes:

a)  $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

b)  $Q(x) = x^3 - 3x^2 + x - 3$

☞ Recuerda que  $a$  es raíz de  $P(x)$  si  $P(a) = 0$ .

a)  $\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & -5 & 6 \\ \hline 1 & & 1 & -1 & -6 \\ & 1 & -1 & -6 & \boxed{0} \end{array}$

$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & -5 & 6 \\ \hline -1 & & -1 & 3 & 2 \\ & 1 & -3 & -2 & \boxed{8 \neq 0} \end{array}$

$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & -5 & 6 \\ \hline 2 & & 2 & 0 & -10 \\ & 1 & 0 & -5 & \boxed{-4 \neq 0} \end{array}$

$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & -5 & 6 \\ \hline -2 & & -2 & 8 & -6 \\ & 1 & -4 & 3 & \boxed{0} \end{array}$

$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & -5 & 6 \\ \hline 3 & & 3 & 3 & -6 \\ & 1 & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$

$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & -5 & 6 \\ \hline -3 & & -3 & 15 & -30 \\ & 1 & -5 & 10 & \boxed{-24 \neq 0} \end{array}$

Son raíces de  $P(x)$ : 1, -2 y 3.

b)  $\begin{array}{c|cccc} & 1 & -3 & 1 & -3 \\ \hline 1 & & 1 & -2 & -1 \\ & 1 & -2 & -1 & \boxed{-4 \neq 0} \end{array}$

$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -3 & 1 & -3 \\ \hline -1 & & -1 & 4 & -5 \\ & 1 & -4 & 5 & \boxed{-8 \neq 0} \end{array}$

$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -3 & 1 & -3 \\ \hline 3 & & 3 & 0 & 3 \\ & 1 & 0 & 1 & \boxed{0} \end{array}$

$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -3 & 1 & -3 \\ \hline -3 & & -3 & 18 & -57 \\ & 1 & -6 & 19 & \boxed{-60 \neq 0} \end{array}$

3 es una raíz de  $Q(x)$  (no probamos con 2 y -2 porque no son divisores de -3).

- 14** Comprueba si los polinomios siguientes son divisibles por  $x - 3$  o  $x + 1$ .

a)  $P_1(x) = x^3 - 3x^2 + x - 3$

b)  $P_2(x) = x^3 + 4x^2 - 11x - 30$

c)  $P_3(x) = x^4 - 7x^3 + 5x^2 - 13$

a)  $\begin{array}{c|cccc} & 1 & -3 & 1 & -3 \\ \hline 3 & & 3 & 0 & 3 \\ & 1 & 0 & 1 & \boxed{0} \end{array}$

$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -3 & 1 & -3 \\ \hline -1 & & -1 & 4 & -5 \\ & 1 & -4 & 5 & \boxed{-8 \neq 0} \end{array}$

$P_1$  es divisible por  $x - 3$ .

b)  $\begin{array}{c|cccc} & 1 & 4 & -11 & -30 \\ \hline -1 & & -1 & -3 & 14 \\ & 1 & 3 & -14 & \boxed{-16 \neq 0} \end{array}$

$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 4 & -11 & -30 \\ \hline 3 & & 3 & 21 & 30 \\ & 1 & 7 & 10 & \boxed{0} \end{array}$

$P_2$  es divisible por  $x - 3$ .

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 7

$$\begin{array}{c) |ccccc} 1 & -7 & 5 & 0 & -13 \\ \hline -1 & & -1 & 8 & -13 & 13 \\ \hline 1 & -8 & 13 & -13 & \boxed{0} \end{array}$$

$P_3$  es divisible por  $x + 1$ . No puede ser divisible por  $x - 3$  porque 13 no es múltiplo de 3.

## PÁGINA 54

- 15** □□□ El polinomio  $x^4 - 2x^3 - 23x^2 - 2x - 24$  es divisible por  $x - a$  para dos valores enteros de  $a$ . Búscalos y da el cociente en ambos casos.

$$\begin{array}{c) |ccccc} 1 & -2 & -23 & -2 & -24 \\ \hline -4 & & -4 & 24 & -4 & 24 \\ \hline 1 & -6 & 1 & -6 & \boxed{0} \end{array}$$

Es divisible por  $x + 4$ .

COCIENTE:  $x^3 - 6x^2 + x - 6$

$$\begin{array}{c) |ccccc} 1 & -2 & -23 & -2 & -24 \\ \hline 6 & & 6 & 24 & 6 & 24 \\ \hline 1 & 4 & 1 & 4 & \boxed{0} \end{array}$$

Es divisible por  $x - 6$ .

COCIENTE:  $x^3 + 4x^2 + x + 4$

- 16** □□□ Prueba si el polinomio  $-x^4 + 3x^2 - 16x + 6$  es divisible por  $x - a$  para algún valor entero de  $a$ .

$$\begin{array}{c) |ccccc} -1 & 0 & 3 & -16 & 6 \\ \hline -3 & & 3 & -9 & 18 & -6 \\ \hline -1 & 3 & -6 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

Es divisible por  $x + 3$ .

- 17** □□□ Si  $P(x) = 3x^3 - 11x^2 - 81x + 245$ , halla los valores  $P(8,75)$ ,  $P(10,25)$  y  $P(-7)$  con ayuda de la calculadora.

Describe el proceso como en el ejemplo:

8,75 [Min]

3 [×] [MR] [−] 11 [=] [×] [MR] [−] 81 [=] [×] [MR] [+] 245 [=] [103,828]

$P(8,75) = 103,828\dots$

10,25 [Min] 3 [×] [MR] [−] 11 [=] [×] [MR] [−] 81 [=] [×] [MR] [+] 245 [=] [1489,1347\dots]

$P(10,25) = 1489,73$

7 [+/-] [Min] 3 [×] [MR] [−] 11 [=] [×] [MR] [−] 81 [=] [×] [MR] [+] 245 [=] [-756]

$P(-7) = -756$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 8

## Factorización de polinomios

**18** Factoriza los siguientes polinomios:

a)  $x^2 + 4x - 5$

b)  $x^2 + 8x + 15$

c)  $7x^2 - 21x - 280$

d)  $3x^2 + 9x - 210$

a)  $x^2 + 4x - 5 = 0 \rightarrow x = -5, x = 1$

$x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1)$

b)  $x^2 + 8x + 15 = 0 \rightarrow x = -5, x = -3$

$x^2 + 8x + 15 = (x + 5)(x + 3)$

c)  $7x^2 - 21x - 280 = 0 \rightarrow x = 8, x = -5$

$7x^2 - 21x - 280 = 7(x - 8)(x + 5)$

d)  $3x^2 + 9x - 210 = 0 \rightarrow x = -10, x = 7$

$3x^2 + 9x - 210 = 3(x + 10)(x - 7)$

**19** Busca, en cada caso, una raíz entera y factoriza, después, el polinomio:

a)  $2x^2 - 9x - 5$

b)  $3x^2 - 2x - 5$

c)  $4x^2 + 17x + 15$

d)  $-x^2 + 17x - 72$

a)  $2x^2 - 9x - 5 = (x - 5)(2x + 1)$

b)  $3x^2 - 2x - 5 = (x + 1)(3x - 5)$

c)  $4x^2 + 17x + 15 = (x + 3)(4x + 5)$

d)  $-x^2 + 17x - 72 = -(x - 8)(x - 9)$

**20** Saca factor común y utiliza las identidades notables para factorizar los siguientes polinomios:

a)  $3x^3 - 12x$

b)  $4x^3 - 24x^2 + 36x$

c)  $45x^2 - 5x^4$

d)  $x^4 + x^2 + 2x^3$

e)  $x^6 - 16x^2$

f)  $16x^4 - 9$

a)  $3x^3 - 12x = 3x(x^2 - 4) = 3x(x + 2)(x - 2)$

b)  $4x^3 - 24x^2 + 36x = 4x(x^2 - 6x + 9) = 4x(x - 3)^2$

c)  $45x^2 - 5x^4 = 5x^2(9 - x^2) = 5x^2(3 + x)(3 - x)$

d)  $x^4 + x^2 + 2x^3 = x^2(x^2 + 1 + 2x) = x^2(x + 1)^2$

e)  $x^6 - 16x^2 = x^2(x^4 - 16) = x^2(x^2 + 4)(x^2 - 4) = x^2(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$

f)  $16x^4 - 9 = (4x^2 + 3)(4x^2 - 3) = (4x^2 + 3)(2x + \sqrt{3})(2x - \sqrt{3})$

**21** Completa la descomposición en factores de los polinomios siguientes:

a)  $(x^2 - 25)(x^2 - 6x + 9)$

b)  $(x^2 - 7x)(x^2 - 13x + 40)$

a)  $(x^2 - 25)(x^2 - 6x + 9) = (x + 5)(x - 5)(x - 3)^2$

b)  $(x^2 - 7x)(x^2 - 13x + 40) = x(x - 7)(x - 8)(x - 5)$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 9

**22** Descompón en factores y di cuáles son las raíces de los siguientes polinomios:

a)  $x^3 + 2x^2 - x - 2$

b)  $3x^3 - 15x^2 + 12x$

c)  $x^3 - 9x^2 + 15x - 7$

d)  $x^4 - 13x^2 + 36$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & & 1 & 3 & 2 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & 0 \\ -1 & & -1 & -2 & \\ \hline & 1 & 2 & 0 & \end{array} \end{array}$$

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x + 1)(x + 2)$$

Sus raíces son 1, -1 y -2.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{r|rrr} & 3 & -15 & 12 \\ 1 & & 3 & -12 \\ \hline & 3 & -12 & 0 \\ 4 & & 12 & \\ \hline & 3 & 0 & \end{array} \end{array}$$

$$3x^3 - 15x^2 + 12x = 3x(x - 1)(x - 4)$$

Sus raíces son 0, 1 y 4.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{r|rrrr} & 1 & -9 & 15 & -7 \\ 1 & & 1 & -8 & 7 \\ \hline & 1 & -8 & 7 & 0 \\ 1 & & 1 & -7 & \\ \hline & 1 & -7 & 0 & \end{array} \end{array}$$

$$x^3 - 9x^2 + 15x - 7 = (x - 1)^2(x - 7)$$

Sus raíces son 1 y 7.

d)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \rightarrow x = 2; x = -2; x = 3; x = -3$

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)$$

Sus raíces son 2, -2, 3 y -3.

**23** Factoriza los siguientes polinomios y di cuáles son sus raíces:

a)  $x^3 - 2x^2 - 2x - 3$

b)  $2x^3 - 7x^2 - 19x + 60$

c)  $x^3 - x - 6$

d)  $4x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 4x - 1$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -2 & -3 \\ 3 & & 3 & 3 & 3 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \end{array}$$

$$x^3 - 2x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x^2 + x + 1)$$

Raíz: 3

$$\begin{array}{c} \begin{array}{r|rrrr} & 2 & -7 & -19 & 60 \\ -3 & & -6 & 39 & -60 \\ \hline & 2 & -13 & 20 & 0 \\ 4 & & 8 & -20 & \\ \hline & 2 & -5 & 0 & \end{array} \end{array}$$

$$2x^3 - 7x^2 - 19x + 60 = (x + 3)(x - 4)(2x - 5)$$

Raíces: -3, 4 y  $\frac{5}{2}$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -1 & -6 \\ 2 & & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array} \end{array}$$

$$x^3 - x - 6 = (x - 2)(x^2 + 2x + 3)$$

Raíz: 2

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 10

d)

$$\begin{array}{c} \begin{array}{r|ccccc} & 4 & 4 & -3 & -4 & -1 \\ 1 & & 4 & 8 & 5 & 1 \\ \hline & 4 & 8 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & & -4 & -4 & -1 & \\ \hline & 4 & 4 & 1 & 0 & \end{array} \end{array}$$

$4x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 4x - 1 =$   
 $= (x - 1)(x + 1)(4x^2 + 4x + 1) =$   
 $= (x - 1)(x + 1)(2x + 1)^2$

Raíces:  $1, -1$  y  $-\frac{1}{2}$

## Fracciones algebraicas

**24** Comprueba, en cada caso, si las fracciones dadas son equivalentes:

a)  $\frac{x-4}{3x-12}$  y  $\frac{1}{3}$

b)  $\frac{x^2+x}{2x}$  y  $\frac{x}{2}$

c)  $\frac{x+y}{x^2-y^2}$  y  $\frac{1}{x-y}$

d)  $\frac{x}{x^2-x}$  y  $\frac{2}{2x-2}$

a) Sí son equivalentes, porque  $3(x-4) = 3x-12$ .

b) No son equivalentes, ya que  $2(x^2+x) \neq 2x^2$ .

c) Sí son equivalentes, porque  $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$ .

d) Sí son equivalentes, porque  $(2x-2)x = 2x^2 - 2x$ .

**25** Descompón en factores y simplifica.

a)  $\frac{x^2-9}{(x+3)^2}$

b)  $\frac{x+2}{x^2-4}$

c)  $\frac{x^2+25-10x}{x^2-25}$

d)  $\frac{x^2+xy}{x^2+2xy+y^2}$

e)  $\frac{x-2}{x^2+x-6}$

f)  $\frac{x^2y-3xy^2}{2xy^2}$

a)  $\frac{x^2-9}{(x+3)^2} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)(x+3)} = \frac{x-3}{x+3}$

b)  $\frac{x+2}{x^2-4} = \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{x-2}$

c)  $\frac{x^2+25-10x}{x^2-25} = \frac{(x-5)^2}{(x+5)(x-5)} = \frac{x-5}{x+5}$

d)  $\frac{x^2+xy}{x^2+2xy+y^2} = \frac{x(x+y)}{(x+y)^2} = \frac{x}{x+y}$

e)  $\frac{x-2}{x^2+x-6} = \frac{x-2}{(x-2)(x+3)} = \frac{1}{x+3}$

f)  $\frac{x^2y-3xy^2}{2xy^2} = \frac{xy(x-3y)}{2xy^2} = \frac{x-3y}{2y}$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 11

**26** □□□ Reduce a común denominador y opera.

a)  $\frac{1}{2x} - \frac{1}{4x} + \frac{1}{x}$

b)  $\frac{2}{x^2} - \frac{1}{3x} + \frac{1}{x}$

c)  $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}$

d)  $\frac{2}{x-2} + \frac{2}{x+2}$

a)  $\frac{1}{2x} - \frac{1}{4x} + \frac{1}{x} = \frac{2-1+4}{4x} = \frac{5}{4x}$

b)  $\frac{2}{x^2} - \frac{1}{3x} + \frac{1}{x} = \frac{6-x+3x}{3x^2} = \frac{2x+6}{3x^2}$

c)  $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{x-x+1}{x(x-1)} = \frac{1}{x^2-x}$

d)  $\frac{2}{x-2} + \frac{2}{x+2} = \frac{2x+4+2x-4}{(x-2)(x+2)} = \frac{4x}{x^2-4}$

**27** □□□ Efectúa.

a)  $\frac{x}{2} + \frac{3}{x} - 1$

b)  $\frac{2}{x^2} - \frac{x+1}{3x}$

c)  $\frac{x}{x-3} - \frac{3}{x}$

d)  $\frac{x-3}{x+1} - \frac{x}{x+3}$

a)  $\frac{x}{2} + \frac{3}{x} - 1 = \frac{x^2 + 6 - 2x}{2x}$

b)  $\frac{2}{x^2} - \frac{x+1}{3x} = \frac{6-x(x+1)}{3x^2} = \frac{6-x^2-x}{3x^2}$

c)  $\frac{x}{x-3} - \frac{3}{x} = \frac{x^2 - 3(x-3)}{x(x-3)} = \frac{x^2 - 3x + 9}{x^2 - 3x}$

d)  $\frac{x-3}{x+1} - \frac{x}{x+3} = \frac{(x-3)(x+3) - x(x+1)}{(x+1)(x+3)} = \frac{-9-x}{x^2+4x+3}$

**28** □□□ Opera.

a)  $\frac{x}{3} \cdot \frac{2x+1}{x-1}$

b)  $\frac{2}{x-1} \cdot \frac{x}{x+1}$

c)  $\frac{1}{x-1} : \frac{x+1}{3x}$

d)  $\frac{2x}{2x-3} : \frac{x+1}{2x+3}$

a)  $\frac{x}{3} \cdot \frac{2x+1}{x-1} = \frac{2x^2+x}{3x-3}$

b)  $\frac{2}{x-1} \cdot \frac{x}{x+1} = \frac{2x}{x^2-1}$

c)  $\frac{1}{x-1} : \frac{x+1}{3x} = \frac{3x}{x^2-1}$

d)  $\frac{2x}{2x-3} : \frac{x+1}{2x+3} = \frac{4x^2+6x}{2x^2-x-3}$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 12

**29** □□□ Opera y simplifica si es posible.

a)  $\left(\frac{1}{x} : \frac{1}{x+1}\right) \cdot \frac{x}{2}$

b)  $\left(\frac{2}{x} - \frac{2}{x+2}\right) : \frac{x-2}{x}$

a)  $\left(\frac{1}{x} : \frac{1}{x+1}\right) \cdot \frac{x}{2} = \frac{x+1}{x} \cdot \frac{x}{2} = \frac{(x+1)x}{2x} = \frac{x+1}{2}$

b)  $\left(\frac{2}{x} - \frac{2}{x+2}\right) : \frac{x-2}{x} = \left(\frac{2x+4-2x}{x(x+2)}\right) : \frac{x-2}{x} = \frac{4x}{x(x+2)(x-2)} = \frac{4}{x^2-4}$

**30** □□□ Descompón en factores el dividendo y el divisor, y, después, simplifica.

a)  $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6}$

b)  $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^3 + x^2}$

c)  $\frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{3x^2 - 9x + 6}$

d)  $\frac{x^2 - x - 42}{x^2 - 8x + 7}$

a)  $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6} = \frac{x(x-2)}{(x-3)(x-2)} = \frac{x}{x-3}$

b)  $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^3 + x^2} = \frac{(x+1)(x-4)}{x^2(x+1)} = \frac{x-4}{x^2}$

c)  $\frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{3x^2 - 9x + 6} = \frac{x(x^2 - 3x + 2)}{3(x^2 - 3x + 2)} = \frac{x}{3}$

d)  $\frac{x^2 - x - 42}{x^2 - 8x + 7} = \frac{(x+6)(x-7)}{(x-1)(x-7)} = \frac{x+6}{x-1}$

## PÁGINA 55

### PIENSA Y RESUELVE

**31** □□□ Sustituye, en cada caso, los puntos suspensivos por la expresión adecuada para que las fracciones sean equivalentes:

a)  $\frac{x^2 - x}{x^2 - 1} = \frac{\dots}{x+1}$

b)  $\frac{x}{2x+1} = \frac{x^2}{\dots}$

c)  $\frac{x}{x-3} = \frac{\dots}{x^2-9}$

d)  $\frac{2}{x+2} = \frac{\dots}{x^2+4x+4}$

a)  $\frac{x^2 - x}{x^2 - 1} = \frac{x}{x+1}$

b)  $\frac{x}{2x+1} = \frac{x^2}{x(2x+1)}$

c)  $\frac{x}{x-3} = \frac{x(x+3)}{x^2-9}$

d)  $\frac{2}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x^2+4x+4}$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 13

**32** Halla, en cada caso, el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de los polinomios siguientes:

- a)  $x^2; x^2 - x; x^2 - 1$
- b)  $x - 3; x^2 - 9; x^2 - 6x + 9$
- c)  $x + 2; 3x + 6; x^2 + x - 2$
- d)  $2x; 2x + 1; 4x^2 - 1$

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } x^2 \\ x^2 - x = x(x-1) \\ x^2 - 1 = (x+1)(x-1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{máx.c.d. } [x^2, x^2 - x, x^2 - 1] = 1 \\ \text{mín.c.m. } [x^2, x^2 - x, x^2 - 1] = x^2(x-1)(x+1) \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) } x - 3 \\ x^2 - 9 = (x+3)(x-3) \\ x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{máx.c.d. } [x - 3, x^2 - 9, x^2 - 6x + 9] = x - 3 \\ \text{mín.c.m. } [x - 3, x^2 - 9, x^2 - 6x + 9] = (x-3)^2(x+3) \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{c) } x + 2 \\ 3x + 6 = 3(x+2) \\ x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{máx.c.d. } [x + 2, 3x + 6, x^2 + x - 2] = x + 2 \\ \text{mín.c.m. } [x + 2, 3x + 6, x^2 + x - 2] = 3(x+2)(x-1) \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{d) } 2x \\ 2x + 1 \\ 4x^2 - 1 = (2x+1)(2x-1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{máx.c.d. } [2x, 2x + 1, 4x^2 - 1] = 1 \\ \text{mín.c.m. } [2x, 2x + 1, 4x^2 - 1] = 2x(4x^2 - 1) \end{array}$$

**33** Resuelto en el libro de texto.

**34** Opera y simplifica.

$$\text{a) } \left( \frac{3}{x} - \frac{x}{3} \right) : \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \right) \quad \text{b) } \frac{x+1}{(x-1)^2} \cdot \frac{x^2-1}{x}$$

$$\text{c) } \left[ \left( x + \frac{1}{x} \right) : \left( x - \frac{1}{x} \right) \right] \cdot (x-1) \quad \text{d) } \frac{2}{x} \cdot \left( \frac{1}{x} : \frac{1}{x-1} \right)$$

$$\text{a) } \left( \frac{3}{x} - \frac{x}{3} \right) : \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \right) = \frac{9-x^2}{3x} : \frac{3+x}{3x} = \frac{9-x^2}{3x} = \frac{(3-x)(3+x)}{3+x} = 3-x$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{(x-1)^2} \cdot \frac{x^2-1}{x} = \frac{(x+1)(x+1)(x-1)}{(x-1)^2 \cdot x} = \frac{(x+1)^2}{x(x-1)}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left[ \left( x + \frac{1}{x} \right) : \left( x - \frac{1}{x} \right) \right] \cdot (x-1) &= \left( \frac{x^2+1}{x} : \frac{x^2-1}{x} \right) \cdot (x-1) = \\ &= \frac{x^2+1}{x^2-1} \cdot (x-1) = \frac{x^2+1}{x+1} \end{aligned}$$

$$\text{d) } \frac{2}{x} \cdot \left( \frac{1}{x} : \frac{1}{x-1} \right) = \frac{2}{x} \cdot \frac{x-1}{x} = \frac{2(x-1)}{x^2}$$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 14

## 35 Efectúa.

a)  $\frac{x-2}{x^2} + \frac{x+2}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-1}$

b)  $\frac{2x}{x^2+x-2} - \frac{5}{x+2} - \frac{x-4}{3x+6}$

c)  $\frac{x+2}{2x+1} - \frac{2}{4x^2-1} + \frac{x+1}{2x}$

a)  $\frac{x-2}{x^2} + \frac{x+2}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-1} =$

$$= \frac{(x-2)(x-1)(x+1)}{x^2(x-1)(x+1)} + \frac{(x+2)(x+1)x}{x^2(x-1)(x+1)} - \frac{x^2}{x^2(x-1)(x+1)} =$$

$$= \frac{(x-2)(x^2-1) + (x+2)(x^2+x) - x^2}{x^2(x^2-1)} =$$

$$= \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2 + x^3 + 2x^2 + x^2 + 2x - x^2}{x^2(x^2-1)} =$$

$$= \frac{2x^3 + x + 2}{x^2(x^2-1)} = \frac{2x^3 + x + 2}{x^4 - x^2}$$

b)  $\frac{2x}{x^2+x-2} - \frac{5}{x+2} - \frac{x-4}{3x+6} =$

$$= \frac{6x}{3(x+2)(x-1)} - \frac{15(x-1)}{3(x+2)(x-1)} - \frac{(x-4)(x-1)}{3(x+2)(x-1)} =$$

$$= \frac{6x - 15x + 15 - x^2 + 5x - 4}{3(x+2)(x-1)} = \frac{-x^2 - 4x + 11}{3(x+2)(x-1)}$$

c)  $\frac{x+2}{2x+1} - \frac{2}{4x^2-1} + \frac{x+1}{2x} =$

$$= \frac{2x(x+2)(2x-1)}{2x(2x+1)(2x-1)} - \frac{4x}{2x(2x+1)(2x-1)} + \frac{(x+1)(2x+1)(2x-1)}{2x(2x+1)(2x-1)} =$$

$$= \frac{(2x^2 + 4x)(2x-1) - 4x + (x+1)(4x^2-1)}{2x(4x^2-1)} =$$

$$= \frac{4x^3 + 8x^2 - 2x^2 - 4x - 4x + 4x^3 + 4x^2 - x - 1}{2x(4x^2-1)} = \frac{8x^3 + 10x^2 - 9x - 1}{2x(4x^2-1)}$$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 15

## 36 □□□ Opera y simplifica.

a)  $\left(1 - \frac{x-1}{x}\right) \frac{x^2}{x+3} - 1$

b)  $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3}\right) : \frac{3}{x^2}$

c)  $4 - \frac{1}{2x-1} \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$

a)  $\left(1 - \frac{x-1}{x}\right) \frac{x^2}{x+3} - 1 = \left(\frac{x-x+1}{x}\right) \cdot \frac{x^2}{x+3} - 1 = \frac{x^2}{x(x+3)} - 1 =$   
 $= \frac{x^2 - x(x+3)}{x(x+3)} = \frac{x^2 - x^2 - 3x}{x(x+3)} = \frac{-3x}{x(x+3)} = \frac{-3}{x+3}$

b)  $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3}\right) : \frac{3}{x^2} = \frac{x+3-x}{x(x+3)} : \frac{3}{x^2} = \frac{3}{x(x+3)} : \frac{3}{x^2} = \frac{x^2}{x(x+3)} = \frac{x}{x+3}$

c)  $4 - \frac{1}{2x-1} \left(\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}\right) = 4 - \frac{1}{2x-1} \cdot \frac{2x-1}{x^2} = 4 - \frac{1}{x^2} = \frac{4x^2 - 1}{x^2}$

## 37 □□□ Efectúa.

a)  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{x-2}{x^2-1}$

b)  $\frac{x^2}{x^2-2x+1} + \frac{2x+3}{x-1} - 3$

c)  $\frac{2x-3}{x^2-9} - \frac{x+1}{x-3} - \frac{x+2}{x+3}$

a)  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{x-2}{x^2-1} = \frac{(x+1)^2}{x^2-1} + \frac{3(x-1)}{x^2-1} - \frac{x-2}{x^2-1} =$   
 $= \frac{x^2 + 2x + 1 + 3x - 3 - x + 2}{x^2-1} = \frac{x^2 + 4x}{x^2-1}$

b)  $\frac{x^2}{x^2-2x+1} + \frac{2x+3}{x-1} - 3 = \frac{x^2}{(x-1)^2} + \frac{(2x+3)(x-1)}{(x-1)^2} - \frac{3(x-1)^2}{(x-1)^2} =$   
 $= \frac{x^2 + 2x^2 + 3x - 2x - 3 - 3(x^2 - 2x + 1)}{(x-1)^2} = \frac{7x - 6}{(x-1)^2}$

c)  $\frac{2x-3}{x^2-9} - \frac{x+1}{x-3} - \frac{x+2}{x+3} = \frac{2x-3}{x^2-9} - \frac{(x+1)(x+3)}{x^2-9} - \frac{(x+2)(x-3)}{x^2-9} =$   
 $= \frac{2x-3 - x^2 - 4x - 3 - x^2 + x + 6}{x^2-9} = \frac{-2x^2 - x}{x^2-9}$

## 38 □□□ Resuelto en el libro de texto.

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 16

**39** □□□ Calcula  $m$  para que el polinomio

$$P(x) = x^3 - mx^2 + 5x - 2$$

sea divisible por  $x + 1$ .

$P(x) = x^3 - mx^2 + 5x - 2$  será divisible por  $x + 1$  si  $P(-1) = 0$ .

$$P(-1) = (-1)^3 - m(-1)^2 + 5(-1) - 2 = 0$$

$$-1 - m - 5 - 2 = 0 \rightarrow m = -8$$

**40** □□□ El resto de la siguiente división es igual a -8:

$$(2x^4 + kx^3 - 7x + 6) : (x - 2)$$

¿Cuánto vale  $k$ ?

Llamamos  $P(x) = 2x^4 + kx^3 - 7x + 6$ .

El resto de la división  $P(x) : (x - 2)$  es  $P(2)$ , luego:

$$P(2) = -8 \rightarrow 2 \cdot 2^4 + k \cdot 2^3 - 7 \cdot 2 + 6 = -8 \rightarrow$$

$$\rightarrow 32 + 8k - 14 + 6 = -8 \rightarrow 8k = -32 \rightarrow k = -4$$

**41** □□□ Halla el valor que debe tener  $m$  para que el polinomio

$$mx^3 - 3x^2 + 5x + 9m$$

sea divisible por  $x + 2$ .

Llamamos  $P(x) = mx^3 - 3x^2 + 5x + 9m$ . Dicho polinomio ha de ser divisible por  $x + 2$ , luego el resto ha de ser 0:

$$P(-2) = 0 \rightarrow m(-2)^3 - 3(-2)^2 + 5 \cdot (-2) + 9m = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow -8m - 12 - 10 + 9m = 0 \rightarrow m = 22$$

**42** □□□ Comprueba si existe alguna relación de divisibilidad entre los siguientes pares de polinomios:

a)  $P(x) = x^4 - 4x^2$  y  $Q(x) = x^2 - 2x$

b)  $P(x) = x^2 - 10x + 25$  y  $Q(x) = x^2 - 5x$

c)  $P(x) = x^3 + x^2 - 12x$  y  $Q(x) = x - 3$

a) 
$$\left. \begin{array}{l} P(x) = x^2(x - 2)(x + 2) \\ Q(x) = x(x - 2) \end{array} \right\} Q(x) \text{ es divisor de } P(x).$$

b) 
$$\left. \begin{array}{l} P(x) = (x - 5)^2 \\ Q(x) = x(x - 5) \end{array} \right\} \text{No hay relación de divisibilidad.}$$

c) 
$$\left. \begin{array}{l} P(x) = x(x - 3)(x + 4) \\ Q(x) = x - 3 \end{array} \right\} Q(x) \text{ es divisor de } P(x).$$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 17

## PÁGINA 56

**43** □□□ Tenemos un polinomio  $P(x) = (x - 1)^2(x + 3)$ . Busca un polinomio de segundo grado,  $Q(x)$ , que cumpla las dos condiciones siguientes:

- máx.c.d.  $[P(x), Q(x)] = x - 1$
  - mín.c.m.  $[P(x), Q(x)] = (x - 1)^2(x^2 - 9)$
- $$Q(x) = (x - 1)(x - 3)$$

**44** □□□ Calcula el valor de  $k$  para que el polinomio

$$P(x) = x^3 - x^2 + x + k$$

sea múltiplo de  $Q(x) = x^2 + 1$ .

$$\begin{array}{r} x^3 - x^2 + x + k \\ \underline{-x^3 \quad -x} \\ -x^2 \quad + k \\ \underline{x^2 \quad + 1} \\ k + 1 \end{array}$$

Ha de ser  $k + 1 = 0 \rightarrow k = -1$

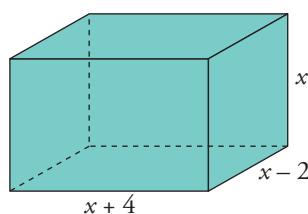
## Traducción al lenguaje algebraico

**45** □□□ Traduce a lenguaje algebraico empleando una sola incógnita:

- El cociente entre dos números pares consecutivos.
- Un número menos su inverso.
- El inverso de un número más el inverso del doble de ese número.
- La suma de los inversos de dos números consecutivos.

a)  $\frac{2x}{2x + 2}$       b)  $x - \frac{1}{x}$       c)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x}$       d)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 1}$

**46** □□□ Expresa mediante polinomios el área y el volumen de este ortoedro.



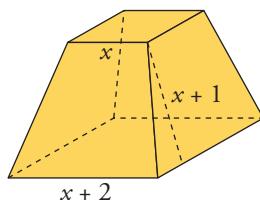
$$\text{Área} = 2[(x + 4)(x - 2) + x(x - 2) + x(x + 4)] = 6x^2 + 8x - 16$$

$$\text{Volumen} = (x + 4)(x - 2)x = x^3 + 2x^2 - 8x$$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 18

- 47** Expresa, en función de  $x$ , el área total de este tronco de pirámide.



$$\text{Área lateral} = 4 \left[ \frac{(x+2+x)}{2} \cdot (x+1) \right] = 4(x+1)^2$$

$$\text{Área de las bases} = x^2 + (x+2)^2$$

$$\text{Área total} = 4(x+1)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 6x^2 + 12x + 8$$

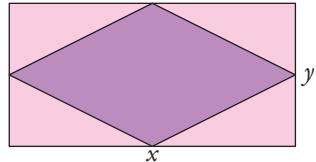
- 48** Un grifo tarda  $x$  minutos en llenar un depósito. Otro grifo tarda 3 minutos menos en llenar el mismo depósito. Expresa en función de  $x$  la parte del depósito que llenan abriendo los dos durante un minuto.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3}$$

- 49** Se mezclan  $x$  kg de pintura de 5 €/kg con  $y$  kg de otra de 3 €/kg. ¿Cuál será el precio de 1 kg de la mezcla? Exprésalo en función de  $x$  e  $y$ .

$$\frac{5x + 3y}{x+y}$$

- 50** En un rectángulo de lados  $x$  e  $y$  inscribimos un rombo. Escribe el perímetro del rombo en función de los lados del rectángulo.



$$\text{El lado del rombo es } l = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + y^2}$$

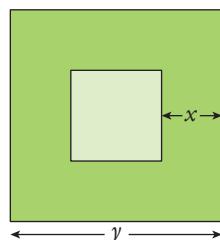
$$\text{Perímetro} = 4 \left( \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + y^2} \right) = 2 \sqrt{x^2 + y^2}$$

- 51** Expresa algebraicamente el área de la parte coloreada utilizando  $x$  e  $y$ .

$$\text{Área cuadrado grande} = y^2$$

$$\text{Área cuadrado pequeño} = (y - 2x)^2$$

$$\text{Área parte sombreada} = y^2 - (y - 2x)^2 = 4xy - 4x^2$$



# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

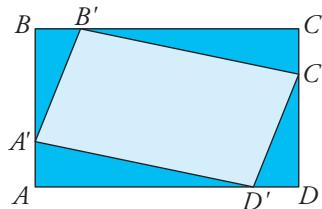
Pág. 19

- 52** Dos pueblos, A y B, distan 60 km. De A sale un coche hacia B con velocidad  $v$ . Al mismo tiempo sale otro de B en dirección a A con velocidad  $v + 3$ . Expresa en función de  $v$  el tiempo que tardan en encontrarse.

$$t = \frac{60}{2v + 3}$$

- 53** En el rectángulo  $ABCD$  de lados  $AB = 3$  cm y  $BC = 5$  cm, hemos inscrito el cuadrilátero  $A'B'C'D'$  haciendo  $AA' = BB' = CC' = DD' = x$ .

Escribe el área de  $A'B'C'D'$  en función de  $x$ .



Sabiendo que  $\overline{AD'} = \overline{B'C} = 5 - x$  y  $\overline{A'B} = \overline{CD} = 3 - x$ , se tendrá:

El área del triángulo  $B'CC'$  es  $\frac{x(5-x)}{2}$ .

El área del triángulo  $A'AD'$  es  $\frac{x(5-x)}{2}$ .

El área del triángulo  $B'BA'$  es  $\frac{x(3-x)}{2}$ .

El área del triángulo  $D'DC'$  es  $\frac{x(3-x)}{2}$ .

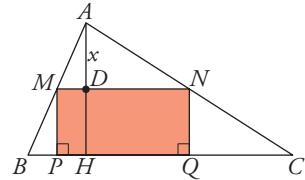
El área del rectángulo  $ABCD$  es  $3 \cdot 5 = 15$  cm<sup>2</sup>.

$$\begin{aligned} A_{\text{PARALELOGRAMO}} &= 15 - \left[ 2 \cdot \frac{x(5-x)}{2} + 2 \cdot \frac{x(3-x)}{2} \right] = 15 - [x(5-x) + x(3-x)] = \\ &= 15 - (-2x^2 + 8x) = 2x^2 - 8x + 15 \end{aligned}$$

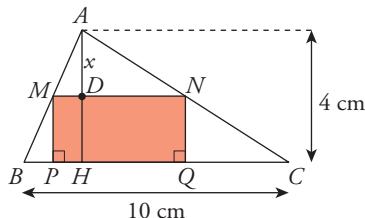
# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 20

- 54** En el triángulo de la figura conocemos  $\overline{BC} = 10 \text{ cm}$ ,  $\overline{AH} = 4 \text{ cm}$ . Por un punto  $D$  de la altura, tal que  $\overline{AD} = x$ , se traza una paralela  $MN$  a  $\overline{BC}$ . Desde  $M$  y  $N$  se trazan perpendiculares a  $\overline{BC}$ .



- a) Expresa  $\overline{MN}$  en función de  $x$ . (Utiliza la semejanza de los triángulos  $AMN$  y  $ABC$ ).  
 b) Escribe el área del rectángulo  $MNPQ$  mediante un polinomio en  $x$ .



- a) Por la semejanza de triángulos:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AH}} = \frac{\overline{MN}}{x} \rightarrow \overline{MN} = \frac{\overline{BC} \cdot x}{\overline{AH}} \rightarrow \overline{MN} = \frac{10 \cdot x}{4} \rightarrow \overline{MN} = \frac{5}{2}x$$

- b)  $\overline{MP} = 4 - x$

$$A_{\text{RECTÁNGULO}} = \overline{MN} \cdot \overline{MP} = \frac{5}{2}x(4 - x) = 10x - \frac{5}{2}x^2$$

## PÁGINA 57

### REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

- 55** Escribe en cada caso un polinomio de segundo grado que tenga por raíces:

- a) 7 y -7      b) 0 y 5      c) -2 y -3      d) 4 (doble)

Por ejemplo:

- |                                    |                                |
|------------------------------------|--------------------------------|
| a) $(x - 7)(x + 7) = x^2 - 49$     | b) $x(x - 5) = x^2 - 5x$       |
| c) $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$ | d) $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$ |

- 56** Escribe, en cada caso, un polinomio que cumpla la condición dada:

- a) De segundo grado sin raíces.  
 b) Que tenga por raíces -1, 0 y 3.  
 c) De tercer grado con una sola raíz.

Por ejemplo:

- |  |  |
|--|--|
| a) $x^2 + 1$                           |  |
| b) $x(x + 1)(x - 3) = x^3 - 2x^2 - 3x$ |  |
| c) $x(x^2 + 1) = x^3 + x$              |  |

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 21

**57** □□□ Las raíces de  $P(x)$  son 0, 2 y -3.

a) Escribe tres divisores de  $P(x)$  de primer grado.

b) Escribe un divisor de  $P(x)$  de segundo grado.

a)  $x$ ;  $x - 2$ ;  $x + 3$

b) Por ejemplo:  $x(x - 2)$

**58** □□□ Inventa dos polinomios de segundo grado que cumplan la condición indicada en cada caso:

a) mín.c.m.  $[P(x), Q(x)] = x^2(x - 3)(x + 2)$

b) máx.c.d.  $[P(x), Q(x)] = 2x + 1$

a) Por ejemplo:  $P(x) = x^2$ ;  $Q(x) = (x - 3)(x + 2)$

b) Por ejemplo:  $P(x) = x(2x + 1)$ ;  $Q(x) = (2x + 1)(x - 2)$

**59** □□□ ¿Cuál es el mín.c.m. de los monomios  $A = 2b$ ;  $B = a^2b^2$ ;  $C = 5a^2$ ?

Escribe otros tres monomios  $D$ ,  $E$ ,  $F$  tales que:

$$\text{mín.c.m. } (A, B, C, D, E, F) = 10a^2b^2$$

$$\left. \begin{array}{l} A = 2b \\ B = a^2b^2 \\ C = 5a^2 \end{array} \right\} \text{mín.c.m. } (A, B, C) = 10a^2b^2$$

Tomamos, por ejemplo:

$$D = 2b^2 \quad E = 5a \quad F = 10ab$$

$$\text{mín.c.m. } (A, B, C, D, E, F) = 10a^2b^2$$

**60** □□□ a) Si la división  $P(x) : (x - 2)$  es exacta, ¿qué puedes afirmar del valor  $P(2)$ ?

b) Si -5 es una raíz del polinomio  $P(x)$ , ¿qué puedes afirmar de la división  $P(x) : (x + 5)$ ?

c) ¿En qué resultado te has basado para responder a las dos preguntas anteriores?

a) Si la división es exacta, el resto es 0, luego  $P(2) = 0$ .

b) La división  $P(x) : (x + 5)$  es exacta, el resto es 0.

c) En el teorema del resto.

**61** □□□ Prueba que el polinomio  $x^2 + (a + b)x + ab$  es divisible por  $x + a$  y por  $x + b$  para cualquier valor de  $a$  y  $b$ . ¿Cuál será su descomposición factorial?

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & a+b & ab \\ \hline -a & & -a & -ab \\ \hline & 1 & b & \boxed{0} \end{array} \qquad \begin{array}{c|ccc} & 1 & a+b & ab \\ \hline -b & & -b & -ab \\ \hline & 1 & a & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 22

- 62** En una división conocemos el dividendo,  $D(x)$ , el cociente,  $C(x)$ , y el resto,  $R(x)$ .

$$D(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 1; \quad C(x) = x - 3; \quad R(x) = 7x - 7$$

Calcula el divisor.

$$D = d \cdot c + R \rightarrow \frac{\text{Dividendo} - \text{Resto}}{\text{Cociente}} = \text{divisor}$$

$$D - R = x^3 - 3x^2 + 5x - 1 - 7x + 7 = x^3 - 3x^2 - 2x + 6$$

	1	-3	-2	6
3		3	0	-6
	1	0	-2	<u>0</u>

El divisor es  $x^2 - 2$ .

- 63** ¿Cuál es la fracción inversa de  $\frac{3-x}{2x+1}$ ? Justifícalo.

$$\text{Inversa} = \frac{2x+1}{3-x}$$

El producto de ambas debe ser igual a 1:

$$\frac{3-x}{2x+1} \cdot \frac{2x+1}{3-x} = 1$$

## PROFUNDIZA

- 64** Saca factor común en las siguientes expresiones:

- $3x(x-3) - (x+1)(x-3)$
- $(x+5)(2x-1) + (x-5)(2x-1)$
- $(3-y)(a+b) - (a-b)(3-y)$

☞ El factor común es un binomio.

- $(x-3)[3x-(x+1)] = (x-3)(2x-1)$
- $(2x-1)[(x+5)+(x-5)] = (2x-1)(2x)$
- $(3-y)[(a+b)-(a-b)] = (3-y)(2b)$

- 65** Descompón en factores  $x^3 - a^3$  y  $x^3 + a^3$ .

☞ Prueba si son divisibles por  $x-a$  o por  $x+a$ .

	1	0	0	$-a^3$
a		a	$a^2$	$a^3$
	1	a	$a^2$	<u>0</u>

	1	0	0	$a^3$
-a		-a	$a^2$	$-a^3$
	1	-a	$a^2$	<u>0</u>

$$x^3 - a^3 = (x-a)(x^2 + ax + a^2)$$

$$x^3 + a^3 = (x+a)(x^2 - ax + a^2)$$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 23

**66** Factoriza las siguientes expresiones como en el ejemplo.

•  $ax^2 - ay + bx^2 - by = a(x^2 - y) + b(x^2 - y) = (x^2 - y)(a + b)$

a)  $ax - ay + bx - by$

b)  $2x^2y + y + 2x^2 + 1$

c)  $3x^2y + xy + 3xy^2 + y^2$

d)  $2ab^3 - ab + 2b^2 - 1$

a)  $a(x - y) + b(x - y) = (x - y)(a + b)$

b)  $y(2x^2 + 1) + (2x^2 + 1) = (2x^2 + 1)(y + 1)$

c)  $xy(3x + 1) + y^2(3x + 1) = (3x + 1)(xy + y) = (3x + 1)(x + 1)y$

d)  $ab(2b^2 - 1) + (2b^2 - 1) = (2b^2 - 1)(ab + 1)$

**67** Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a)  $\frac{2x^2y - xy^2}{10x - 5y}$

b)  $\frac{3a^2b^2 - 6ab^3}{3a^3b - 6a^2b^2}$

c)  $\frac{4a^2b^2 - 2a^2bx}{2abx + 2a^2b + 4b^2}$

a)  $\frac{2x^2y - xy^2}{10x - 5y} = \frac{xy(2x - y)}{5(2x - y)} = \frac{xy}{5}$

b)  $\frac{3a^2b^2 - 6ab^3}{3a^3b - 6a^2b^2} = \frac{3ab^2(a - 2b)}{3a^2b(a - 2b)} = \frac{b}{a}$

c)  $\frac{4a^2b^2 - 2a^2bx}{2abx + 2a^2b + 4b^2} = \frac{2a^2b(2b - x)}{2b(ax + a^2 + 2b)} = \frac{a^2(2b - x)}{ax + a^2 + 2b}$

**68** Efectúa y simplifica.

a)  $\frac{2x + y}{x^2 - xy} \left( \frac{3x}{2x + y} - 1 \right)$

b)  $\frac{a^2 - ab}{ab + b^2} : \frac{ab - b^2}{a^2 + ab}$

c)  $\frac{1}{ab} + \frac{a}{b} - \frac{1 + (a + b)^2}{ab} + \frac{b}{a}$

a)  $\frac{2x + y}{x^2 - xy} \left( \frac{3x}{2x + y} - 1 \right) = \frac{2x + y}{x^2 - xy} \left( \frac{3x - 2x - y}{2x + y} \right) = \frac{(2x + y)(x - y)}{x(x - y)(2x + y)} = \frac{1}{x}$

b)  $\frac{a^2 - ab}{ab + b^2} : \frac{ab - b^2}{a^2 + ab} = \frac{(a^2 - ab)(a^2 + ab)}{(ab + b^2)(ab - b^2)} = \frac{a^4 - a^2b^2}{a^2b^2 - b^4} = \frac{a^2(a^2 - b^2)}{b^2(a^2 - b^2)} = \frac{a^2}{b^2}$

c)  $\frac{1}{ab} + \frac{a}{b} - \frac{1 + (a + b)^2}{ab} + \frac{b}{a} = \frac{1 + a^2 - 1 - (a + b)^2 + b^2}{ab} =$

$= \frac{a^2 + b^2 - a^2 - b^2 - 2ab}{ab} = \frac{-2ab}{ab} = -2$

# 2 Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 24

**69** Opera y simplifica.

a)  $\frac{2a}{a-3b} - \frac{3b}{a+3b} - \frac{a^2 + 3ab + 18b^2}{a^2 - 9b^2}$

b)  $\frac{bx-b}{x+1} + \frac{3bx}{x-1} + \frac{3bx^2 + bx + 2b}{1-x^2}$

c)  $\left( \frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) \frac{x^2-y^2}{2xy}$

d)  $\left( 1 - \frac{x-y}{x+y} \right) : \left( \frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y} \right)$

$$a) \frac{2a}{a-3b} - \frac{3b}{a+3b} - \frac{a^2 + 3ab + 18b^2}{a^2 - 9b^2} =$$

$$= \frac{2a(a+3b) - 3b(a-3b) - (a^2 + 3ab + 18b^2)}{a^2 - 9b^2} =$$

$$= \frac{2a^2 + 6ab - 3ab + 9b^2 - a^2 - 3ab - 18b^2}{a^2 - 9b^2} = \frac{a^2 - 9b^2}{a^2 - 9b^2} = 1$$

b)  $\frac{bx-b}{x+1} + \frac{3bx}{x-1} + \frac{3bx^2 + bx + 2b}{1-x^2} =$

$$= \frac{b(x-1)(x-1) + 3bx(x+1) - (3bx^2 + bx + 2b)}{x^2 - 1} =$$

$$= \frac{b(x^2 - 2x + 1) + 3bx^2 + 3bx - 3bx^2 - bx - 2b}{x^2 - 1} =$$

$$= \frac{bx^2 - 2bx + b + 2bx - 2b}{x^2 - 1} = \frac{bx^2 - b}{x^2 - 1} = \frac{b(x^2 - 1)}{x^2 - 1} = b$$

c)  $\left( \frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) \frac{x^2-y^2}{2xy} = \left[ \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{x^2-y^2} \right] \cdot \frac{x^2-y^2}{2xy} =$

$$= \frac{x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{x^2-y^2}{2xy} = \frac{4xy}{2xy} = 2$$

d)  $\left( 1 - \frac{x-y}{x+y} \right) : \left( \frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y} \right) = \left( \frac{x+y-x+y}{x+y} \right) : \left[ \frac{(x-y)^2 - (x+y)^2}{(x+y)(x-y)} \right] =$

$$= \frac{2y}{x+y} : \left[ \frac{x^2 - 2xy + y^2 - x^2 - 2xy - y^2}{(x+y)(x-y)} \right] = \frac{2y}{x+y} : \frac{-4xy}{(x+y)(x-y)} =$$

$$= \frac{2y(x+y)(x-y)}{-4xy(x+y)} = -\frac{x-y}{2x} = \frac{y-x}{2x}$$